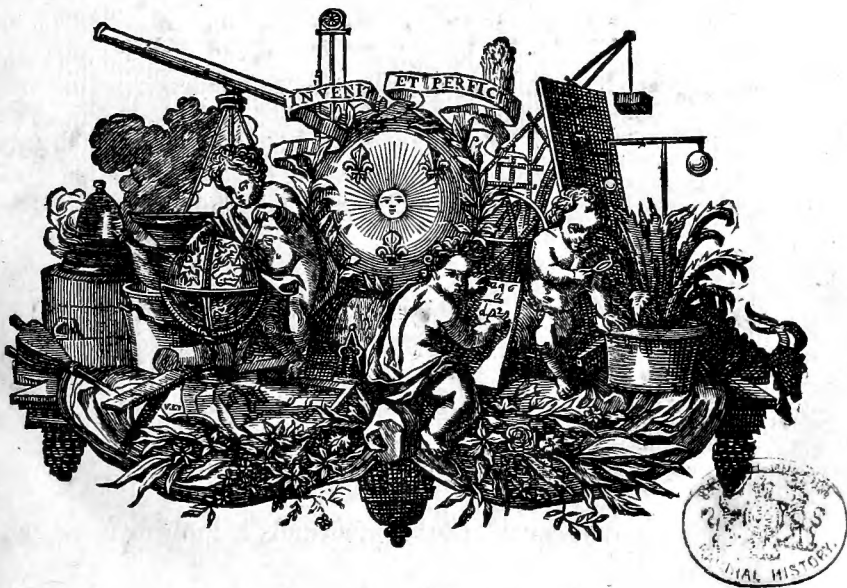


HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXXV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique ,
pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A P A R I S,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXVII.

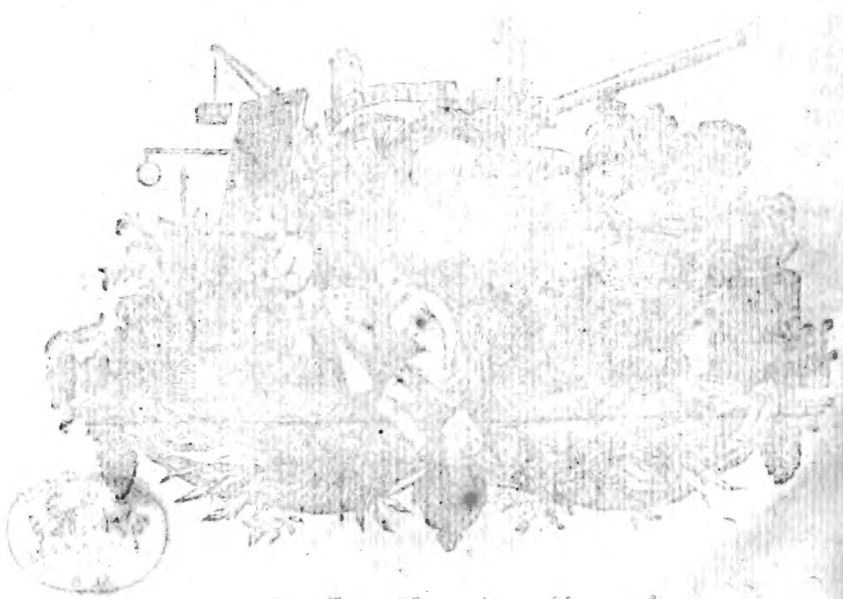
HISTOIRE

L'ACADÉMIE

DES SCIENCES

ANCIENNE

AVANT L'ÉTABLISSEMENT DE L'ACADÉMIE
DES SCIENCES
PAR M. DE LA HARPE



A PARIS

DE L'IMPRIMERIE ROYALE

M. DE LA HARPE



T A B L E

P O U R

L' H I S T O I R E.

PHYSIQUE GENERALE.

DIVERSES Observations de Physique Générale. Page 1

A N A T O M I E.

<i>Sur les Cataractes.</i>	7
<i>Sur l'usage de l'Epiploon.</i>	9
<i>Sur les Noyés.</i>	12
<i>Sur les accroissemens & décroissemens alternatifs du Corps humain.</i>	16
<i>Observation Anatomique.</i>	21

C H Y M I E.

<i>Sur l'art de faire le Fer-blanc.</i>	29
<i>Sur le Bleu de Prusse.</i>	33

B O T A N I Q U E.

<i>Sur un Arbrisseau d'Amerique qui porte de la Cire.</i>	39
---	----

a ij

T A B L E.

G E O M E T R I E.

<i>Sur les Courbes qui en coupent une infinité d'autres à Angles droits.</i>	42
<i>Sur l'inscription du Cube dans l'Octaëdre.</i>	47
<i>Sur une nouvelle Goniométrie.</i>	54

A S T R O N O M I E.

<i>Sur une Théorie des Cometes appliquée à celles de 1707. & de 1723.</i>	63
---	----

G E O G R A P H I E. 77

M E C H A N I Q U E.

<i>Sur une Pompe à éteindre les Incendies.</i>	78
<i>Sur les Machines mues par l'eau.</i>	89
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1725.</i>	102
<i>Eloge du Czar Pierre I.</i>	105
<i>Eloge de M. Littre.</i>	129
<i>Eloge de M. Hartsoëker.</i>	137





T A B L E

P O U R

L E S M E M O I R E S.

O bservations Météorologiques faites en 1724 Par M. MARALDI.	Page 1
Dissertation sur l'opération de la Cataracte. Par M. PETIT, Medecin.	6
Proposition nouvelle de Geométrie Elementaire. Par M. NICOLE.	21
Eclaircissemens sur un Mémoire de 1717, qui traite de la circulation du Sang dans le Fœtus. Et quelques Remarques sur un Système particulier de M. Vieussens, & sur un Ecrit de M. Rouhaut sur cette même matiere. Par M. WINSLOW.	23
Description d'une Pompe qui peut servir utilement dans les Incendies. Par M. DU FAY.	35
Propriétés Elémentaires des Polygones irréguliers circonscrits autour du cercle. Par M. PITOT.	45
Examen & comparaison de la grandeur de Paris, de Londres; & de quelques autres Villes du monde, anciennes & modernes. Par M. DELISLE l'Aîné.	48
Observations sur un METAL qui résulte de l'Alliage du Cuivre & du Zinc. Par M. GEOFFROY le Cadet.	57
Description d'une Machine pour connoître l'heure vraie du Soleil tous les jours de l'année. Par M. DU FAY.	67
Nouvelle Methode pour connoître & déterminer l'effort de toutes sortes de Machines mues par un courant, ou une chute d'eau, où l'on déduit de la loi des Mechaniques des Formules géné-	

T A B L E.

<i>rales, par le moyen desquelles on peut faire les calculs de l'effet de toutes ces Machines.</i> Par M. PITOT.	78
<i>Principes de l'art de faire le Fer-blanc.</i> Par M. DE REAUMUR.	102
<i>Solution nouvelle d'un Problème proposé aux Geometres Anglois par feu M. Leibnitz, peu de tems avant sa mort.</i> Par M. NICOLE.	130
<i>Observations sur la préparation du Bleu de Prusse, ou de Berlin.</i> Par M. GEOFFROY l'Aîné.	153
<i>Sur la théorie du mouvement des Cometes, comparée aux Observations des années 1707. & 1723.</i> Par M. CASSINI.	173
<i>Remarques sur l'inscription du Cube dans l'Octaèdre, & de l'Octaèdre dans le Cube.</i> Par M. DE MAIRAN.	207
<i>Nouvelles Observations sur la préparation du Bleu de Prusse.</i> Par M. GEOFFROY l'Aîné.	220
<i>Observations sur la question des plus grandes & des plus petites quantités.</i> Par M. SAURIN.	238
<i>Suite des Eclaircissemens sur la circulation du Sang dans le Fœtus.</i> Par M. WINSLOW.	260
<i>Second Mémoire sur la Goniométrie purement analytique, ou Methode nouvelle & générale, pour déterminer exactement, lorsqu'il est possible, ou indéfiniment près lorsque l'exaëtitude est impossible, la valeur des trois Angles de tout Triangle rectiligne, soit rectangle, soit obliquangle, dont les trois côtés sont donnés en nombre, & cela par le seul calcul analytique sans tables des Sinus, Tangentes & Secantes.</i> Par M. DE LAGNY.	282
<i>Extrait de divers Memoires de M. Sarrazin, Medecin du Roi à Quebec, & Correspondant de l'Académie, sur le Rat Musqué.</i> Par M. DE REAUMUR.	323
<i>Maniere de préparer, de dépurér & de blanchir le Crystall de Tartre.</i> Par M. FIZES, de la Société Royale de Montpellier.	346



HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXXV.

PHYSIQUE GENERALE.

DIVERSES OBSERVATIONS
DE PHYSIQUE GENERALE.

I.



ANS la grande Mer qui est entre notre continent & l'Amerique, ordinairement on ne trouve plus de glaces dès le mois d'Avril en de-çà des 67 & 68 degrés de latitude septentrionale, & les Sauvages del'Acadie & du Canada disent que quand elles ne sont pas toutes fondues dans ce mois-là, c'est une marque que le reste de l'année sera froid &

Hist. 1725.

A

pluvieux. Mais M. Deslandes qui depuis quelques années séjourne à Brest, & qui est en relation avec nos principales Colonies a sçu que cette année les glaces n'étoient pas fondues au mois de Juin, & que les vaisseaux François qui vont à la pêche de la morue, en ont trouvé des montagnes & des Isles flottantes par les 41 & 42 degrés de latitude, spectacle qui leur étoit nouveau. Le 15 Juin deux vaisseaux penserent être surpris de ces mêmes glaces à 45 degrés.

Il se pourroit que le froid ou le peu de chaleur de l'été qu'on a eu en Europe tînt à cette cause, du moins en partie. Les vents de sud & de sud-ouïest ont assez régné, & M. Deslandes assure qu'ils ont été constants en Bretagne depuis le 3 Mars jusqu'au 18 Juillet, sans jamais remonter au Nord, ce qui étoit extraordinaire. Ces vents-là qui auroient dû naturellement nous apporter des vapeurs chaudes, n'étoient chargés que de particules détachées de ces grands monceaux de glaces, qu'ils trouvoient en chemin hors de leur saison, & ces particules venoient se fondre ici en pluies abondantes. Les météores d'un pays dépendant souvent de ceux d'un autre, ils sont tous en commerce, quelque éloignés qu'ils soient.

II.

Le même M. Deslandes assure que les maquereaux & les sardines, poissons très-communs en Bretagne, dès que le printems est venu, avoient entierement manqué en 1725. A leur place on en a eu une quantité prodigieuse d'une grandeur moyenne entre ces deux especes, & d'une figure qui tenoit des deux. Ils avoient de grandes écailles luisantes comme les sardines, les yeux, la bouche & la queue comme les maquereaux; ils ne sont décrits ni dans Rondelet ni dans Jonston; ils étoient tachetés de marques rouges, bleues & noires, qui s'effaçoient peu à peu, lorsqu'on les retiroit de l'eau. Les glaces, le froid de la Mer du nord pouvoient, si l'on veut, avoir empêché les maquereaux & les sardines de paroître sur la côte de Bretagne: mais quels étoient, d'ou venoient ces poissons inconnus, qui tenant des deux especes

qu'on ne voyoit point, sembloient vouloir les remplacer toutes deux à la fois ?

III.

Le 13 Juillet vers le troisieme de la Lune, il y eut au Port de Flamenville en Normandie, vis-à-vis & à la vûe des Isles de Grenezé, un mouvement extraordinaire de la Mer, qui fut remarqué le long de la côte, & dans toute la baie ou anse de 3 lieues de large, depuis Flamenville jusqu'à Jobour.

Le tems étoit calme, le vent souffloit foiblement du sud-sud-ouïest, la Mer avoit commencé à monter à 3 heures après midi, & sur cette côte elle monte de 10 pieds dans ces sortes de marées; elle en avoit déjà monté 5, & il étoit entre 6 & 7 heures, lorsque tout d'un coup elle se retira de la hauteur d'environ ces 5 pieds, & en moins d'un demi-quart d'heure revint, & non-seulement y remonta, mais alla 10 pieds au-dessus, de sorte qu'elle étoit 5 pieds au-dessus de la plus haute élévation qu'elle dût avoir alors. En un autre demi quart d'heure elle baissa, & revint aux 5 pieds qu'elle avoit eûs lorsque son mouvement irrégulier avoit commencé. Enfin à 7 heures elle continua à monter à l'ordinaire pendant environ $2\frac{1}{2}$ heures, & il n'y eut plus rien de singulier dans son flux & reflux, ni ce jour-là ni les suivans.

On assure que ce mouvement de la Mer ne s'est fait sentir ni à Cherbourg qui est à 9 ou 10 lieues par Mer à la droite de Flamenville, ni à Carteret qui est à la gauche à 6 lieues ni même au Rozel qui n'est pas éloigné de 3 lieues. C'est de M. l'Abbé de Saint Pierre que l'Académie tient tous ces faits, il les a recueillis de différentes lettres qu'il a reçues de ces pays-là.

Ce phenomene est de la même nature que celui qui arriva à Marseille le 29 Juin, 14 jours auparavant, & qui a fait tant de bruit, au lieu que celui de Normandie n'en a point fait du tout, quoiqu'il soit très-rare sur cette côte de Normandie, & qu'il ne le soit gueres sur celle de Provence ou de Languedoc. On a tant écrit sur ce phenomene célèbre,

qu'il seroit inutile que nous en parlâssions. Si on veut comparer les deux, on leur trouvera tant de conformité de circonstances, que l'on sera porté à juger qu'entre les explications différentes qu'on a données de celui de Marseille, les meilleures ne sont pas celles qui lui seroient trop particulières, mais celles qui donneroient quelque cause plus générale. Telle seroit, par exemple, la direction long-tems continuée de certains vents, qui ayant élevé les eaux vers la côte, les feroient retomber brusquement, parce qu'elle viendroit à cesser, ou seroit affoiblie par des vents contraires.

IV.

On avoit entassé dans un Moulin à Foulon de la ville d'Usès plusieurs piéces de serge blanche dite d'Alais, en attendant qu'on pût les dégraisser. Elles s'échauffèrent en 12 ou 15 jours, sans qu'il parût ni feu ni fumée; six piéces qui étoient au fond de toutes les autres, se mirent en fusion, & furent réduites en une masse noire cassante, luisante, qui sentoit la corne brûlée, se liquéfioit au feu, & s'allumoit à la chandelle; de ces six les trois premières étoient entièrement en charbon, ou en une espece de bitume, où l'on ne distinguoit plus de traces de l'étoffe, on en distinguoit dans les trois autres les différentes couches, & même les fils de la laine. M. le Fevre Medecin d'Usès qui avoit fait part de ce phénomène à M. Pitot lui avoit aussi envoyé deux différents morceaux de la masse totale ainsi conditionnés, que l'Académie a vûs.

V.

M. Bouguer habile Mathématicien, Professeur en hydrographie au port du Croisic, a fait sçavoir à M. de Mairan que le 13 Janvier à 8 heures du soir il y eut en Bretagne un petit tremblement de terre fort court & peu étendu. Si sur la carte de l'Evêché de Nantes faite par le P. Lambilles Jésuite, on tire une ligne de la Roche-Bernard à la pointe du Pornichet ou de Saint Sébastien, elle séparera du reste de la Bretagne le petit espace qui fut ébranlé vers le bord de la

Mer. Le bruit précéda toujours les secouffes de quelques secondes, & le tout ne dura au plus qu'une minute. Le tremblement fut si peu sensible qu'il ne le fut que pour les gens assis, ceux qui étoient debout ne s'en apperçurent que par quelque mouvement des portes & des fenêtres, &c. Et M. Bouguer, quoique compris dans l'espace ébranlé, n'en eût rien sçû, sans le témoignage d'un grand nombre de personnes, qui en rapportoient différentes circonstances, dont l'accord demandoit qu'il y eût eu un tremblement de terre.

V I.

M. de Jussieu a rapporté le fait suivant écrit de Bocanbrey en Normandie par M. de Bocanbrey. Le mercredi 30. Mai, il fit le matin un grand brouillard. Quand il fut passé, il s'éleva sur le midi plusieurs orages avec quelques coups de tonnerre. Entre 3 & 4 heures il y eut des coups de Soleil très-brulans. A 4 heures $\frac{3}{4}$ on entendit un bruit confus, qui augmentant toujours attira l'attention de M. de Bocanbrey. Il fut fort surpris d'entendre ce bruit comme roulant sur terre, & au bout d'un quart d'heure ce fut celui d'un carosse qui iroit sur le pavé, mais par secouffes, & à reprises. Il jugea que la cause du bruit étoit à plus de 300 toises de lui à l'est, qu'elle alloit nord & sud, & très-lentement, puisqu'il fut trois quarts d'heure à écouter toujours sans rien voir. Enfin cette cause parut, c'étoit comme un tourbillon de feu roulant sur terre, avec un bruit terrible. Il en sortoit une especé de fumée rousse, plus claire dans son milieu, & s'éclaircissant toujours à mesure qu'elle haussait. Elle pouvoit avoir un pied & demi de large, & montoit en bouillonnant d'une rapidité incroyable jusqu'à une nuée noire, qui étoit au-dessus, & lorsqu'elle la touchoit, elle se rabattoit en tourbillonnant comme de la fumée qui trouve en son chemin de l'opposition. Cette traînée de vapeur n'étoit pas toujours égale, il paroissoit de tems en tems qu'elle diminuoit, & alors le bruit diminuoit un peu aussi : mais un moment après elle augmentoit, & le bruit pareillement. Elle ne montoit pas toujours droit, mais quelque-

fois elle se courboit, comme si elle eût obéi au vent, qui cependant étoit très-foible; elle ondoyoit, & faisoit même des retours entiers, comme un cor de chasse. Sa rapidité étoit beaucoup plus grande en bas qu'en haut, mais toujours égale dans son total. Lorsque ce spectacle se fut éloigné de l'observateur d'environ un quart de lieue, il vint du nord-nord-est un grand coup de tonnerre, avec une très-grosse pluie, le phénomène fut caché ou plutôt dissipé & éteint, son bruit cessa, & il n'en resta aucune trace en aucun endroit.

VII.

M. Philippe d'Achery a écrit de l'Isle de Bourbon du 29. Octobre 1724. qu'étant sur les accords du banc des aiguilles, lui & quelques autres personnes du même vaisseau avoient pris une bouteille d'un verre très-fort, l'avoient bouchée d'un bon bouchon de liege bien frappé, que de peur qu'il n'y eût quelque petit trou imperceptible, ils avoient mis par-dessus de la cire blanche, & ensuite encore du goudron, le tout couvert d'un parchemin bien lié, de sorte qu'il paroïssoit impossible que l'eau pénétrât dans la bouteille, que cependant l'ayant descendue dans la Mer à environ 130 brasses, ils l'avoient retirée dans l'instant entierement pleine d'eau. Ils en gouterent, elle étoit des trois quarts moins salée que l'eau de la Mer ordinaire. Le poids d'une colonne de 130 brasses d'eau avoit eû la force de pousser l'eau au travers de tout ce qui bouchoit si exactement la bouteille, d'y en faire pénétrer autant qu'elle en pouvoit contenir, & de la dessaler en grande partie par cette filtration forcée.

V. les M.
P. I.

NOUS renvoyons entierement aux Memoires
Le journal des observations de 1724 par M. Maraldi.



A N A T O M I E.

SUR LES CATARACTES.

ON va commencer à voir plus sensiblement que l'on n'avoit encore fait le fruit de tout ce qui a été dit dans l'Académie au sujet des cataractes depuis près de 20 ans. * Il s'agit maintenant de l'opération qu'il faut faire, & qui quoi-qu'assez usitée est peu connue de ceux-mêmes qui la font.

M. Petit ne fait encore qu'en rapporter l'histoire. La maladie a été si peu connue d'Hippocrate lui-même, qu'il n'y a pas d'apparence que l'opération l'ait été de son tems. D'ailleurs on ne se donnoit gueres la licence de disséquer des corps humains, & il n'y avoit que ceux des animaux, où l'on osât toucher. Celse qui vivoit dans le premier siècle de l'Eglise est le premier qui parle de l'opération, & il en parle comme d'une chose qui n'étoit point nouvelle ni extraordinaire : de là M. Petit juge qu'elle a été trouvée entre Hippocrate & Celse ; elle ne peut gueres l'avoir été que par des Medecins qui eussent une assez grande liberté de disséquer, & dans ce tems moyen on en trouve deux fort célèbres, Erasistrate & Herophile, qui favorisés par les Ptolomées d'Egypte, grands protecteurs des sciences, eurent en leur disposition autant de cadavres humains qu'ils en voulurent. On dit même que quelques esclaves furent disséqués vivants, ce qui seroit une barbarie infiniment plus condamnable que la superstition opposée. L'opération de la cataracte sera donc partie apparemment de l'école d'Herophile ou d'Erasistrate, on aura trouvé quelques yeux cataractés dans ce grand nombre de cadavres qu'on avoit alors à disséquer, & sur ces mêmes cadavres on aura tenté sans péril & plusieurs fois l'opération qui aura suffisamment réussi.

On ne sçavoit point alors que le crySTALLIN fût un des

V. les M.
P. 6.

* V. l'Hist.
de 1706.
p. 12. &
suiv. de
1707. p.
22. & suiv.
de 1708.
p. 30. &
suiv. de
1722. p.
15. & suiv.
de 1723.
p. 19. &
suiv.

principaux organes de la vision , & apparemment après avoir trouvé le moyen de l'abattre dans des cadavres, on l'abattoit sans crainte dans des yeux vivants, & avec pleine connoissance de ce qu'on faisoit. Mais quand on eut acquis des lumieres sur l'usage du crystalin , quand on sçut, comme l'a sçû certainement Galien , combien il sert à la vision , on ne crut plus qu'on pût l'abattre impunément, & on se persuada que ce qu'on abattoit devoit être une concrétion membraneuse de quelques humeurs. Ainsi l'opération continua , quoique sur un faux principe , & elle étoit seulement plus hardie que l'on ne pensoit.

Quelques-uns ont poussé l'audace jusqu'à vouloir tirer la cataracte hors de l'œil , parce qu'en effet elle cause souvent des desordres en y demeurant. On a pensé même à la sucer avec une aiguille cannulée : mais il n'y a pas d'apparence que ces bisarres pratiques ayent été autre chose que des projets, & M. Petit refuse d'en croire ceux qui se vantent de les avoir mises en exécution.

Quand on est venu à connoître bien sûrement que la vision se fait principalement par les réfractions du crystalin , on en a été plus persuadé que la cataracte qu'on abattoit n'étoit qu'une membrane , & une vérité s'est long-tems opposée à l'établissement d'une autre vérité : mais enfin elles se sont accordées toutes deux , ainsi qu'on a vû dans les volumes cités. Les deux premiers Modernes qui ayent découvert la véritable nature de la cataracte, sont M. Quarré Medecin de la Faculté de Paris, & M. Lafnier Chirurgien de Paris. Mais, & ce n'est pas la seule fois que ceci soit arrivé , on oublia leur découverte , & on l'oublia si bien , qu'au commencement du siecle présent, M. Brisseau de Tournai, & M. Antoine de Mery-sur-Seine, ont crû encore chacun en particulier en être les premiers Auteurs.

M. Petit croit que l'opération , qui se pratique communément aujourd'hui, est la même que celle de Celse , venue jusqu'à nous par une tradition de 1700 ans. Celse en a fait la description, mais assez obscure: aussi les opérateurs travaillent-ils

ils avec beaucoup d'incertitude, & fort au hafard. M. Petit, soit pour affûrer l'opération de Celse, soit pour la rectifier, s'il en est besoin, a entrepris de la bien entendre, & pour cela il l'applique à l'œil, dont auparavant il a posé très-exactement toutes les dimensions dans le détail nécessaire. Il ne va pas maintenant plus loin : mais il faut que cela produise dans la suite des déterminations précises dans une opération où l'on ne faisoit que tâtonner, & où les tâtonnemens étoient dangereux.

SUR L'USAGE DE L'EPIPLOON.

L'EPIPLOON est une membrane lâche attachée au foie, à l'estomac, à la ratte, au colon, & qui recouvre ces visceres. Elle est fort délicate & double, de sorte qu'un de ses plans peut aisément glisser sur l'autre; elle est semée de plusieurs bandes de graisse irrégulièrement disposées, & qui laissent entre elles d'assez grands vuides. Son nom, qui est Grec, vient de ce qu'elle semble *nager* sur les visceres.

Il peut paroître étonnant que l'usage d'une partie aussi grande, aussi étendue, connue de tout tems, soit difficile à trouver; il l'est cependant, puisque tout ce qu'on a dit, ou ne ne satisfait guere, ou n'est pas encore assez éclairci, du moins selon la pensée de M. Petit le Chirurgien.

Que la graisse de l'épiploon se remêle avec le sang dans les grands besoins, dans une longue privation de nourriture, ce n'est rien qui ne lui soit commun avec toutes les autres parties graisseuses, qui sont en ces occasions des especes de réservoirs destinés à suppléer au défaut des alimens; la situation, la structure de l'épiploon, les autres circonstances demandent quelque chose de plus particulier.

Galien rapporte qu'ayant emporté à un Gladiateur une grande partie de l'épiploon, qui lui sortoit du ventre par une plaie, il avoit remarqué que ce Gladiateur fut ensuite sujet à des indigestions, & qu'il avoit besoin de se couvrir le ventre, à cause du froid qu'il y sentoît. Sur cela la plûpart des Ana-

tomistes ont crû que l'épiploon servoit d'une espece de fourrure aux intestins, qu'il en augmentoit la chaleur, & par-là aidoit à la digestion ; l'autorité de Galien leur a aisément persuadé que le même fait ne pouvoit manquer d'arriver toujours ; & ils en ont parlé comme s'ils l'avoient vérifié eux-mêmes. Cependant c'est une observation unique & contraire à celles qu'on a faites depuis en grand nombre ; toutes les fois que dans les Armées on a fait la même opération que Galien pour le même sujet, on n'en a point vu les suites qu'il en a vûes. Dans les Hernies épiploïques, c'est-à-dire, dans celles où une portion de l'épiploon est tombée avec l'intestin, cette portion emportée n'a point non-plus produit les accidens dont il s'agit. Il est vrai que quand l'opération s'est faite sur de vieilles hernies, on pourroit dire que les viscères s'étoient en quelque sorte accoutumés à la privation de la partie d'épiploon engagée dans la hernie, la machine sçait quelquefois prendre l'habitude & le pli convenable à sa conservation : mais cette raison cesseroit absolument à l'égard de ces hernies récentes, les accidens observés par Galien devroient reparoître.

ils ne reparoissent pas non-plus après l'opération de l'exomphale, où l'on a extirpé la partie de l'épiploon, qui par la place où elle est, & selon les Anatomistes, doit le plus servir à la digestion des alimens, si l'épiploon y sert.

Voici ce que M. Petit juge sur l'usage de l'épiploon, en adoptant, & en développant une pensée nouvelle de deux habiles Modernes. Les muscles qui tapissent toute la cavité du bas ventre, & enferment tous les Viscères de cette cavité, les battent sans cesse en se contractant & se relâchant successivement ; & ce mouvement qui ne doit jamais s'interrompre, doit être aussi le plus égal qu'il se puisse, ou se communiquer le plus également à toutes les parties qui en reçoivent l'impression. L'estomac & les intestins sont tantôt pleins, & tantôt vuides ; quand l'estomac se désemplit, les intestins se remplissent ; tout cela change beaucoup & la figure, & la position des viscères les uns à l'égard des autres,

de sorte que le mouvement général qui part des muscles se distribueroit & se partageroit fort différemment en différens tems, si quelque corps flexible & flottant dans cette cavité n'en remplissoit les vuides, quand il s'y en forme, ne se retireroit des endroits qui se remplissent, & enfin ne tenoit toujours le tout en gros dans le même état. C'est là la fonction de l'épiploon; & la description qu'on a faite, prouve assez combien il y est propre; il s'accommode aisément à la figure de tous les vuides; ses deux membranes, qui peuvent glisser l'une sur l'autre, facilitent le jeu dont il a besoin, ses bandes graisseuses se mettent dans les grands intestins, les endroits nuds & minces qui les séparent, entrent dans les petits, &c. Enfin c'est un corps solide qui fait à peu près l'effet d'un fluide.

Quelques particularités que M. Petit remarque, favorisent encore son idée. L'estomac, & un certain vuide angulaire qu'il forme en se remplissant, sont plus du côté gauche que du droit, & non-seulement l'épiploon en cet endroit est plus épais, mais on trouve ordinairement qu'il se porte plus du côté gauche que de l'autre.

Quand on ouvre des animaux immédiatement après qu'ils ont mangé, on voit l'épiploon ramassé sous le ventricule, d'où, à mesure que le ventricule se vuide, il descend peu à peu, pour aller remplir des espaces triangulaires qui se forment entre les intestins devenus cylindriques, à mesure qu'ils se remplissent.

On observe dans le ventre des animaux, que la partie mince & purement membraneuse de l'épiploon se trouve sur la partie saillante des intestins, & que les bandes graisseuses sont dans leurs intervalles.

Les animaux ruminans, qui ont plusieurs estomacs, dans l'un desquels ils font magasin d'alimens d'un très-gros volume, ont aussi de plus grands épiploons, apparemment parce qu'il y a de plus grands espaces à remplir, quand les estomacs sont vuides.

Par la même raison les animaux, qui, sans ruminer, vivent

12 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE
de fourrage, comme les Chevaux, ont aussi l'épiploon plus grand que les animaux qui vivent de chair. Toutes ces conjectures pourront être suivies plus loin, & peut-être quand elles le feront, s'élèveront-elles au-dessus du degré de simples conjectures.

SUR LES NOYÉS.

* pag. 26.
& suiv.

CETTE matière avoit déjà été traitée en 1719. * par feu M. Littre ; & M. Senac, qui vient après lui, ne le contredit pas sur le fond ; il y ajoute seulement des explications plus particulières, & des réflexions nouvelles.

Il demeure constant que les noyés peuvent absolument n'avaler point d'eau, & que quand ils en avalent, c'est en trop petite quantité pour en mourir. M. Senac conçoit qu'ils meurent de la même manière que ceux qui meurent de la question, telle qu'on la donne à Paris. On leur ouvre la bouche avec un coin, on y verse continuellement une grande quantité d'eau, & en même tems on leur ferme le nez. La trachée, qui ne peut recevoir que de l'air, & qui s'irrite, & entre en convulsion dès qu'il se présente quelque autre matière pour y passer, est agitée de secousses violentes par l'eau qu'elle reçoit : mais ces mêmes secousses la rechassent dans le moment ; l'œsophage pareillement agité, ne fût-ce qu'à cause du voisinage de la trachée, rejette aussi la plus grande partie de l'eau qu'il reçoit ; & il est de fait qu'il n'en entre que très-peu, soit dans le poumon, soit dans l'estomac de ces malheureux : mais le défaut de respiration leur cause des défaillances, & les convulsions de la trachée, des ruptures de vaisseaux pulmonaires, & des crachemens de sang, qui peuvent être des causes de mort. Aussi M. Senac croit que les Médecins qui jugent du point jusqu'où la question peut aller, devraient plutôt se régler sur ces accidens, que sur le pouls, qui dans l'état de frayeur où sont les patients, ne peut être qu'un signe assez équivoque.

On trouve aux noyés, comme il a été dit en 1719. la

glotte toute ouverte, & l'épiglotte relevée. Il devrait donc entrer de l'eau dans leur poumon, du moins après leur mort, il n'y a plus de mouvemens convulsifs qui la rejettent. Pour l'estomac, il n'est pas étonnant qu'il n'en reçoive pas alors, car l'œsophage n'est un canal que dans le tems qu'il en fait la fonction, & il ne la fait que par l'action de ses muscles, ou par un mouvement vital. Quand il n'agit point, & à plus forte raison après la mort, il est absolument fermé. La difficulté de l'épiglotte relevée avoit porté feu M. Littre à croire qu'elle étoit abaissée tant que le noyé étoit dans l'eau, & qu'elle ne se relevoit par son ressort, que quand on l'avoit retiré. Mais M. Senac ne croit point cette supposition nécessaire. Que l'épiglotte soit relevée tandis que le noyé est encore dans l'eau, l'ouverture de la glotte, qui n'est que d'une ligne, est si petite, qu'étant toute couverte d'eau, & l'air n'en pouvant sortir d'un côté pendant que l'eau y entreroit de l'autre, l'eau n'y entrera point du tout. C'est ainsi à peu près que rien ne sort d'une bouteille pleine, dont le goulot est étroit, & tourné verticalement en embas. Si l'on incline la bouteille, elle se vuidera, parce que l'air y pourra entrer d'un côté, & la liqueur en sortir de l'autre; de même si le noyé vient à s'élever sur la surface de l'eau, sa glotte pourra n'être plus toute couverte d'eau, & s'incliner de façon que l'air en pourra sortir, tandis que l'eau y entrera. En ce cas-là le noyé a de l'eau dans les poumons, & cela est contraire à ce qu'avoit dit M. Littre, qu'un mort n'y en pouvoit plus recevoir.

Quand on vomit, le jet des matieres qui sortent de l'estomac passe sur la glotte, & l'épiglotte est alors relevée, car on ne vomit que dans l'expiration; cependant rien ne tombe par la glotte dans la trachée. C'est une difficulté dont M. Senac trouve la solution dans la même cause, qui empêche que la trachée des noyés ne prenne de l'eau. Il est vrai pourtant qu'il y a dans le vomissement quelque chose de plus. Les matieres sortent de l'œsophage avec une impétuosité qui doit les empêcher de tomber dans la trachée,

& en même tems le torrent d'air qui sort de la trachée par l'expiration doit aussi s'opposer à cette chute.

L'usage commun de suspendre par les pieds ceux qu'on a retirés de l'eau, & qu'on espere sauver, en leur faisant rendre l'eau qu'on suppose qu'ils ont avalée, n'est donc au jugement des Anatomistes qu'une erreur populaire, qui ne les étonne, ni ne les embarrasse. On ne voit point que la suspension fasse rien, ou du moins elle ne fait rendre que le peu d'eau qui étoit dans la bouche, cependant la pratique subsiste toujours; il n'est pas rare que les préjugés tiennent bon, non-seulement contre les raisonnemens, mais même contre l'expérience. Il y a plus, quand les noyés auroient avalé de l'eau, ils ne la rendroient pas par la suspension. On voit des gens, qui ayant les pieds en haut, & la tête en bas, avalent deux pintes de vin. M. Senac a remarqué incidemment combien devoit être grande la force des muscles de l'œsophage, qui dans cette action font contre leur ordinaire monter un poids, & ont à vaincre une force toujours croissante; car la nouvelle liqueur qui monte doit toujours vaincre la résistance de celle qui est déjà logée dans l'estomac, & la soulever pour y entrer aussi. Mais il suffit pour l'application de cet exemple aux noyés, que les deux pintes de vin une fois entrées dans l'estomac, ne ressortent pas par la bouche en vertu de la situation renversée. On ne conçoit aucune action volontaire, aucun effort de muscles qui pût les en empêcher.

Les noyés ne meurent donc que par le défaut d'air, & de respiration. Par cette raison leur mort est prompte, & M. Senac la croit douce, parce que le sang qui s'amasse dans le cerveau d'où il ne peut descendre dans les poumons, presse l'origine des nerfs, & aussi-tôt éteint le sentiment. Leur mort ressemble à celle de ceux qu'on étouffe, & particulièrement à celle des Negres qui savent renverser leur langue & la faire passer sous le voile du palais; de sorte qu'en un instant ils se privent de la respiration. Quels maîtres ont pu leur apprendre cette pratique, dont on ne peut

jamais donner qu'une leçon ? comment y réussissent-ils si bien sans avoir pu s'y exercer ?

Un accident ordinaire aux noyés, c'est que leurs corps se gonflent. Devenus par-là plus légers, ils reviennent sur la surface de l'eau. Quelle est la cause de ce gonflement ? Dans les corps vivans l'air est comprimé, & par la pression de l'air extérieur, & par la tension naturelle des parties, & par l'action du cœur, qui pousse continuellement dans des espaces fort étroits, & le sang, & cet air qui l'accompagne. Dans les cadavres, il n'y a que la première cause de compression qui subsiste, & c'est le défaut seul de la seconde qui produit dans les noyés ce gonflement qui leur est particulier. Toutes leurs parties sont abreuvées d'eau, relâchées, incapables de tenir l'air resserré comme elles faisoient, & il se dilate autant que lui permet l'air extérieur.

Cette considération du gonflement des noyés a conduit M. Senac à une idée assez éloignée, mais qui du moins égale la tristesse de son sujet. Les femmes auroient le visage toujours jeune, si elles pouvoient y conserver le gonflement de la jeunesse, qui produit le blanc par la tension de la peau, & le rouge par la plénitude des Vaisseaux sanguins. Les couleurs appliquées, toutes les sortes de fard ne sont qu'une vaine représentation de ce qui devrait être ; & M. Senac conçoit un moyen d'y mettre de la réalité. Il faut empêcher la transpiration du visage ; moyennant quoi il s'y fera dans les petits vaisseaux une heureuse obstruction de limphe & de sang, & la peau se tiendra plus tendue. Voilà le blanc, le rouge, & point de rides, on ne peut rien souhaiter de plus. Or l'huile empêche la transpiration, & il ne faut que s'en frotter le visage, ou n'y appliquer que des drogues, dont l'huile soit la base, & non-pas des plâtres, qui en se séchant le rident encore.

SUR LES ACCROISSEMENTS

& décroissemens alternatifs du corps humain.

IL est étonnant de combien de choses on ne s'apperoît point, combien de phénomènes aussi anciens que le monde, & fort exposés à nos yeux, sont encore inconnus. Celui dont nous allons parler, arrive tous les jours à chaque homme, & tous les hommes l'ignoroient, il échappoit à ceux même qui ont le plus de goût, le génie & l'habitude d'observer.

La connoissance nous en est venue d'Angleterre. Quelqu'un s'y est appercû, apparemment par quelque hasard; que le matin en sortant du lit il étoit plus grand de plusieurs lignes que le soir en se couchant, & cela dans l'âge où l'on ne croît plus. L'observation fut bien vérifiée par différentes personnes, & dès que M. Morand en fut instruit, il la vérifia aussi avec soin; il lui fut aisé d'imaginer la machine nécessaire, & nous en supprimons la description, parce qu'il sera aisé aussi à chacun de l'imaginer, ou quelque chose d'équivalent. Mais il se contenta de trouver que la découverte d'Angleterre étoit vraie, & d'en apporter les raisons physiques, & n'alla pas plus loin.

M. l'Abbé de Fontenu, de l'Académie Royale des Belles Lettres, eut la curiosité d'approfondir davantage ce sujet; il a mis près d'un an à le tourner de tous les sens, & à combiner les différens faits de toutes les façons, avec cette adresse qui n'est connue que des Observateurs bien dressés; il en a fait un grand Mémoire fort détaillé, & l'a présenté à l'Académie des Sciences, comme pour lui restituer ce qu'il avoit pris sur ses terres. C'est l'extrait de ce Mémoire que nous allons donner; l'union des deux Académies doit empêcher qu'on ne nous reproche de nous parer d'un bien qui ne nous appartient pas; & enfin il nous appartient de communiquer au public des connoissances dont il auroit été privé.

Les premiers Observateurs, qui ne se sont mesurés que le
soir

soir en se couchant, & le matin en se levant, ont crû que l'accroissement étoit entierement renfermé dans le tems du sommeil, ou du repos, & le décroissement dans celui de la veille. Il est effectivement fort naturel que pendant la veille, la situation verticale du corps, quand on est debout, & du moins à demi-verticale, quand on est assis, diminue la hauteur de la taille, parce que les parties supérieures pesent sur les inférieures; de plus le mouvement continuel, une infinité de différentes actions, causent une transpiration abondante, que Santorius nous a appris, qui est un grand déchet sur la masse totale. Il est aisé de voir que c'est le contraire dans le lit. On s'en seroit peut-être tenu là : mais M. l'Abbé de Fontenu a trouvé que le tems de la veille, qui selon cette idée ne devoit avoir qu'un décroissement opposé à l'accroissement de la nuit, a son accroissement & son décroissement particuliers, qui dépendent des repas. Après qu'on a mangé, on croît pendant un certain tems, ensuite on décroît. De nouveaux suc, fournis par la nourriture qu'on a prise à mesure qu'elle passe dans le sang, étendent tous les vaisseaux, & continuent de les étendre, tant qu'il en survient de nouveaux, & qu'ils ne sont pas encore assez brisés, assez atténués, pour s'envoler par la transpiration. De-là l'accroissement, après quoi le retour au premier état.

Le décroissement du jour seroit continu sans les repas, & il n'en est pas seulement interrompu : mais il vient à sa place un accroissement, ou plus grand, ou moindre, selon qu'il est plus ou moins combattu par les principes toujours subsistans du décroissement. Il est très-facile de concevoir du moins en général les combinaisons que produiront ces principes contraires, se modifiant sans cesse les uns les autres ; elles seront différentes selon la quantité, ou plutôt la *salubrité* des repas, selon les tems où ils seront placés, par rapport au point du décroissement où l'on en étoit, selon qu'on aura plus ou moins agi ou fatigué auparavant ou après, selon les différentes sortes d'action, & même de situation du corps. Tout cela n'est que pour une seule personne, & pour une personne

d'une vie assez uniforme, pendant quelques mois, ou tout au plus une année d'observation. Mais ce seroit une chose infinie, si l'on avoit égard aux âges, aux tempéramens, aux grandes agitations de l'ame, &c.

Cet accroissement & ce décroissement successifs & journaliers ont des termes égaux à peu près fixes, qu'ils ne passent guere. L'Observateur a éprouvé que son plus grand accroissement, & son plus grand décroissement, sont de 6 lignes, qui sont la 123^{ème} partie de sa taille. Cela est assez égal tous les jours, apparemment à cause de l'uniformité de vie : mais si un jour l'accroissement ne monte pas si haut, aussi le décroissement ne descend-il pas si bas, & le lendemain tout se remet dans son état ordinaire.

Cependant en comptant les observations de quelques mois, & prenant les sommes de tous les accroissemens & décroissemens, pour voir si elles seroient précisément égales, il a découvert un fait auquel il ne s'attendoit pas. Il avoit gagné en un mois une ligne d'accroissement, qu'il ne reperdoit plus dans la suite, c'étoit la même chose que s'il l'eût gagnée par l'accroissement naturel de la jeunesse. Cet accroissement constant & durable, non-seulement s'est soutenu, mais a toujours augmenté pendant une année, & enfin est allé jusqu'à 6 lignes. M. l'Abbé de Fontenu attribue cet effet à l'effort qu'il a fait pendant tout ce tems, & plusieurs fois chaque jour pour se tenir bien droit en se mesurant ; & c'est un exemple dont on pourroit profiter à plus forte raison pour faire croître les jeunes gens, sur-tout quand ils sont menacés d'être petits.

Il seroit assez naturel de poser pour principe de l'explication de tous ces phénomènes, que tout le squelette du corps, la charpente osseuse se raccourcit, lorsqu'on est debout, parce que toutes les parties inférieures sont pressées, comme il a été dit, par le poids des supérieures, & pressent à leur tour celles qui leur sont inférieures. D'abord l'épine du dos est extrêmement propre à cet affaïssement, ses 24 vertebres sont séparées, & en même tems liées par des cartilages à

ressort flexibles & fort capables de compression. Les autres os , comme le *Femur*, le *Tibia*, peuvent être , sinon raccourcis dans leur étendue , au moins plus ferrés dans leurs articulations , la liqueur , qui pour faciliter leurs mouvemens , enduit leurs têtes , & les cavités où elles sont reçues , sera chassée des sommets vers les côtés , & par là permettra aux lignes verticales de devenir moindres ; enfin les talons & la plante des pieds s'applatiront par la pesanteur du corps , & plus encore par l'action de marcher. Mais M. l'Abbé de Fontenu a toujours éprouvé qu'en se mesurant , soit à genoux , soit assis , il trouvoit exactement les mêmes différences que s'il eût été debout ; ces différences ne viennent donc que de l'allongement , ou du raccourcissement de l'épine , & tout indique cette cause. Si après avoir décriu , on recommence à croître , parce qu'on est couché , les parties du tems total d'accroissement , pendant lesquelles on en reçoit des degrés égaux , ne sont pas égales , mais plus courtes au commencement , & plus longues vers la fin , ce qui marque l'action des cartilages des vertebres , dont le ressort , ainsi que tous les autres , est plus fort au commencement de sa détente. Si dans le tems de croître après le repas , on est assis le dos appuyé , on en croît davantage & plus vite , parce qu'une partie du poids du tronc ou de l'épine étant alors soutenue , le ressort des cartilages moins pressé se débande plus librement , & plus promptement. Ce surcroît de hauteur constante , qu'on peut acquérir par une longue contention à se mesurer bien droit , vient de ce que l'exercice a donné à ce ressort , ainsi qu'il fait à tous les autres du corps animal , une plus grande vigueur , & une vigueur durable. Il est évident aussi que la nourriture nouvellement prise doit faire le même effet , mais passager ; le ressort ne sera gonflé & fortifié que tant qu'il y coulera de nouveaux suc's fournis par la digestion.

M. l'Abbé de Fontenu appelle *involontaires*, cet accroissement & ce décroissement alternatifs , dont nous venons de parler après lui : mais comme il a voulu extrêmement

approfondir, il en a trouvé d'autres qu'il traite de volontaires, & qui ne dépendent que des différentes postures où l'on se met. Nous n'en donnerons qu'un exemple. Le soir avant souper, lorsqu'il étoit décrû de ses 6 lignes, il n'avoit qu'à s'étendre de son long sur un Canapé, pour croître aussitôt de 6 ou 7 lignes, qu'il reperdoit aussitôt en se tenant debout; & le matin en sortant du lit, crû de ses 6 lignes, il se trouvoit la même différence de hauteur lorsqu'il étoit debout, ou étendu de son long. Ces accroissemens, ou décroissemens volontaires, sont outre cela subits, au lieu que les autres sont lents & conduits par degrés. L'Observateur est persuadé que la moitié inférieure du corps, qui n'a point de part aux variations involontaires de hauteur, en a aux volontaires; il semble même qu'elle en devroit être la seule cause, puisque l'épine ne s'allonge ou ne s'accourcit pas subitement par la dilatation, ou la compression de ses cartilages. Alors il faudroit concevoir que quand on est debout, quelque envie qu'on ait de se tenir bien droit, tout ce qui est capable de flexion dans la moitié inférieure du corps, en a pourtant toujours assez pour faire la quantité observée, à moins cependant que l'épine elle-même n'eût aussi une flexion pareille, indépendamment de ses cartilages.

M. l'Abbé de Fontenu a poussé ses recherches jusque sur les variations de grosseur du corps humain, ou plutôt sur celles de la poitrine, qui seule est susceptible de cette variation. Il conçoit qu'en considérant le tronc comme un cylindre toujours d'égale solidité, ou capacité, mais dont la hauteur varie selon les observations précédentes, il falloit que sa base ou grosseur variât aussi, quoiqu'en proportion différente, & qu'à une moindre hauteur du tronc répondît une augmentation de grosseur de la poitrine, & au contraire. En effet, en se mesurant le thorax par-dessus le cartilage xiphoïde, il a toujours trouvé que le soir ayant perdu 6 lignes de hauteur, il avoit le thorax de 3 ou 4 lignes plus large que le matin, & au contraire plus étroit le matin de cette même quantité.

Il a fait aussi plusieurs expériences sur les dilatations ou contractions purement volontaires qu'on peut donner à la poitrine. Les Asthmatiques savent bien quelle situation les met plus à leur aise. C'est d'être assis, le dos appuyé, les jambes de niveau à leur siège, & de se courber en devant. Alors leur poitrine bien mesurée peut se trouver de 20 lignes plus spatieuse, que s'ils étoient debout. On ne pourroit en rendre raison, sans entrer dans un assez grand détail d'Anatomie, que M. l'Abbé de Fontenu, quoique principalement appliqué aux objets de son Académie, n'a pourtant pas tout-à-fait évité, & que l'on sent bien qui ne lui eût pas fait peur dans toute son étendue.

OBSERVATION ANATOMIQUE.

HIPPOCRATE, Aristote & Galien ont crû que les plaies du fond de la vessie étoient absolument mortelles : plusieurs Modernes ont prouvé décisivement le contraire par des observations; & nous en allons rapporter encore deux qui confirment la même vérité. Comme les observations heureuses sur ce sujet sont rares, celles-ci pourront n'être pas jugées tout-à-fait inutiles.

Un Maçon de Lausanne, âgé de 25 ans, reçût en 1724. un coup de fusil dans le bas ventre; la balle, qui pesoit une once, entra dans la partie gauche de l'abdomen, à 1 pouce de l'os pubis, & à 2 doigts de la ligne blanche, pénétrant le bas du muscle droit, l'artère épigastrique, le fond de la vessie & l'os sacrum dans leurs parties latérales gauches, & elle sortit à 3 doigts à côté & au-dessus de l'anus. Les tuniques des vaisseaux spermatiques du côté gauche furent blessées, ce qui attira une inflammation au testicule gauche, & au scrotum. Le déchirement de la vessie fut considérable, puisque l'urine ne coula plus que par les plaies. Il n'y eût aucun intestin d'offensé, ni aucun nerf considérable.

Le malade eut de grandes hémorrhagies pendant quelques jours, vomissemens, diarrhées, insomnies, délire, fièvre

continue, avec une soif qu'on ne pouvoit éteindre; les extrémités inférieures froides, roideur dans tout son corps. Il passa 6. ou 7 jours sans aller à la selle, & sans pouvoir avaler ni alimens ni remèdes, à peine pendant 3 ou 4 jours put-on sentir son poux, & on croyoit à chaque instant le voir expirer. Ceux qui entendent ces matieres suppléeront aisément à quelques circonstances moins importantes, que nous omettons dans ce récit, de crainte de le rendre trop long.

On employa tous les remèdes, tant internes, qu'externes, que la Medecine & la Chirurgie purent fournir pour un mal compliqué de tant de maux différens. Ce qui parut donner principalement le branle à la guérison, ce furent les injections, que M. Martin Docteur Medecin fit dans la vessie. Elles causerent la dissolution d'un sang coagulé sorti des plaies, qui bouchoit l'orifice de ce viscere, & s'opposoit à la sortie naturelle de l'urine. Dès que les plaies ne furent plus abreuvées de cette urine extravasée, elles commencerent à se cicatrifer; & au bout de 7 semaines le malade fut sur pied. Il ne lui reste au bas du ventre qu'une petite fistule qui rend à peine deux gouttes de pus par jour. Il travaille comme auparavant. Cette relation a été envoyée par M. de Traytors, homme d'un mérite connu; & elle est signée de M. Martin, & de M. Doué Chirurgien, qui auront eû sans doute la principale part à une cure si difficile.

Elle donna occasion à M. Morand d'en rapporter une pareille. Un Soldat des Invalides ayant reçu un coup de fusil à l'hypogastre, qui perçoit le fond de la vessie, y porta long-tems la balle perdue après la guérison parfaite de sa plaie. Il vint à être incommodé d'une grande difficulté d'uriner; on le fonda, & on lui trouva la pierre. Il fut taillé au grand appareil, & on lui tira une assez grosse pierre, qui avoit pour noyau la balle entrée par la plaie du fond de la vessie, & autour de laquelle s'étoient incrustées les matieres fournies par les urines. Le malade guérit très-bien.

Il a eu donc deux cicatrices à la vessie. Une à son fond

DES SCIENCES 23
par le coup de feu, l'autre à son col par l'opération de la
taille; & les deux plaies par conséquent se sont également
bien fermées. C'est sur de semblables observations que l'on
a entrepris de faire l'opération de la pierre au *haut* appareil,
différent du grand, comme l'on sçait.

C'EST l'année parut un Ouvrage de M. Helvetius, in-
titulé, *Lettres à M. . . au sujet de la Lettre Critique de*
M. Bessé, contre l'Idée générale de l'Economie Animale, &
les Observations sur la petite-vérole. C'est le Livre dont nous
avons rendu conte en 1722. * Un malheur général des Livres
produits par des contestations, est qu'ils ne sont pas si inté-
ressans pour le public, que pour les deux Adversaires. Le
Censeur croit n'avoir jamais assez censuré, il relève jusqu'à
des minuties, & ne manque pas de donner un mauvais tour
à tout ce qui en est susceptible le moins du monde. L'Auteur
attaqué veut faire face à tout, & entre dans des apologies
dont on l'auroit aisément dispensé. C'est lui qui a le moins
de tort, ou qui même n'en a point du tout à cet égard, si
l'on veut; mais enfin ils s'entraînent l'un l'autre dans des
détails si particuliers & si personnels, qu'on y devient in-
différent quand la contestation dure trop. Si elle a donné
lieu à des éclaircissemens utiles, & qui aillent au fond de
la matière, voilà ce que le public, du moins le public sage,
prend pour lui. Nous allons donner quelque exemple de ceux
que la Réponse de M. Helvetius à M. Bessé nous a valu.

* p. 22.
& suiv.

On a vu en 1722. que selon M. Helvetius, ce qui cause
précisément l'inflammation de quelque partie, c'est que le
sang a fait irruption dans des vaisseaux, qui ne doivent
point le contenir; c'est-à-dire, dans les vaisseaux lymphati-
ques, où il s'est engorgé. Cet engorgement ne pourroit pas
même se faire dans les vaisseaux sanguins, & une des rai-
sons que M. Helvetius emploie pour le prouver, est que
quand le sang passe du gros tronc d'une artère dans tous
ses rameaux, qui tous pris ensemble ont plus de capacité

que le tronc, il passe d'une cavité plus étroite dans une plus large, & par conséquent ne doit pas avoir alors de disposition à s'engorger, puisque son mouvement n'en devient que plus libre. M. Bessé a nié le fait de la capacité des rameaux plus grande que celle du tronc. M. Helvetius l'a prouvé par la mesure actuelle du diametre de l'aorte, & des diametres de ses principales branches, telles que les deux sous-clavieres, les deux carotides, les deux mesenteriques, les deux iliaques, &c. mesure faite en présence de M^{rs} Winslow & Morand de l'Académie. Il en résulte que la cavité de l'aorte est à celle de ses branches, comme 256 à 284, ou 64 à 71. On ne peut pas objecter que les diametres n'ont été pris qu'à l'endroit où ils sont les plus grands, à l'origine des vaisseaux, qui cependant diminuent toujours de largeur, & sont de figure conique; car tous les petits cones ensemble auront toujours le même rapport au grand, que de petits cylindres de même base & de même hauteur ou longueur à un grand cylindre correspondant au grand cone.

M. Bessé a objecté avec plus d'apparence, qu'il est constant que le sang, en entrant dans toutes les arteres, fait effort contre leurs parois, les écarte, & cause ainsi la pulsation qui se fait sentir dans toutes les branches. Or s'il passoit d'une cavité plus étroite dans une plus large, d'où pourroit venir cet effort & cette pulsation? le sang couleroit toujours plus tranquillement.

A cela M. Helvetius répond, qu'il est constant aussi que le total des veines a $\frac{1}{4}$ de diametre plus que le total des arteres. Quand le sang passe des arteres dans les veines, il passe donc d'une cavité plus étroite dans une plus large; de plus il y passe assez diminué de volume, puisqu'il a déposé en chemin & dans les vaisseaux lymphatiques, & dans une infinité de glandes, beaucoup de différentes liqueurs; cependant il ne laisse pas de faire encore effort contre les parois des veines, puisqu'il les tient plus écartées que celles des arteres: car tous les vaisseaux du corps animal tendent
 toujours

toujours naturellement à se rétrécir, ces canaux ne sont pas canaux indépendamment des liqueurs qui y coulent, ce sont elles qui les entretiennent dans la forme de canaux, & ils cessent de l'être, ils s'affaissent, dès qu'elles cessent d'y couler.

M. Helvetius a encore une réponse, mais qui lui est particuliere, & qui tient à une idée nouvelle que nous avons exposée d'après lui en 1718. * Il convient tout-à-fait à ce système, que le tronc des arteres soit moindre que toutes ses ramifications, & le total des arteres moindre que le total des veines; en un mot que le sang passe toujours d'une cavité moindre dans une plus grande, puisque le sang, qui, selon M. Helvetius, n'a pris de l'air dans le poumon que pour se condenser, se raréfie toujours ensuite pendant tout son cours, & demande par conséquent de plus grands vaisseaux, ou les tient toujours plus dilatés à proportion de sa raréfaction. On verra sans peine combien cette pensée s'ajuste naturellement avec les principes établis dans l'*économie animale*.

* p. 17.
& suiv.

Voici encore un éclaircissement important donné par M. Helvetius. Il avoit fait dans tout son Livre un grand usage des vaisseaux lymphatiques. Il y en a de *valvuleux*, dont nous avons fait la description en 1723. * Ils se trouvent sous la premiere enveloppe des principaux visceres, & sont reconnus de tout le monde, aussi-bien que ceux des aines, ceux qui aboutissent au canal thorachique, &c. Mais M. Helvetius en supposoit une infinité d'insensibles répandus par-tout, & les distinguoit même en arteres & veines lymphatiques. Les arteres lymphatiques naissoient immédiatement des arteres sanguines, & s'anastomosant ensuite avec les veines lymphatiques, y reportoient la lymphe superflue, qui de-là passoit immédiatement dans les veines sanguines, pour retourner enfin dans les arteres sanguines. Les arteres & les veines lymphatiques s'anastomofoient ensemble comme les arteres & les veines sanguines. Tout cela a été attaqué, ce nombre infini de vaisseaux lymphatiques, leur distinction en arteres &

* p. 24.
& 25.

26 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE
veines, leurs anastomoses, la naissance des artères. M. Helvétius entreprend de satisfaire à tout.

Il prouve le nombre infini des vaisseaux lymphatiques, par cette espèce de *rosée* assez claire qui suinte de tous les points des surfaces d'une plaie en quelque endroit qu'elle soit faite, qui enduit ces surfaces, & fait la réunion des parties séparées. C'est là sans doute de la lymphe, & une lymphe nourricière. Il y a donc par-tout des vaisseaux lymphatiques. Si l'on fend une portion d'un intestin d'animal mort depuis peu, on y découvrira même avec les yeux seuls, des vaisseaux extrêmement fins, dont les uns sont remplis d'une liqueur rouge, les autres d'une claire & transparente. Quand on sépare les feuillets dont sont composées les membranes qui enveloppent les muscles, on n'a qu'à toucher ces feuillets du bout du doigt, ou y appliquer à l'instant un linge, on les trouve humectés d'une légère liqueur aqueuse qui en sort. Ces filets n'étoient-ils pas, selon toutes les apparences, des vaisseaux lymphatiques ? car on ne doit pas craindre de multiplier trop le nombre des vaisseaux du corps animal.

Qu'on injecte une liqueur fine dans les artères d'un intestin, & qu'ensuite on prenne une pareille portion d'un autre intestin, où l'on ne fasse point d'injection. Si on sépare les différentes membranes de ces deux portions, on distinguera aisément dans celle qui n'a point été injectée les vaisseaux rouges ou sanguins, d'avec les transparens ou lymphatiques, ainsi que nous venons de le dire. Dans l'autre portion tous les vaisseaux seront également remplis de la liqueur injectée, & on ne distinguera point les deux espèces. La liqueur qu'on a injectée par des vaisseaux sanguins, a donc passé dans les lymphatiques, ceux-ci prennent donc naissance des autres ; & comme les vaisseaux sanguins étoient des artères, les lymphatiques en sont donc aussi. La lymphe séparée dans le vaisseau lymphatique d'avec le sang, avec qui elle rouloit dans le vaisseau sanguin, a dû conserver dans son nouveau cours sa première direction de

mouvement, comme si elle avoit passé d'un vaisseau sanguin dans un autre ; or sa premiere direction de mouvement étoit, pour ainsi dire, arterielle, c'est-à-dire, que la liqueur alloit du cœur vers les extrémités, la seconde direction est donc artérielle pareillement : or c'est cette direction qui fait qu'un vaisseau est artere ou veine. Enfin les veines lymphatiques étant constantes, seroit-il possible qu'il n'y eût point d'arteres de cette espece ? Les raisons qui rendent la circulation du sang nécessaire, ne sont-elles pas les mêmes pour la circulation de la lympe, & d'autant plus que c'est la lympe qui nourrit tout le corps ?

Quant aux anastomoses des arteres & des veines lymphatiques, la question est moins importante. M. Besse prétend en général que les extrémités des arteres ne se déchargent point immédiatement dans les petits canaux qui font l'origine des veines ; mais qu'il y a une espece de tissu spongieux où les derniers petits canaux artériels aboutissent, & où naissent les premiers petits canaux veineux ; que les uns y ayant déchargé leur liqueur, les autres l'y prennent, à peu près comme des tuyaux prendroient dans un marais une certaine quantité d'eau qui rencontreroit leurs orifices. De grands Anatomistes ont embrassé cette idée. M. Helvetius soutient que ce tissu spongieux n'a jamais pu être ce qu'on appelle *démontré* en Anatomie, & qu'il est absolument inutile d'y avoir recours, puisque l'on conçoit sans peine que les arteres & les veines ne soient qu'un canal continu, mais si fin & si délié lorsqu'il cesse d'être artériel, & commence à être veineux, & d'ailleurs mêlé & embarrassé avec un si prodigieux nombre de pareils canaux, si replié, si tortueux, qu'il sera impossible aux meilleurs microscopes d'y rien reconnoître sûrement.

Nous n'en dirons pas davantage sur la Réponse de M. Helvetius, quoique ce que nous supprimons soit justement ce qu'il y a de plus utile pour la pratique de la médecine : mais cela même deviendroit inutile, à moins que d'être rendu dans un aussi grand détail que celui du livre,

v. les M.
p. 23. &
260.

NOUS renvoyons entierement aux Mémoires
Deux Ecrits de M. Winslow sur la circulation du
sang dans le fœtus.

v. les M.
p. 323.

Et l'Extrait de divers Mémoires de M. Sarrazin sur le
Rat musqué.





C H Y M I E.

SUR L'ART DE FAIRE LE FER-BLANC.

LEs recherches de M. de Reaumur sur le fer, dont nous avons rendu compte en 1722 * & les grandes entreprises qu'il a faites sur ce sujet, l'ont conduit naturellement à l'art de faire le fer-blanc, qui tient à ce qui avoit été son premier & son plus grand objet. Cet art est mystérieux, aussi-bien que celui de convertir le fer en acier: la France est réduite à tirer son fer-blanc d'Allemagne; & deux établissemens qui s'en sont faits chez nous, sont tombés, ou faute de connoissances suffisantes sur le fond de l'art, ou faute de protection. M. de Reaumur va dévoiler tous les mysteres, & rendre l'art si facile, que nous pourrons tout au moins égaler nos voisins, sans avoir même trop de besoin de puissantes protections, dont on n'est pas toujours sûr.

V. les M.
P. 102.

* p. 39.
& suiv.

Le fer-blanc, tel qu'on l'emploie en boîtes, caffetieres, &c. n'est qu'en feuilles assez minces, qui ont été d'abord des feuilles de fer noir, coupées quarrément. L'opération par laquelle on les a coupées, est supposée faite; il ne s'agit plus que de les blanchir.

On les blanchit, non-seulement pour rendre les ouvrages plus agréables à la vûe, mais encore principalement pour les préserver de la rouille, à laquelle le fer est extrêmement sujet. Elle y est produite par la moindre humidité & un fer mince en seroit rongé & détruit en assez peu de tems.

L'étain n'a pas ce défaut, & on en couvre la surface du fer, qui par là est à l'abri de la rouille, & présente à nos yeux une couleur blanche, au lieu de la noire, qu'elle avoit naturellement.

L'étain s'attache si facilement à tous les métaux , qu'il n'y auroit pour *étamer* les feuilles de fer noir , qu'à les plonger dans de l'étain fondu , si ce n'étoit une condition que demande l'adhésion de l'étain au fer ; c'est que la surface du fer soit bien nette , exempte de la moindre crasse , de la rouille la plus légère & la moins sensible. Il est bien sûr qu'on nettoieroit parfaitement le fer avec la lime , mais ce seroit un travail long , pénible , & par conséquent cher , & les Arts sont obligés d'aller à l'épargne ; il a fallu trouver un moyen de nettoyer ou *decaper* la surface du fer , équivalent à quantité de limes qui agiroient toutes à la fois. C'est de le tremper dans quelque eau préparée , propre à enlever toutes les impuretés de la surface. Après cela , pour la rendre encore plus nette , on l'écure avec du sable fin. Les Ouvriers cachent avec soin ce que c'est que cette eau préparée.

M. de Reaumur a découvert qu'en Allemagne , c'est de l'eau où l'on a laissé fermenter du seigle légèrement broyé. De-là vient que dans les disettes de grain on fait cesser les Manufactures de fer-blanc. Ce décapement d'Allemagne , si facile en apparence , ne laisse pas d'être d'ailleurs très-pénible. On met dans des caveaux souterrains les bacquets où trempent les feuilles de fer noir , & la chaleur du feu qu'on y allume pour exciter la fermentation du seigle est si violente , qu'elle ne peut être soutenue que par des Ouvriers tout nus , & qui de plus en ayent contracté l'habitude.

Les Arts ne se perfectionneront qu'à mesure qu'ils seront examinés de près par des Physiciens attentifs , & qui feront des réflexions fines sur les différentes manœuvres , & sur les vûes qu'on s'y propose. M. de Reaumur a pensé que la difficulté du décapement venoit de ce que le fer noir , qui a été vivement chauffé , s'est en quelque sorte vitrifié sur sa surface , parce que les principes du fer étant mal liés , son huile s'en est évaporée en plus grande quantité , d'où il suit qu'il s'est formé sur cette surface une espece de vernis assez dur , où les

acides ne mordent qu'avec peine. On emportera ce vernis, si on excite dans les parties du fer, qui en sont couvertes, une fermentation, qui en les soulevant & les gonflant nécessairement, le détachera. C'est ce que M. de Reaumur a fait avec succès par le moyen de plusieurs eaux aigres. Il n'a fallu que tremper les feuilles de fer dans ces eaux 2 ou 3 fois en deux jours, & les en retirer aussi-tôt pour les exposer à l'air. Les sels introduits par les fêlures, qui se trouvent nécessairement sur le vernis qu'on veut attaquer, aidés de plus par l'humidité de l'air, qui produit toujours la rouille, ont travaillé sous ce vernis, l'ont détaché, & ensuite le seul frottement ordinaire de sable a parfaitement nettoyé la surface de la feuille. De toutes les eaux éprouvées par M. de Reaumur, celle qui cause le plus promptement la fermentation, ou la rouille nécessaire pour enlever le vernis, est celle où l'on a dissous du sel ammoniac. Ce sel a encore un bon effet, l'étain s'étend plus facilement, & plus également sur la surface du fer qui en a pris l'impression. Ainsi se fait un décapement, moins laborieux sans comparaison, & moins rebutant que celui d'Allemagne, & même à moins de frais.

Nous passons sous silence quantité d'observations délicates & utiles, mais qui demanderoient trop de détail. Par exemple, M. de Reaumur a remarqué que toute feuille de fer noir a toujours l'une de ses deux surfaces beaucoup plus difficile à décaper que l'autre; on la reconnoît à ce qu'elle est plus polie. Cette inégalité a un assez grand inconvénient dans la pratique, qui ne donne qu'une action égale des eaux qui décapent. M. de Reaumur fournit des moyens aisés d'y remédier.

Quand les feuilles de fer noir ont été décapées, il reste à les étamer ou blanchir. Il ne suffiroit pas de les tremper dans l'étain fondu, il faut les disposer à le bien prendre, à s'en enduire bien également, & à se l'attacher d'une manière durable, & pour cela il faut l'addition de quelque matière. Le sel ammoniac, dont on les poudreroit après

les avoir mouillées, donne un enduit bien égal quant à la maniere dont l'étain seroit étendu : mais d'ailleurs il donneroit des couleurs ou teintes différentes, & souvent desagréables. De plus, comme il est fort propre, ainsi qu'on l'a vû, à faire rouiller le fer, il arrive quelquefois qu'ayant trop pénétré dans sa substance, il le rouille effectivement, & le ronge. Aussi les meilleurs Ouvriers ne se servent-ils point de sel ammoniac pour blanchir.

Ils mettent sur leur étain fondu dans un creuset une couche de suif, au travers de laquelle passent les feuilles qui vont s'étamer. Mais ce suif n'est pas du suif ordinaire, qui seroit blanc, celui-là est noir; ils disent qu'il est composé, & ne manquent pas d'en faire un mystere.

L'étain fondu se dépouille aisément de sa partie huileuse, qui lie ses autres principes, & quand il en est dépouillé, il se réduit en une chaux qui n'est plus métal, puisqu'elle n'est ni malléable, ni fusible. Cette partie huileuse perdue, il la reprend avec la même facilité; du suif la lui redonnera, & il redeviendra métal. Si une feuille de fer se plongeoit dans le seul étain fondu, elle passeroit d'abord dans la chaux qui seroit à la surface supérieure de cet étain, & ne prendroit là qu'un enduit graveleux & inégal. Le suif qu'on met sur l'étain prévient cet inconvénient, puisqu'il entretient toujours la surface supérieure dans l'état de métal. C'est là certainement un usage du suif: mais il doit encore en avoir quelqu'autre, puisque ce n'est pas du suif ordinaire, mais composé.

Après en avoir bien cherché la composition, M. de Reaumur trouva enfin qu'on y mettoit de la suie de cheminée, ou du noir de fumée : mais il trouva de plus qu'on pouvoit n'y rien mettre, & qu'il suffisoit de le noircir en le brûlant un peu, comme on fait roussir du beurre dans la poêle. M. de Reaumur vit par expérience que ce suif brûlé mettoit le fer dans la disposition de prendre parfaitement l'étain.

Le degré de chaleur de l'étain fondu, est une circonstance
très-

très-importante. S'il est trop chaud, il ne couvre le fer que d'un enduit trop mince; s'il n'est pas assez chaud, il s'attache mal, & par grosses gouttes séparées. La perfection est que l'étain entre dans les plus petits interstices des parties du fer, & qu'il s'y fige aussi-tôt. Pour le 1.^{er} point, il faut que l'étain soit très-fluide, & pour le 2.^d qu'il soit peu chaud : mais comment unir ces deux points, qui semblent opposés ? car la fluidité est l'effet de la chaleur, & lui est proportionnée. M. de Reaumur a trouvé le secret de cette conciliation, en rendant par l'addition de quelque matière inflammable l'étain plus fluide qu'il ne l'est naturellement. Il aura donc avec un moindre degré de chaleur plus de fluidité qu'il n'en eût eu. Cela même découvre la source des avantages qu'on a trouvés au sel ammoniac dans l'art dont il s'agit ici, ce sel a beaucoup de matière huileuse.

Il ne tiendrait plus qu'à nous présentement d'avoir du fer-blanc par nous-mêmes : mais après que la Physique a fait tous ses efforts pour fournir toutes les lumières, quelle énorme distance il y a encore de là jusqu'à une exécution générale & solide ! combien de choses la combattent, la retardent, la traversent ! On sera peut-être étonné quelque jour que nous ayons été si habiles à découvrir, & si négligens à en profiter.

SUR LE BLEU DE PRUSSE.

LE bleu de Prusse est une matière que l'on vante pour avoir tous les avantages qu'on peut désirer dans la Peinture, & qui coûte beaucoup moins que l'azur ou l'outremer. Le secret en a été trouvé en Prusse, mais on l'a eu en Angleterre, & présentement ce bleu s'y fait du moins aussi beau. Les transactions philosophiques en ont publié la composition. M. Geoffroy y a travaillé sur l'instruction qu'elles lui avoient donnée, & n'a pas réussi sans beaucoup de peine, ce qui est assez ordinaire pour toutes les opérations délicates de Chymie, avec quelque soin, & quelque exactitude qu'elles soient décrites.

V. les M.
P. 153 &
220.

La préparation du bleu de Prusse est une si longue suite de différens procédés, que nous ne devons pas entreprendre d'en parler. Il est presque incroyable que l'on se soit conduit dans ce dédale par des vûes déterminées, & en suivant un objet fixe, & il est difficile aussi de concevoir comment le hasard a fait succéder si heureusement les unes aux autres tant d'opérations différentes.

Mais pour en donner quelque idée générale, je suppose que la découverte ait été faite d'une manière dont elle ne l'a pas été selon toutes les apparences, je suppose que l'on ait eû toutes les connoissances nécessaires pour mener le travail de droit fil, & sans s'écarter, & qu'à chaque moment on ait sçû ce que l'on avoit à faire, & comment il falloit s'y prendre.

Quelques indices font voir qu'il y a du bleu dans le fer. L'ancre, qui n'est proprement que du fer, a un œil bleu, quoique très-obscur, & très-foncé. Les eaux ferrugineuses, comme celles de Passy, prennent par la noix de galle une couleur bleue. Quelques Chymistes tirent du fer une teinture bleue par le moyen du sel ammoniac, enfin l'acier bien poli, chauffé à un feu modéré, prend une couleur bleue, & cette observation marque de plus que les autres, que ce qui est bleu dans le fer, c'est une substance légère qu'un petit feu fait élever à sa surface. Or on sçait d'ailleurs qu'il y a dans le fer beaucoup de matière huileuse, de bitume, qui est même assez mal lié avec les autres principes, ou plutôt est en trop grande quantité pour être par-tout étroitement lié avec eux. C'est ce bitume qui doit être la base du bleu qu'on veut faire.

Mais certainement il est trop compacte, & sa couleur bleue trop enveloppée. Il faut l'étendre & le diviser très-finement, ce qui ne se peut que par une dissolution. Les matières huileuses, & les sels alkali sont les dissolvants naturels des bitumes. Apparemment plusieurs huiles végétales ont été essayées sans succès, on a eu recours aux huiles animales, & on a été content du sang de bœuf calciné, & réduit en

poudre fine. Pour l'alkali, on a pris le plus puissant de tous, le sel de tartre.

Le bitume du fer est attaché à une terre métallique jaune. Cette terre altereroit la couleur bleue du bitume, quelque raréfié qu'il fût. L'art de la Chymie le transporte de dessus sa terre jaune sur une autre blanche qui est celle de l'alun, & alors la couleur bleue non-seulement n'est plus altérée par le fond qui la soutient, mais de sombre & de trop foncée qu'elle étoit, elle en devient plus claire & plus vive. Les Chymistes comprendront aisément comment se fait ce transport du bitume ferrugineux; quand les principes d'un mixte on été séparés par la dissolution, il n'y a qu'à leur présenter ceux d'un autre mixte, avec lesquels ils auront plus de cette affinité, de ce rapport dont M. Geoffroy a donné les loix, * & ils s'uniront aussi-tôt à ces nouveaux principes.

Il faut observer que ce bitume qu'on veut avoir, on ne le cherche pas dans du fer en substance, mais dans du vitriol, où le fer est déjà très-atténué, très-subtilement dissous, & par conséquent son bitume déjà fort étendu.

Il y a donc trois liqueurs nécessaires pour le bleu de Prusse, une lessive de sang de bœuf calciné avec le sel alkali, une dissolution de vitriol, & une dissolution d'alun.

De toutes les opérations résulte une matière que M. Geoffroy nomme *fécule*, ou *petite lie*. Elle est d'un vert de montagne, mais détrempée dans l'esprit de sel elle devient dans l'instant d'une belle couleur bleue foncée, & c'est là le bleu de Prusse.

M. Geoffroy juge que ce vert de montagne venoit d'un reste de terre jaune du fer, attachée encore à son bitume bleue, car le mélange du jaune & du bleu fait du vert, & que l'esprit de sel en dissolvant ce reste de terre jaune empêche le bleu de se changer en vert, & le fait paroître tel qu'il est. L'esprit de sel peut aussi dissoudre une quantité superflue de la terre alumineuse à laquelle le bitume de fer s'est joint. Cet esprit ne touchera point à une autre portion

* V. l'Hist.
de 1718.
p. 35.

36 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE
de cette terre, enduite du bitume, qui la préservera de son
action.

Le fond de la préparation du bleu de Prusse étant une fois bien assuré, M. Geoffroy n'a pas manqué d'éprouver si en substituant d'autres matieres il auroit le même bleu, ou quelles variétés elles y apporteroient, ou enfin quelles couleurs il auroit par des additions de matieres nouvelles. C'est là un sujet de recherches infini, que M. Geoffroy n'épuisera pas, & dont nous détacherons seulement ce que ses expériences lui ont appris de plus important.

Il ne trouva point d'abord que les matieres végétales pussent être employées à la place du sang de bœuf, & il conçut qu'il falloit s'en tenir aux animales. En effet la corne de cerf, par exemple, lui réussit, mais il vit avec quelque surprise qu'il n'en étoit pas de même de l'huile distillée de cette même corne. D'où pouvoit venir cette différence ? il s'avisa de rejoindre à cette huile la tête morte ou le charbon, qui s'en étoit séparé dans la distillation, & après en avoir formé avec le sel alkali cette espece de savon par où il faut que l'opération commence, & avoir suivi le reste du procédé Anglois, il eut un très-beau bleu & en assez grande quantité.

De là il soupçonna que le charbon pouvoit n'être nécessaire que comme charbon, & non comme charbon animal, & l'expérience l'en assûra. Le simple charbon de bois prit avec succès la place du sang de bœuf, ce qu'assûrément les premieres idées qu'on avoit prises sur cette opération, ne permettoient pas d'espérer. Avec une circonstance que M. Geoffroy observe dans cette nouvelle maniere de faire le bleu, il en a presque deux fois autant que par le procédé Anglois, & il l'a plus foncé.

Il juge par les faits qu'il a entre les mains, que le bitume bleu de fer, qu'il s'agit de dissoudre très-finement, le fera d'autant plus qu'il sera dissous plus vivement, & avec plus de force, qu'il faut donc lui fournir un dissolvant très-actif & très-animé, qui sera le principe inflammable, la

matiere du feu rassemblée en grande abondance dans quelque mixte, qu'il y en a plus dans le charbon, que dans quelque huile que ce soit, parce que le charbon est une huile extrêmement concentrée par les acides du mixte, & d'où toutes les parties aqueuses qu'elle contenoit ont été chassées. Par cette raison il change le procédé Anglois sur un point, qui est la circonstance avantageuse dont on vient de parler, il ne laisse pas refroidir le mélange calciné de sel alkali & du sang, ou du charbon, & il a soin de conserver toute sa matiere ignée pour l'usage auquel il la destine.

La facilité que M. Geoffroy a trouvée à substituer le charbon de bois au sang, ou aux huiles animales, lui a rappelé une pensée qu'il eut en 1705.* & qui lui parut à lui-même un grand paradoxe. Il n'y a point de cendres de plantes sans fer, quelques précautions que l'on prenne pour les avoir d'une maniere qui éloigne tout soupçon que du fer puisse s'y être mêlé, il se produit toujours un peu de fer quand on fait des cendres de plantes, & par conséquent il s'en peut produire dans l'opération du bleu, lorsqu'on y emploie le charbon de bois calciné; & pulvérisé comme il l'est, & ce nouveau fer qu'on n'attendoit pas, & qui se joint à celui du vitriol, rendoit le bleu plus abondant, ainsi qu'il l'est en effet. C'est un fer naissant, très-fin, très-délié, analogue à celui que le vitriol renferme.

Ce qui semble mettre cette idée hors de doute, c'est qu'en retranchant de l'opération le vitriol, qui en étoit la base, puisque lui seul fournissoit le fer, M. Geoffroy a eu du bleu par le charbon du bois, mais à la vérité en une quantité fort petite. Il a par la même raison retranché l'alun, qui ne servoit qu'à fournir sa terre blanche au bitume du fer; au lieu de la terre jaune à laquelle il étoit auparavant attaché, & il semble certainement qu'on ne pouvoit gueres s'éloigner davantage du premier point, d'où l'on étoit parti, du moins quant à la théorie.

Cependant M. Geoffroy s'en est encore éloigné sur une

* V. l'Hist.
de 1705.
p. 64. &
65.

chose de pratique, & qui suppose l'opération faite pour avoir le plus de bleu qu'il se puisse. Cet esprit de sel que l'on croyoit nécessaire pour changer en bleu le verdâtre de la fécule, ne l'est point, il ne faut que laisser la fécule exposée à l'air, & la remuer de tems en tems, pourvû néanmoins que le degré de calcination du sel alkali & du charbon ait été bien juste. M. Geoffroy donne le moyen de le reconnoître. On gagne doublement à retrancher l'esprit de sel, car on en a plus de fécule bleue.

Il est arrivé à M. Geoffroy ce qui arrive ordinairement aux Chymistes, & les paye de leurs travaux inutiles, il a trouvé ce qu'il ne cherchoit pas, un moyen facile & prompt de faire le savon tartareux de Starkey, qui demandoit une opération de six mois & beaucoup de sujétion.

Encore un fruit de ses recherches, c'est de répondre clairement & sans peine à M. Henckel Chymiste Allemand, qui ayant trouvé par une certaine opération une matiere bleue qui le surprenoit, demandoit aux Sçavans ce qu'ils pensoient sur l'origine de ce bleu. Tout le mémoire de M. Geoffroy est une réponse à M. Henckel. Il est bien naturel qu'un habile homme, faute d'avoir les yeux tournés d'un certain côté, n'ait pas vû ce qu'un autre voyoit à plein.

V. les M.
p. 57.

NOUS renvoyons entierement aux Mémoires l'Ecrit de M. Geoffroy le cadet sur un métal qui résulte de l'alliage du cuivre & du zinc.



BOTANIQUE.

SUR UN ARBRISSEAU D'AMERIQUE

qui porte de la Cire.

C E sujet a déjà été traité en 1722 * : mais il va l'être avec plus d'étendue, & plus d'exactitude, parce qu'on a eu de nouvelles instructions. p. II.

Dans tous les endroits tempérés de l'Amérique septentrionale, comme dans la Floride, à la Caroline, à la Louisiane, &c. Il y a un petit arbrisseau, qui porte un fruit dont on tire une cire propre à faire de la bougie.

M. Alexandre Chirurgien, qui est à la Louisiane, & correspondant de M. de Mairan, l'a informé, & par conséquent aussi l'Académie, des recherches qu'il a faites sur cet arbre. Il n'en a pu apprendre le nom, les Sauvages ne lui en ont pas donné, ou ceux à qui il s'est adressé ne le sçavoient pas, mais il en a envoyé une description exacte, & bien détaillée, avec les feuilles même, les fleurs & les fruits. Il a envoyé aussi de la cire toute faite.

Il croit, car il ne se croit pas encore assez fondé à l'assurer positivement, qu'il y a deux especes de cet arbrisseau, l'une stérile, l'autre fertile. Les fertiles fleurissent en Février & Mars, & les graines sont mûres depuis Octobre jusqu'en Janvier au plus tard. Elles sont de la grosseur d'un petit grain de coriandre dans leur parfaite maturité, vertes au commencement, ensuite d'un gris cendré. Elles renferment, dans leur milieu un petit noyau osseux assez rond, couvert d'une peau verte chagrinée, & qui contient une semence & ce noyau est enveloppé d'une cire qui remplit tout le reste de la graine ou fruit. Cette cire est luisante, sèche, friable, disposée en écailles sur la peau du noyau.

Il est très-aisé d'avoir cette cire. Il n'y a qu'à faire bouillir

des grânes dans une quantité suffisante d'eau, & les écraser grossièrement contre les parois du vaisseau pendant qu'elles sont sur le feu. La cire se détache des grânes qui la renfermoient, & vient nager sur la superficie de l'eau. On la ramasse avec une cuillier, on la nettoye en la passant par un linge, & on la fait fondre de nouveau pour la mettre en pains.

Un arbrisseau bien chargé de fruits en a 6 livres, & une livre de fruit donne $\frac{1}{4}$ de cire. Il est difficile de déterminer au juste, combien un homme pourroit ramasser de ces grânes en un jour, parce que ces arbres, qui croissent sans culture & sans art, sont répandus çà & là, tantôt plus, tantôt moins écartés les uns des autres, selon que différens hasards les ont semés; cependant M. Alexandre juge à peu près qu'un homme ramasseroit aisément en un jour 16 livres de grânes, ce qui donneroit 4 livres de cire. Cette grande facilité, qui deviendroit beaucoup plus grande par des plantations régulières de ces arbres, & le peu de frais qu'il faut pour tirer la cire, seroient fort à considérer, si cette matiere devenoit un objet de commerce.

La cire qui se détache par les premières ébullitions est jaune, comme celle qui vient de nos abeilles, mais les dernières ébullitions la donnent verte, parce qu'alors elle prend la teinture de la peau, dont le noyau est couvert. Toute cette cire est plus sèche & plus friable que la nôtre. Elle a une odeur douce & aromatique assez agréable.

M. Alexandre a remarqué sur plusieurs pieds d'arbrisseaux que leur graine étoit empreinte d'une substance lacqueuse aussi vive que celle de la plus belle gomme-lacqué ordinaire, mais en si petite quantité que ce ne seroit pas la peine de la recueillir. Peut-être deviendroit-elle plus abondante par la culture.

Les feuilles, les fleurs & les fruits ont une odeur approchante de celle du myrte & un goût amer, & fort astringent. De là M. Alexandre juge que toutes ces parties pourroient avoir un usage médicinal, tant intérieurement, qu'extérieurement.

qu'extérieurement dans toutes les occasions où il faut rétablir & fortifier le ressort des parties relâchées. L'Extrait solide de la décoction des graines dont on a séparé la cire, est un remède souverain pour toutes sortes de dévoyemens. La dose en est depuis 4 grains jusqu'à 8. L'eau distillée des feuilles a encore plus de vertu que celle du Myrte, pour remédier aux relâchemens, que l'enfantement peut avoir causés.

La culture de cet arbre ne deviendra un article important, qu'en cas que l'on se résolve à profiter de ce don de la Nature. Mais M. Alexandre ne laisse pas de hasarder ses soins & ses recherches, pour sçavoir si cette plante vient mieux de graine, ou de bouture, quel terroir lui convient le mieux, &c. Les Observateurs font assez souvent des avances, & des frais inutiles.

M Marchant a lû la Description de la *Galega vulgaris* M. C. B. Pin. 352. de l'*Anonis Americana*, folio latiori subrotundo. J. R. Her. 409. de l'*Anil sive Indigo Guadalu-pensis*. H. R. Pat. append. & de l'*Origanum spicatum montis Sipyli foliis glabris*. Wehler. Itiner. 206.





GEOMETRIE.

SUR LES COURBES QUI EN COUPENT *une infinité d'autres à Angles droits.*

V. les M.
P. 130.

QU'UN demi-cercle soit décrit sur une ligne droite indéfinie, dont une partie déterminée sera son diamètre; que d'un point quelconque de ce demi-cercle on lui tire une tangente terminée à la ligne indéfinie, & que du point où elle s'y termine pris pour centre, & sur la tangente prise pour rayon, on décrive un cercle, il est clair que ce cercle coupera à angles droits le demi-cercle au point où il est touché par la tangente; car ce cercle est perpendiculaire à cette tangente, qui est son rayon, & par conséquent aussi au demi-cercle, dans le point où elle en est tangente.

Maintenant si l'on conçoit qu'un autre rayon du même cercle, tel qu'un 2^d demi-cercle qui aura la même origine, ou partira du même point que le 1^{er} en puisse être touché, le cercle coupera encore à angles droits par la même raison ce 2^d demi-cercle, qui aura nécessairement un diamètre différent de celui du 1^{er}, posé sur la même droite indéfinie.

Et comme il peut y avoir une infinité de rayons du même cercle, tels qu'ils soient toujours des tangentes de différens demi-cercles, il y aura une infinité de ces demi-cercles tous coupés à angles droits par le même cercle.

On voit déjà par-là qu'il est possible qu'une courbe en coupe à angles droits une infinité d'autres, qui auront une origine ou un sommet commun; & il est très-apparent que le problème pourra être élevé à une plus grande universalité. On pourra demander quelle est la courbe qui coupera

à angles droits une infinité de courbes données, qui auront un même sommet.

Quand les courbes données, & qui doivent être coupées, changeront de nature, il est évident que la courbe coupante en changera aussi. Si, par exemple, au lieu des demi-cercles qui étoient les courbes à couper, c'étoient des Paraboles, on verra aisément qu'elles ne seroient plus coupées à angles droits par le cercle qui coupoit les demi-cercles. Car les demi-cercles étant tous touchés par différens rayons du cercle coupant, il suivoit de là que la partie de leur soustangente, comprise entre leur sommet commun, & le centre du cercle coupant, étoit toujours, & ne pouvoit être que constante : or si on substitue aux demi-cercles différentes paraboles qui aient le même sommet, cette partie de leur soustangente variera toujours, puisqu'elle sera toujours égale à l'abscisse correspondante. Donc un même cercle ne pourra couper à angles droits toutes les paraboles. Ce sera donc quelque autre courbe.

Les courbes à couper étant données, il faut pour déterminer la coupante, qu'on la puisse tirer de ce qui sera donné dans les courbes à couper, de quelque propriété qui leur sera commune ; & il faut que par cette propriété, on passe de la nature des courbes coupées à celle de la coupante. Cette condition pourroit manquer à la propriété qu'on donneroit aux courbes à couper, & en ce cas-là le problème seroit impossible.

Pour le rendre possible, & aussi général qu'il se puisse, M. Leibnits, qui en est l'Auteur, a donné pour propriété commune aux courbes à couper, que le rayon de leur développée eût toujours un rapport constant quelconque à sa partie comprise entre la courbe & l'axe, qui est la droite indéfinie que nous avons posée d'abord.

Cette propriété a la condition requise. Il s'ensuit que la soustangente de la coupante sera toujours la même que la soustperpendiculaire, ou soustnormale de chaque coupée, puisque le rayon de la développée de chaque coupée, sera en

même tems perpendiculaire à cette coupée, & tangente de la coupante : or quand on a l'expression générale de la sou-tangente d'une courbe, on en tire par le calcul intégral la nature ou l'équation de cette courbe. Les souperpendiculaires connues des coupées donneront donc l'équation de la coupante.

Il est visible que la propriété commune aux courbes à couper, les rend nécessairement semblables. On ne pourroit pas, par exemple, proposer dans ce problème pour courbes à couper des paraboles & des hyperboles, quoiqu'elles eussent le même sommet, & le même axe.

Le centre d'un cercle étant toute sa développée, ce qui lui est particulier, & par conséquent le rayon de sa développée n'étant que son propre rayon, il y a entre le rayon de la développée du cercle, & la partie de ce rayon comprise depuis l'axe jusqu'au cercle, un rapport constant, qui est celui d'égalité, ou de 1 à 1, puisque le rayon du cercle est compris tout entier entre l'axe & le cercle. De là vient que les demi-cercles que nous avons considérés d'abord, étoient des courbes propres à être coupées à angles droits par une même courbe, qui se trouve être aussi un cercle.

La cycloïde est telle que le rayon de sa développée est toujours double de sa partie comprise entre l'axe & la cycloïde, & par conséquent une infinité de cycloïdes pourront être coupées à angles droits par une même courbe.

Mais il s'en faut bien que toutes les courbes n'aient ce rapport constant du rayon de la développée à sa partie. La parabole, par exemple, ne l'a pas ; son rayon de la développée a un rapport toujours variable & croissant à sa partie comprise entre l'axe & la parabole. Les paraboles ne peuvent donc être du nombre des courbes qui seront coupées à angles droits par une même courbe, ou du moins du nombre de celles que demande le problème de M. Leibnits.

C'est déjà un problème très-difficile que de trouver l'équation générale des courbes en qui le rayon de la

développée aura ce rapport constant quelconque, & la difficulté augmente encore beaucoup, quand il faut après cela trouver aussi en général l'équation de la courbe coupante, quelles que soient les coupées dans la condition prescrite.

Aussi dans la contestation qui s'éleva entre M. Newton, & M. Leibnits, sur la découverte du calcul des Infinitement petits, les Anglois d'un côté, & de l'autre les partisans de M. Leibnits ayant marqué, comme il est fort naturel dans une dispute, des prétentions réciproques de supériorité en ces matieres, M. Leibnits crut ne pouvoir mieux embarrasser le parti ennemi, qu'en lui donnant ce problème à résoudre. Il a été résolu par les Géometres Anglois, & la victoire, qui n'eût peut-être pas été décidée par là, est demeurée indécise. La beauté & la difficulté du problème a piqué aussi d'autres Géometres que ceux qui étoient défiés. M. Bernoulli ne pouvoit manquer d'en donner une solution.

M. Nicole en donne aussi une; mais en suivant une route nouvelle, par où il est conduit à des intégrations qui sont présentement ce qu'il y a de plus fin dans la Géométrie. Lorsque par l'expression que l'on a d'une grandeur infiniment petite, on veut trouver le Tout fini, dont elle est la partie infinitième, il arrive souvent que ce Tout ne peut être exprimé par une grandeur simple, mais seulement par une suite infinie décroissante de grandeurs, dont la somme ne sera que finie, & égale au Tout cherché. Il s'en faut beaucoup que l'art de la Géométrie ne puisse trouver les sommes finies de toutes les suites infinies, qui certainement n'ont pas d'autres sommes. Quand ces sommes ne se peuvent trouver, on n'a que des valeurs approchées de la grandeur qu'on cherche, & d'autant plus approchées que l'on prend la somme d'un plus grand nombre de termes de la suite infinie. On sçait aussi que plus la suite est *convergente*, c'est-à-dire, plus les termes de son origine sont grands par rapport à ceux de son extrémité, plus un petit nombre de ses termes pris à son origine, approchera d'être égal à la somme totale, & moins il y aura d'erreur à négliger tous

les autres termes, quoiqu'en nombre infini. Mais enfin ce n'est point là une somme ou une intégration exacte.

Il n'y a point de grandeur finie, je dis même de celles qui peuvent avoir une expression simple, qui ne puisse être exprimée par une infinité de différentes suites infinies. Il y a donc de l'art, quand il s'agit de grandeurs qui ne peuvent être exprimées que par des suites infinies, à trouver les plus convergentes qui les puissent exprimer.

Les plus convergentes de toutes les suites, ce sont celles qui après un certain nombre fini de termes, n'en ont plus aucun qui ne devienne zero. Cela arrive par des Coëfficiens indéterminés, qui multiplient chaque terme, & dont on retranche toujours des nombres croissans à l'infini. Il faut de plus que d'un terme à l'autre les coëfficiens précédens multiplient les suivans, &, pour ainsi dire, s'accumulent. Quand par la valeur déterminée qu'on vient à donner à ces Coëfficiens, il y en a un égal au nombre qu'on en retranche, il devient zero, & par conséquent aussi le terme de la suite qu'il multiplie, & pareillement les coëfficiens suivans, où il sera répété. Alors la valeur cherchée ne sera donc que la somme d'un nombre fini de termes, & l'intégration sera parfaite & exacte.

C'est par-là que M. Nicole détermine les cas où les courbes soit coupées, soit coupantes, que son Analyse lui fait naître, sont géométriques ou mécaniques. Dans le 1^{er} cas leurs Ordonnées s'expriment par des suites dont un nombre fini de termes fait la somme exacte. Dans le 2^d c'est le contraire. Mais le mérite de ces sortes de recherches ne peut être bien connu que de ceux qui en ont éprouvé par eux-mêmes toutes les épines, & qui ont eu l'audace de s'engager dans ces ingénieux labyrinthes.

SUR L'INSCRIPTION DU CUBE DANS L'OCTAÈDRE.

SOIT une pyramide régulière à 4 faces, qui soient 4 triangles équilatéraux égaux, sa base sera par conséquent égale au carré d'un côté quelconque des triangles. Si on conçoit que cette base soit commune à cette 1^{re} pyramide, & à une 2^{de} égale & semblable, les deux ensemble feront une octaèdre, corps à 8 faces, & l'un des 5 corps réguliers. Il s'agit d'inscrire un cube dans l'octaèdre, c'est-à-dire, en imaginant l'octaèdre entierement creux, d'y poser un cube de façon que ses 8 angles solides s'appuient chacun sur un point de la surface intérieure de l'octaèdre. Comme l'octaèdre est composé de deux moitiés parfaitement égales, qui sont les deux pyramides, on peut pour plus de facilité concevoir qu'il ne s'agit que d'inscrire dans une pyramide la moitié d'un cube, ou de la poser de façon dans la pyramide, qui sera, si l'on veut, la supérieure, que les 4 angles solides supérieurs du cube tronqué s'appuient sur 4 points de la pyramide; car il est évident que les 4 angles solides inférieurs du cube entier s'appuieront de même sur 4 points correspondans de la pyramide inférieure.

V. les M.
P. 207.

La base commune des deux pyramides étant un carré, toutes les sections d'une pyramide faites parallèlement à sa base seront aussi des carrés. Il s'agit donc d'inscrire dans quelqu'un de ces carrés la face supérieure du demi-cube, qui est aussi un carré. Je dis dans *quelqu'un de ces carrés*. Car s'il ne s'agissoit que d'inscrire dans l'octaèdre un parallépipède ou prisme quadrilatère, dont deux faces opposées ou bases fussent des carrés, sa hauteur étant indéterminée, aussi-bien que ces deux faces carrées, il est clair qu'on le pourroit inscrire dans tout l'octaèdre, en variant toujours ses deux bases & sa hauteur; car on trouveroit par-tout pour ses deux bases, deux carrés égaux dans deux plans parallèles des deux pyramides, & sa hauteur seroit la ligne quelconque.

qui les joindroit : mais dans un cube il faut que la hauteur soit égale au côté de la base quarrée, & cela assujettit à un certain choix pour le plan où l'on doit inscrire la face quarrée du cube.

Un triangle équilatéral étant inscrit dans un cercle ; si du centre de ce cercle on tire un rayon parallèle à un côté qu'on aura pris pour base du triangle, ce rayon coupera un autre côté du triangle en un point tel que la partie de ce côté qui sera vers la base sera $\frac{1}{3}$ de ce côté. C'est par ce point pris sur l'un des triangles équilatéraux d'une pyramide qu'Euclide mene un plan parallèle à la base de la pyramide ; & ce plan est celui où il inscrit une face du cube qui sera inscrit à l'octaèdre. La maniere dont il inscrit la face quarrée du cube dans ce plan, qui est quarré aussi, est que chaque angle du nouveau quarré, soit au milieu d'un côté du premier. Il est démontré que le nouveau quarré parallèle à la base d'une pyramide, en sera à une distance qui fera la moitié du côté de ce quarré, & par conséquent le double de cette distance sera la hauteur d'un cube inscrit à l'octaèdre.

Un Auteur assez fameux, qui a écrit sur Euclide, s'étant écarté de cette démonstration, M. Clairaut, qui enseigne les Mathématiques avec succès, s'aperçut de l'erreur ; & pour plus de sûreté, il en consulta M. de Mairan, qui se mit à examiner à fond toute cette matiere.

Il vit que le cube d'Euclide n'est pas le seul qui se puisse inscrire dans l'octaèdre. Ce problème reçoit une infinité de solutions, mais dans certaines bornes.

On peut inscrire dans un quarré donné une infinité de quarrés différens en grandeur & en position. Le plus grand de tous est le quarré donné lui-même, ou ce qui revient à la même chose, un quarré égal au donné, qui aura ses angles dans ceux du donné, & par conséquent la même position. Si l'on inscrit un autre quarré qui n'ait plus la même position que le donné, mais une un peu différente, c'est-à-dire, qui ait ses angles peu éloignés de ceux du donné, &
appuyés

appuyés tous quatre sur ses côtés, on verra que ce quarré différent du donné en position sera aussi nécessairement moindre, & n'enfermera pas un aussi grand espace. Plus un quarré inscrit s'éloignera de la position du donné, plus il sera petit, & enfin il sera le plus petit qu'il puisse être, quand sa position sera la plus différente qu'il se puisse de celle du donné, ce qui arrivera lorsque ses 4 angles seront au milieu des 4 côtés du donné, car après cela ses angles ne peuvent plus que se rapprocher de ceux du donné, ou sa position de celle du donné.

Dans le plan quarré qu'Euclide détermine, le quarré qu'il y inscrit pour être la face de son cube est donc le moindre qui puisse y être inscrit, & l'on y en pourroit inscrire une infinité de plus grands: mais ces quarrés plus grands n'appartiendroient plus à des cubes, parce que leur hauteur ne pourroit être aussi grande que les côtés de ces quarrés; car elle seroit plus grande que celle du cube d'Euclide, & celle de ce cube est précisément celle qu'il faut, vû la distance où seroit à l'égard de la base commune des pyramides le plan quarré où l'on auroit inscrit les différents quarrés. Le cube d'Euclide est donc unique pour le plan déterminé, où il en inscrit une face.

Dans ce plan il a donné à la face de son cube la position la plus défavantageuse par rapport à la grandeur. Il pourroit donc y avoir un plan supérieur, dans lequel, quoique plus petit, parce qu'il seroit supérieur, on inscriroit un plus grand quarré en lui donnant une position plus avantageuse, & ce plus grand quarré pourroit appartenir à un cube. M. de Mairan détermine géométriquement que tout cela est en effet. La ligne menée du sommet d'une pyramide au sommet de la pyramide opposée est égale à la diagonale du quarré qui est leur base commune; si l'on prend la différence de cette diagonale, & du côté, que l'on porte cette grandeur sur le côté d'un triangle équilatéral, & que par le point où elle se terminera qui sera plus élevé que $\frac{1}{3}$ de ce côté, on mène un plan parallele à la base des pyramides, ce plan

50 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE
même sera la face d'un cube inscrit à l'octaèdre, & plus grand
que celui d'Euclide.

Non-seulement ce cube est plus grand que celui d'Euclide
mais la méthode géométrique le donne pour le plus grand
de tous les cubes inscriptibles à l'octaèdre, & par conséquent
celui d'Euclide pour le plus petit, car ils sont l'un & l'autre
dans les positions les plus opposées qu'il se puisse par rapport
à l'octaèdre. Celui de M. de Mairan a ses angles dans ceux
de l'octaèdre, ce qui donne sa face supérieure la plus avanta-
geuse qu'il se puisse dans le quarré où elle est inscrite, puis-
qu'elle est ce quarré même. Celui d'Euclide a ses angles
appuyés à un certain point des surfaces des pyramides, &
ce point est toujours le centre du cercle où chaque trian-
gle équilatéral seroit inscrit.

On peut comparer, si l'on veut, les avantages & les dé-
savantages, ou même l'agrément ou le désagrément des deux
positions contraires de ces deux cubes. Il semble que celui
d'Euclide qui n'appuye que ses angles sur les faces de l'oc-
taèdre soit, à parler à la rigueur, plus inscrit que celui de M.
de Mairan, qui a les 8 côtés de sa face supérieure, & de
l'inférieure, communs avec la surface de l'octaèdre, &
peut-être Euclide a-t-il été prévenu de la pensée que cette
inscription plus légère, pour ainsi dire, & qui ne consiste
que dans des attouchemens de points, étoit la seule inscrip-
tion, comme elle l'est en fait de surfaces, & par-là il n'aura
songé qu'à chercher un cube ainsi conditionné. Il est cer-
tain d'ailleurs que les angles solides de ce cube toujours
appuyés aux centres des cercles où les triangles équilatéraux
seroient inscrits, sont quelque chose de singulier, & d'agréa-
ble à des yeux Géomètres. Mais il est certain aussi que le
cube de M. de Mairan ne laisse pas d'être véritablement
inscrit, & que le problème en devient plus beau, plus cu-
rieux & d'une géométrie plus profonde.

Car puisque le cube de M. de Mairan est le plus grand
de tous les inscriptibles à l'octaèdre, & celui d'Euclide le
plus petit, il y a donc une certaine étendue dans laquelle

on peut prendre l'infinité des cubes, qui seront moyens entre ces deux extrêmes. Cette étendue fera la portion du côté d'un triangle équilatéral comprise entre $\frac{1}{3}$ de ce côté à compter de la base des deux pyramides, & le point où se termine sur ce même côté une ligne égale à la différence de la diagonale de l'octaèdre, & du côté d'un triangle. Tous les plans menés parallèlement à la base par tous les points de cette portion de côté, seront tels qu'on y pourra inscrire la face supérieure d'un cube inscrit à l'octaèdre. Mais comme celle du plus grand cube est le plan même parallèle à la base, & que celle d'un plus petit aura dans son plan une position toute contraire, tous les cubes moyens inscrits auront toujours des positions différentes, & toujours plus différentes de celle du plus grand à mesure qu'ils s'en éloigneront davantage, & seront plus petits.

Si on conçoit que le grand cube devienne successivement tous les autres en s'appetissant toujours, un des angles solides de sa face supérieure descendra donc de dedans l'angle que font entre eux les côtés contigus des deux triangles équilatéraux, jusqu'au milieu d'une ligne parallèle à la base d'un de ces triangles, & tout son chemin sera une courbe, que M. de Mairan trouve par le calcul géométrique qui sera une hyperbole rapportée à ses diamètres ou axes, ou plutôt une portion de cette hyperbole, & son sommet sera le point où s'appuie un angle solide d'un cube d'Euclide.

Un calcul assez aisé fait voir que le plus grand cube n'est pas tout à fait double de celui d'Euclide, qui est le plus petit.

Maintenant si au lieu de cubes on vouloit inscrire dans l'octaèdre des prismes qui eussent deux faces opposées carrées, il est évident qu'il faudroit limiter la question, puisqu'on peut inscrire de ces prismes dans tout l'octaèdre. Il faut donc se réduire, comme fait M. de Mairan à chercher les plus grands prismes inscriptibles. On voit que si on leur donne une grande base ils en auront une moindre hauteur, & réciproquement, d'où il suit qu'il doit y avoir une

certaine combinaison de la base & de la hauteur , la plus avantageuse qu'il se puisse pour produire un grand prisme. Il est bon de remarquer que quand on a déterminé le plan parallele à la base commune des deux pyramides , qui doit être une des bases quarrées du prisme , ou du moins la contenir , la hauteur du prisme est déterminée aussi ; car elle ne peut être que la distance de ce plan à l'autre plan parallele & égal qui est de l'autre côté de la base commune des pyramides.

Il ne s'agit que de trouver par quel point d'un côté d'un des triangles équilatéraux doit passer le plan qui sera la base du plus grand prisme , ou la contiendra. Les regles ordinaires donnent pour ce point le tiers d'un côté , & par conséquent c'est le même point qu'Euclide a trouvé pour son cube.

De-là il suit seulement que la hauteur du plus grand prisme est trouvée , elle ne sera qu'égal à celle du cube d'Euclide : mais la base est encore indéterminée , parce que dans le plan déterminé elle peut avoir une infinité de grandeurs différentes , ou , ce qui revient au même , de positions différentes , qui seront aussi celles du prisme dans l'octaëdre. Il y aura donc une infinité de plus grands prismes , qui ayant tous la même hauteur seront inégaux entre eux par l'inégalité de leurs bases , ou par la différence de leurs positions.

Il peut paroître d'abord étrange qu'au lieu d'un plus grand prisme unique , il s'en trouve une infinité , & qui sont même inégaux , car il n'y en peut avoir qu'un qui soit le plus grand. Mais on verra facilement que chacun d'eux est un plus grand pour sa position , c'est-à-dire que tout autre prisme posé de même par rapport à l'octaëdre sera plus petit quelque base , & quelque hauteur qu'il ait. C'est une infinité de plus grands , dont chacun ne l'est que dans une détermination particuliere , & tous sont renfermés dans une certaine étendue.

Il est évident que le plus grand de tous ces plus grands est le prisme dont la base est le plan même qui a été mené

par le tiers d'un côté. Tous les autres, dont les bases contenues dans cette première feront moindres, & donneront en même tems à leurs prismes des positions moins avantageuses dans l'octaèdre, iront en décroissant jusqu'à celui dont la base appuiera ses angles sur le milieu des côtés du plan, qui contient toutes les bases. Ce dernier prisme est véritablement le cube d'Euclide.

Il s'ensuit que ce cube, qui est le plus petit de tous les cubes inscriptibles, est en même tems le plus grand de tous les prismes inscriptibles, qui auroient la même position que lui dans l'octaèdre.

Il est clair que la base du plus grand prisme est double de celle de ce cube, & par conséquent leur hauteur étant la même, le plus grand prisme inscriptible est double du plus petit, au lieu que le plus grand cube n'a pas tout à fait un si grand rapport au plus petit cube, qui est aussi ce même plus petit prisme. De-là on voit que le plus grand prisme est plus grand que le plus grand cube. Ce plus grand prisme a une moindre hauteur, mais une plus grande base.

Depuis le plus grand prisme jusqu'au plus petit, la variation ne consiste qu'en ce que l'angle solide du plus grand parti de l'extrémité d'une ligne parallèle à la base d'un triangle, vient successivement se placer sur le milieu de cette même ligne. Il ne décrit dans tout son chemin que cette moitié de ligne droite, ou si l'on veut, la ligne entière, puisque tous les plus grands prismes ont la même hauteur, au lieu que dans le chemin correspondant que faisoit l'angle solide des cubes, depuis le plus grand d'entre eux jusqu'au plus petit, il décrivait une courbe, tous les cubes ayant différentes hauteurs.

M. de Mairan a renversé le problème en inscrivant un octaèdre dans un cube donné, ou même au lieu de l'octaèdre deux pyramides égales, qui n'en formeroient plus un, parce que leurs faces ne seroient que des triangles isocèles, & non pas équilatéraux. Il trouve toujours par les principes déjà établis les plus grands & les plus petits que ce nouveau

54 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE
cas produira. Mais nous ne le suivrons pas plus loin. Il ne s'agit guere en geométrie que d'ouvrir des routes, & ceux qui sçavent y marcher se contentent assez souvent de voir le chemin qu'ils y pourroient faire & s'en épargnent la peine.

M. Clairaut lut aussi à l'Académie un écrit sur cette matiere. Il n'avoit en vûe que de découvrir les erreurs de l'Auteur dont nous avons déjà parlé.

SUR UNE NOUVELLE GONIOMETRIE.

V. les M.
p. 282.
* p. 68. &
suiv.

NOUS avons déjà donné en 1724 * quelque idée de la nouvelle *Goniometrie*, ou science de mesurer les angles, proposé par M. de Lagny. Il la pousse présentement beaucoup plus loin, & la substitue à la Trigonometrie ordinaire, non-seulement parce qu'elle est plus simple & plus facile dans la pratique, & qu'elle n'a point comme cette Trigonometrie des limites nécessaires qui arrêtent ses opérations, mais encore parce qu'elle est plus immédiatement déduite des premieres sources, plus lumineuse, ce qui n'est pas d'un prix médiocre pour l'esprit véritablement géometre. Nous allons développer les principes, & exposer le plan de cette nouvelle méthode.

* V. les
M. p. 135.
& suiv.

M. de Lagny a démontré en 1719 * qu'un arc de cercle quelconque, pourvu seulement qu'il soit moindre que le quart de la circonférence, ou 90 degrés, étant conçu avec sa tangente divisée en une infinité de parties égales, auxquelles se terminent autant de lignes ou de sécantes tirées du centre, est exprimé par une suite ou série d'une infinité de termes fractionnaires, qui ont tous pour numérateur le carré du rayon du cercle, & dont les dénominateurs sont les carrés des sécantes prises selon leur ordre, à commencer depuis la plus petite. Il est visible que cette suite est décroissante à l'infini, puisque les numérateurs de ses termes étant constants, les dénominateurs croissent toujours. La somme de l'infinité des termes décroissants de cette suite n'est certainement que finie, & c'est la valeur exacte de l'arc donné ou

proposé : mais on ne peut avoir cette somme , non parce qu'elle est formée d'une infinité de termes , car on a bien les sommes finies de toutes les progressions géométriques décroissantes infinies , mais parce que l'art ne va pas jusqu'à pouvoir sommer en général toutes les suites infinies décroissantes , dont les sommes ne sont cependant que finies.

Non-seulement l'art ne le peut pas , mais il ne doit pas le pouvoir , c'est-à-dire , que la nature de la chose est souvent telle que cela doit être impossible. Toute grandeur incommensurable ne l'est , que parce que son rapport aux grandeurs commensurables , les seules que nous connoissons parfaitement , ne peut être exprimé on peut seulement en approcher toujours de plus en plus , avec la certitude de n'y pouvoir jamais arriver. Ces approximations , quand elles sont réglées par quelque loi , sont des suites infinies , dont les sommes finies donneroient exactement le rapport cherché. Mais par la nature des grandeurs incommensurables il est impossible d'avoir exactement ce rapport , il l'est donc aussi d'avoir ces sommes.

Dans le cas présent , on sçait assez que puisqu'on n'a pas le rapport du diamètre du cercle à sa circonférence , & que selon toutes les apparences il est impossible de le trouver , tout arc de cercle est incommensurable au rayon , ou ne peut être traité que comme s'il l'étoit , & par conséquent tout arc de cercle exprimé par le rayon ne le peut être que comme par une grandeur à laquelle il est incommensurable , c'est-à-dire par une suite infinie telle qu'est celle de M. de Lagny.

Chaque terme de cette suite étant le carré du rayon divisé par le carré d'une des sécantes en nombre infini qui partagent en parties égales la tangente de l'arc supposé : & le carré d'une sécante particuliere quelconque étant la somme de celui du rayon , & de celui de la partie de la tangente de l'arc déterminée par cette sécante particuliere , la suite infinie ne comprend dans son expression que le rayon , & la tangente de l'arc , ou des parties de cette tangente ,

qui font autant de tangentes particulieres de différens arcs moindres que le donné. Ainsi on peut transformer la suite en une autre, dont l'expression ne comprenne que deux grandeurs, le rayon & la tangente de l'arc, mais toujours différemment modifiées dans les différens termes, soit par des élévations à des puissances, soit par des coëfficients. M. de Lagny a fait cette transformation, qui lui donne une seconde suite générale, dont la somme seroit aussi la valeur exacte d'un arc quelconque moindre que 90 degrés, & toujours exprimé par le rayon & la tangente. Les termes de cette suite ont toujours alternativement les signes *plus* & *moins*.

Le rayon ne peut être qu'une grandeur constante pour tous les différens arcs : mais la tangente est toujours variable. Si l'on conçoit un arc infiniment petit, sa tangente qui lui sera alors égale, sera infiniment petite par rapport au rayon, & si l'arc est de 90 degrés, sa tangente sera infiniment grande par rapport au rayon, & c'est par cette raison-là même qu'il faut que l'arc donné soit moindre que 90 degrés ; une tangente infinie ne seroit d'aucune usage. Le rapport de la tangente au rayon, qui commence par être infiniment petit, va toujours croissant dans le fini à mesure que l'arc fini est plus grand, & se termine enfin par être infini à 90 degrés. Si l'on a ce rapport fini en nombres, on n'a qu'à substituer ces nombres aux grandeurs indéterminées qui dans la suite infinie de M. de Lagny sont le rayon & la tangente, & la suite exprime aussi-tôt en parties du rayon ou de la tangente un arc déterminé que l'on cherchoit.

Par exemple, si le rayon & la tangente sont deux grandeurs égales, & toutes deux 1, ce qui arrive quand l'arc est de 45 degrés, on voit que cet arc est égal au rayon ou à la tangente moins $\frac{1}{2}$, plus $\frac{1}{2}$ moins $\frac{1}{4}$, & toujours ainsi de suite à l'infini. Le numérateur des fractions étant toujours 1, & les dénominateurs les impairs consecutifs, & les signes plus & moins toujours alternativement mêlés.

mêlés. Comme l'arc de 45 est la 8^{me} partie de la circonférence, si l'on avoit la forme de cette suite, il ne faudroit que la multiplier par 8 , & l'on auroit en nombres le rapport exact du rayon ou du diametre à la circonférence. Il y a 45 ans que M. de Lagny avoit trouvé cette fameuse formule, sans sçavoir qu'elle l'avoit déjà été par M. Gregory, ou par M. Leibnits.

Il a ôté de la formule générale l'incommodité des signes *plus* & *moins* alternatifs, qui rendroient le calcul trop pénible, & en ôtant toujours de chaque terme qui a *plus*, ce qu'il en faut ôter pour le terme suivant qui a *moins*, il a rendu la suite toute additive, & a montré selon quelle loi se formoient les puissances de ces termes, ou leurs coëfficiens, ce qui donne le moyen de la continuer facilement; & de la pousser aussi loin que l'on veut. Pour l'arc de 45 , la suite que l'on vient de voir, se change en celle-ci, $\frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \frac{2}{81}, \dots$ &c. tous ces termes étant ajoutés ensemble à l'infini.

Le rayon est à la circonférence comme 1 à un peu plus de 6 , mais supposons que ce soit exactement comme 1 à 6 . Alors l'arc de 45 est les $\frac{3}{4}$ du rayon. En ajoutant $\frac{2}{3}$ & $\frac{2}{9}$, les deux 1^{ers} termes de la suite, on a $\frac{76}{420}$ qui ne diffèrent de $\frac{3}{4}$ que de $\frac{11}{420}$. Donc en ajoutant $\frac{11}{420}$ à $\frac{76}{420}$, on auroit $\frac{3}{4}$. Mais à $\frac{76}{420}$ on ajoute $\frac{2}{99}$, 3^{eme} terme de la suite, moindre que $\frac{11}{420}$ de $\frac{249}{41380}$ seulement, où de $\frac{83}{13860}$, de sorte que les 3 premiers termes de la suite vaudroient déjà les $\frac{3}{4}$, à cette petite quantité près, & tous les termes suivans en nombre infini ne vaudroient que $\frac{83}{13860}$. Mais il est certain qu'ils vaudront quelque chose de plus, mais presque infiniment peu, parce que la circonférence est un peu plus de 6 , le rayon étant 1 .

On voit par-là que cette suite est extrêmement *convergente*, c'est-à-dire, qu'elle décroît beaucoup, & pour ainsi dire, rapidement d'un terme à l'autre, ce qui est un grand avantage, car toutes les suites de cette espece ayant cette propriété commune que plus on prend un grand nombre de fois

leurs termes, plus on approche du but, celles qui sont plus convergentes ont cela de particulier qu'avec un nombre égal de leurs termes on approche davantage, & qu'on peut négliger tous les autres en nombre infini avec moins d'erreur. On peut toujours avancer chemin, si l'on veut, mais on voit que dès les premiers pas presque tout le chemin est fait, & que ce n'est pas la peine d'aller plus loin. M. de Lagny démontre que si la tangente est $\frac{1}{7}$ du rayon, chaque terme de sa suite est moindre que $\frac{1}{2401}$ du précédent, ce qui est une prodigieuse décroissance ou convergence.

Un degré d'un arc de cercle est $\frac{1}{90}$ du quart. Une minute en est $\frac{1}{5400}$, une seconde $\frac{1}{324000}$ &c. Si un arc a certain nombre de degrés juste, il n'est divisé qu'en parties qui sont des 90^{mes} du quart du cercle. Si de plus il a un certain nombre de minutes juste, & qu'on ne les néglige pas, il faut le concevoir divisé en des parties qui sont des 5400^{mes} du quart, & toujours ainsi divisé en des parties qui seront de moindres parties du quart à mesure qu'il aura plus de fractions qu'on ne voudra pas négliger. Si cet arc doit être exprimé en parties du rayon & de la tangente, comme dans la formule de M. de Lagny, il est clair que le même raisonnement subsistera pour le fond, & que plus il entrera de fractions dans la grandeur de l'arc, plus il faudra concevoir le rayon & la tangente divisés en un grand nombre de parties. Or la suite de M. de Lagny étant très-convergente, elle donne très-juste l'arc exprimé en si petites parties, qu'elles sont moins que des tierces de degré, ou des quartes, &c.

Mais il y a une considération plus importante à faire. Si un arc a dans sa valeur une dernière fraction juste, quelque petite qu'elle soit, il est commensurable au quart de cercle, mais il est possible que cette dernière fraction juste, il ne l'ait pas, parce qu'il sera incommensurable à ce quart, ce qui arrive souvent, & alors il n'y auroit qu'une suite infinie, qui le pût exprimer par rapport au quart du cercle.

Quand le rayon & la tangente sont commensurables,

l'Arc moindre que 90 est toujours incommensurable au quart de cercle hormis dans un seul cas, c'est lorsque la tangente est égale au rayon. On a déjà vû que l'arc de cette tangente est 45, moitié de 90. La formule de M. de Lagny suppose toujours que le rapport du rayon & de la tangente soit en nombres, & toute formule ou suite infinie formée sur cette supposition donneroit toujours, hormis dans un seul cas, l'arc incommensurable au quart du cercle. Mais aussi celle de M. de Lagny n'est que pour le rapport de l'arc au rayon & à la tangente, grandeurs auxquelles il est toujours incommensurable, & pour cela il faut une suite infinie.

De ce qu'elle donne l'arc par rapport à la tangente, toujours variable selon l'arc, il suit que plus l'arc est petit, plus elle le donne exactement, car le rapport de l'arc à la tangente étant celui d'égalité dans l'infiniment petit, & de-là toujours décroissant, il s'éloigne d'autant moins de cette égalité que l'arc devenu fini est plus petit. Ainsi la formule outre son extrême convergence, sera encore plus précise pour les petits arcs, & c'est un avantage à se ménager, s'il est possible.

Tout cela établi, il ne reste plus qu'à en faire voir l'application à la goniométrie nouvelle.

Tous les triangles sont rectangles, ou se réduisent à des rectangles dans la pratique de la trigonométrie. La goniométrie, qui mesure les angles, n'a donc à considérer que ceux des triangles rectangles, dont un & le plus grand est déjà connu. M. de Lagny suppose que les 3 côtés d'un triangle rectangle, ou deux, ce qui revient au même, soient donnés en nombres. Il cherche le plus petit angle, parce qu'il sera mesuré par un plus petit arc, auquel il appliquera sa formule plus avantageusement. Ce petit angle trouvé, on a le 3^{eme}.

Il y a deux triangles rectangles, dont les angles aigus se trouvent sans aucun calcul, celui dont les deux petits côtés sont égaux, & celui dont l'hypoténuse est double du plus

petit côté ; dans le 1^{er} il est évident que les deux angles aigus sont égaux , & par conséquent chacun de 45 , dans le 2^d , le plus petit angle aigu sera de 30 , parce que si l'on décrit un cercle dont l'hypoténuse de ce triangle soit le rayon , le plus petit côté qui sera le sinus du plus petit angle aigu , sera le sinus de 30 , puisqu'il est la moitié du rayon.

C'est de ce 2^d triangle que M. de Lagny part pour faire une division générale de tous les triangles rectangles en deux classes , ceux dont l'hypoténuse est moindre , & ceux dont l'hypoténuse est plus grande que le double du plus petit côté. De la 1^{re} classe seront , par exemple les triangles dont les côtés seront , 3 , 4 , 5 , ou 20 , 21 , 29 &c. de la 2^{de} , les triangles 5 , 12 , 13 , ou 7 , 24 , 25 &c.

Comme la formule ou suite générale de M. de Lagny ne demande pour la détermination particulière d'un arc que le rapport connu du rayon à sa tangente , il auroit toujours par-là l'arc qui mesureroit le plus petit angle aigu de tout triangle rectangle , en décrivant un cercle , dont le rayon seroit le plus grand des deux petits côtés , car alors le plus petit angle aigu auroit pour mesure un certain arc de ce cercle , & le plus petit côté seroit la tangente de cet arc , & le rapport du rayon à la tangente du plus petit angle seroit donc connu. On pourroit même encore , quand on appliqueroit le tout à la formule , la rendre plus simple , en supposant toujours la tangente égale à 1. quel que fût son rapport au rayon , ce changement de l'expression de ce rapport étant toujours possible & facile , & par-là on se débar-rasseroit dans la formule de toutes les expressions de la tangente élevée à différentes puissances. Mais si on se servoit de cette méthode pour le plus petit angle aigu tel qu'il fût , il se trouveroit souvent qu'il seroit assez grand , & nous avons vu que la formule est plus précise pour les plus petits angles.

Par cette raison M. de Lagny substitue d'abord à sa méthode générale une autre particulière pour les triangles de la 1^{re} classe , selon laquelle il n'aura jamais à mesurer qu'un

angle ou un arc moindre que 15 degrés. Il est démontré que dans tout triangle scalene deux côtés étant donnés avec l'angle qu'ils comprennent, la somme des deux côtés donnés est à leur différence, comme la tangente de la moitié de la somme des deux autres angles cherchés est à la tangente de la moitié de leur différence. Ici, tous les triangles rectangles que l'on considère sont scalenes. Leur angle droit est toujours compris entre deux côtés connus, la somme des deux angles aigus est 90, dont la moitié ou 45 a une tangente égale au rayon. Donc l'analogie précédente devient celle-ci, la somme des deux côtés qui comprennent l'angle droit est à leur différence, comme le rayon est à la tangente de la moitié de la différence des deux angles aigus. Lorsque l'hypoténuse est double du plus petit côté, les deux angles aigus sont 30 & 60, dont la différence est 30, & la moitié de la différence 15. Mais si on conçoit que le plus petit côté demeurant le même, l'hypoténuse en devienne moins que double, on verra aisément que le plus grand des deux petits côtés a décroît, & que si le décroissement de l'hypoténuse continue, le plus grand des deux petits côtés devient toujours moins inégal au plus petit, & qu'enfin il lui devient égal, d'où il suit que les deux angles aigus ont toujours été aussi moins inégaux que dans le cas où l'hypoténuse étoit double du plus petit côté, que par conséquent leur différence a toujours été moindre que 30, & la moitié de leur différence moindre que 15. Ainsi dans tous les triangles de la 1^{re} classe, il n'y a qu'un petit angle à mesurer, & toujours plus petit que 15 degrés à l'infini. Il n'est pas besoin de dire que quand on a cette moitié de la différence du plus petit angle aigu au plus grand, on a tout, car on a donc leur différence, qui ajoutée à 45, moitié constante de leur somme, donne le plus grand, & retranchée donne le plus petit.

Il reste les triangles de la 2^{de} classe, où l'hypoténuse est plus grande que le double du plus petit côté. Comme dans ceux-ci la différence des deux angles aigus est nécessairement plus grande que 30, & toujours croissante à mesure

que le rapport de l'hypoténuse au petit côté excède celui de 2 à 1, on auroit toujours, selon la méthode employée pour les triangles de la 1^{re} classe, des angles plus grands que 15 à mesurer, & plus grands à l'infini, & M. de Lagny a trouvé une autre méthode particulière pour les triangles de la 2^{de} classe, par laquelle on n'aura que des angles moindres que 15 à mesurer. Nous n'en parlerons point, il nous suffit d'avoir exposé les principes & les vûes de la nouvelle goniométrie.

Les tables des sinus, tangentes, & sécantes, sont nécessairement limitées à quelque partie de l'angle qu'elles ne passent point, les plus vastes ne vont qu'à la 6^{me} partie de la minute, de sorte que l'on n'a les angles que de 10 en 10 secondes, & ce sont de gros volumes *in-folio*. Encore faut-il se fier à l'attention & à l'habileté des calculateurs, qui ont fait les tables, & à la fidélité des Imprimeurs. Mais en suivant la méthode de M. de Lagny on seroit toujours par soi-même un calcul assez court, & assez facile, qui iroit dès les premiers pas au de là des secondes, & ensuite si loin qu'on voudroit. Ce n'est pas que dans la pratique il soit presque jamais nécessaire d'aller si loin, mais c'est une sorte d'agrement pour l'esprit de ne se sentir jamais arrêté malgré lui. M. de Lagny a même dressé une petite table d'une seule page qui abrège extrêmement le calcul, & peut tenir la place des gros volumes ordinaires. Mais il faut convenir qu'un usage établi, même chez des gens tels que les Géomètres, est bien puissant.

Nous renvoyons entierement aux Mémoires

Une proposition nouvelle de Géométrie Elémentaire, par M. Nicole.

V. les M.
P. 21.

L'Ecrit de M. Pitot sur des propriétés élémentaires des Polygones irréguliers conscrits au cercle.

V. les M.
P. 45.

Celui de M. Saurin sur la question des plus grandes & plus petites quantités.

V. les M.
P. 138.



ASTRONOMIE.

SUR UNE THEORIE DES COMETES

appliquée à celles de 1707, & de 1723.

LA comparaison des Cometes de 1707 & de 1723 a déjà été ébauchée, * c'est-à-dire que nous avons marqué ce qui pouvoit les faire prendre pour une même Comete revenue au bout de 16 ans, & ce qui pouvoit s'y opposer. Présentement M. Cassini approfondit davantage cette comparaison, & fait voir que ces deux Cometes pourroient être la même.

V. les M.
P. 173.
* V. l'Hist.
de 1723. p.
73. & suiv.

L'hypothese du retour des Cometes demande qu'on les traite de Planetes, d'Astres dont les mouvemens se rapportent au Soleil, en sorte qu'il en soit le centre, ou pour parler plus exactement, le foyer, comme il l'est des mouvemens de toutes les Planetes comprises dans notre tourbillon, ou dans le système solaire. Si les Cometes ne sont pas de cet ordre, il n'est pas impossible qu'elles n'aient encore des retours, mais il sera très-difficile à l'Astronomie de s'en assurer, & enfin elles ne sont pas telles qu'on les suppose ici.

Pourvu que les Cometes aient le Soleil pour foyer de leur mouvement, elles seront des Planetes du système solaire, ou de notre tourbillon, quand même leur mouvement seroit contraire à celui de ce tourbillon, ou d'Orient en Occident, & pareillement s'il étoit du Septentrion au Midi, ou du Midi au Septentrion. Mais ce seroit une grande difficulté pour la Physique que ces mouvemens opposés à celui du tourbillon général, & qui n'en paroissent recevoir aucune altération. Cette difficulté sera entierement

levée, & les Cometes seront bien mieux Planetes, si selon la pensée de M. Cassini elles ne se meuvent que d'Occident en Orient, quoiqu'on les voye se mouvoir selon toutes les directions opposées. Les Planetes ont bien aussi un mouvement d'Orient en Occident, on les appelle alors *rétrogrades*, & il est certain que cette rétrogradation n'est qu'une apparence causée par une certaine combinaison du mouvement de la terre avec celui de la Planete. * De plus quand les Planetes sont *Stationnaires*, ce qui arrive entre une direction & une rétrogradation, ou une rétrogradation & une direction, elles ont aussi un mouvement apparent du Septentrion au Midi, ou du Midi au Septentrion. Cela arrive toujours par leur mouvement réel en latitude, lorsqu'il est assez sensible. Car alors la position & le mouvement de la terre à leur égard étant tels qu'ils leur ôtent toute apparence de mouvement en longitude, puisqu'elles sont stationnaires, leur mouvement en latitude, qui les porte réellement au Septentrion ou au Midi de l'écliptique, & dont l'apparence n'est nullement détruite, les fait voir nécessairement comme allant du Midi au Septentrion, ou du Septentrion au Midi, & cela dans une étendue d'autant plus grande qu'elles peuvent avoir plus de latitude, & que leur station est plus longue. Il est donc possible que des Cometes qu'on voit aller d'Orient en Occident, soient des Planetes telles que les autres, mais *rétrogrades* en ces tems-là, & que celles qu'on voit aller du Midi au Septentrion, ou du Septentrion au Midi soient des Planetes stationnaires. Comme on ne voit qu'une très-petite partie de leur cours, elle ne doit pas faire juger du cours entier, & l'on va prouver que ce peu qui s'en voit laisse une assez grande liberté de prendre ou de supposer ce qui sera conforme à une hypothese physique & vraisemblable par elle-même.

Cette difficulté générale des mouvemens réels des Cometes assez souvent contraires à ceux des Planetes étant ôtée, il ne reste plus qu'à les réduire sur les autres points à la condition des Planetes du système solaire, & en particulier à faire

* V. l'Hist.
de 1709. P.
82. & suiv.

faire voir que celles de 1707. & de 1723. pouvoient être de cette espece, & n'être que la même.

Tout ce qu'on peut avoir sur les Cometes par observation, c'est la direction de leur mouvement, leur vitesse apparente, sur-tout aux environs du périgee, le lieu du périgee, l'angle de l'interfection de la route apparente de la Comete avec l'écliptique, lorsqu'elle vient à la traverser. De-là il faut tirer le mouvement ou la vitesse réelle de la Comete, sa distance réelle à la terre dans son périgee, l'inclinaison du plan de son orbe à celui de l'écliptique.

M. Cassini suppose toujours ici que la Comete se meut du Midi au Septentrion, & pour plus de facilité il suppose d'abord que la route apparente de la Comete, lorsqu'elle traverse l'écliptique, lui est perpendiculaire. Cela n'emporte nullement que le plan de l'orbe de la Comete soit perpendiculaire à l'écliptique, il est très-aisé d'imaginer que cette ligne de la route de la Comete perpendiculaire à l'écliptique, peut être comprise dans une infinité de plans, dont un seul sera perpendiculaire à l'écliptique, & tous les autres lui seront inclinés.

L'inclinaison du plan d'un orbe à celui de l'écliptique est aisée à déterminer pour les Planetes. On voit leur cours entier, on les voit couper l'écliptique dans leurs nœuds, & ensuite à 90 degrés de là on les voit dans leur plus grand éloignement de l'écliptique, & ce plus grand éloignement mesure l'angle de l'inclinaison de leur orbe sur l'écliptique. Mais il n'en est pas ainsi des Cometes qui ne sont visibles que dans une très-petite partie de leur révolution.

L'inclinaison véritable de la route d'une Comete à l'égard de l'écliptique, differe beaucoup de l'inclinaison apparente. Que la Comete ait été vûe au point de son périgee, & que de là elle aille couper l'écliptique à un point déterminé, la droite qui joindroit ces deux points seroit la route de la Comete sur l'écliptique, & l'arc circulaire compris entre les deux points seroit la mesure de l'inclinaison véritable de la route de la Comete à l'égard de l'écliptique, si la terre

d'où cette inclinaison a été vûe, avoit été immobile pendant le tems employé par la Comete à passer de son périégée à l'écliptique. Mais elle ne l'a pas été, elle a perpétuellement changé de point de vûe à l'égard de la Comete ; & de-là vient que selon que la route de la terre aura été différemment posée à l'égard de celle de la Comete, la Comete aura pû décrire une infinité de routes différemment inclinées à l'écliptique, & cependant décrire toujous la même route apparente pendant le tems marqué, ou être rapportée aux mêmes points du Ciel. Ainsi l'inclinaison véritable de la route ou de l'orbe de la Comete sur l'écliptique ne peut être donnée par l'observation, & demeure incertaine.

Pour ébaucher la théorie de M. Cassini sur les Cometes, & donner une idée des connoissances où il est conduit par le raisonnement & par le calcul astronomique, concevons une ligne tirée de la terre au périégée de la Comete, une 2^{de} tirée du périégée au point où la Comete traverse l'écliptique, une 3^{me} tirée de ce point de l'écliptique à la terre. Elles forment un triangle, dont les trois côtés sont la distance de la terre à la Comete dans son périégée, le mouvement apparent de la Comete depuis son périégée, jusqu'à l'écliptique, & la distance qui est entre la Comete parvenue à l'écliptique & la terre.

Ce triangle a un angle droit compris entre la ligne tirée de la terre au périégée de la Comete, & la ligne tirée de ce périégée au lieu de la Comete dans l'écliptique. Car que l'on se représente la Comete vûe du Soleil, sa route, qui est alors la véritable, est la circonférence d'une ellipse, dont le grand axe a pour une de ses extrémités le point du périhélie, & la Comete vûe dans ce point est vûe selon une portion du grand axe. Du périhélie la Comete ne peut remonter que par une tangente à l'ellipse, & cette tangente est perpendiculaire au grand axe, & par conséquent on verra du Soleil que la Comete commencera à remonter par une droite perpendiculaire à celle selon laquelle on la voyoit à son périhélie. Or quand la Comete est vûe de la terre, il est bien vrai

qu'on lui voit décrire une autre ellipse, qui se rapporte à la terre, & où le périégée prend la place du périhélie : mais il n'y a rien de changé à la position que la tangente par laquelle la Comete remonte doit avoir à l'égard de la ligne tirée de la terre au périégée.

Dans le triangle que nous considérons le nombre des degrés, ou l'arc compris depuis le périégée jusqu'au lieu de la Comete sur l'écliptique est connu par observation, & par conséquent un des angles aigus du triangle, & puisque ce triangle est rectangle les trois angles en sont connus. Mais aucuns des côtés ne l'est encore.

Pendant le tems que la Comete a mis à passer de son périégée à l'écliptique, la terre s'est mue, & l'on connoît la quantité de son mouvement, il est de 568000 lieues en 24 heures. Il faut à cause de ce mouvement poser la terre autrement qu'elle n'étoit dans le triangle formé d'abord, & pour prendre le cas le plus simple. M. Cassini la place sur la même ligne où elle étoit, tirée d'elle au lieu de la Comete dans l'écliptique, c'est-à-dire que la ligne du mouvement ou de la route de la terre est alors la même que la ligne dirigée de la terre à la Comete, ou que ces deux lignes sont parallèles, & ce cas arrive lorsque le vrai lieu de la terre est à 3 signes de celui de la Comete; car alors la ligne du mouvement de la terre, toujours perpendiculaire au rayon d'un cercle dont le Soleil est le centre, est parallèle à un autre rayon tiré à 3 signes ou à 90 degrés du 1^{er}, & qui marque le vrai lieu de la Comete dans l'écliptique; or ces deux parallèles se terminent au même point du ciel à cause de la distance supposée infinie.

La terre ayant donc été changée de place selon la condition marquée, il se forme un nouveau triangle dont un des côtés représente le mouvement connu qu'a fait la terre, un autre est toujours la route apparente connue faite par la Comete depuis son périégée jusqu'à l'écliptique, le troisième est sa route véritable. Si l'on connoissoit l'angle de cette route de l'écliptique, on connoîtroit les trois angles; car

l'arc de la route apparente en mesure toujours un , & après cela un côté connu qui est le mouvement de la terre , donneroit les deux autres , qui sont la distance réelle de la terre à la Comete , tant dans son péri-gée que dans l'écliptique , & en même tems le mouvement réel de la Comete dans un tems donné , & son rapport à celui de la terre. Mais l'angle de la route véritable de la Comete avec l'écliptique n'étant pas connu , on ne peut que le supposer , & on aura pour toutes les suppositions possibles qu'on en voudra faire toutes les conséquences que nous venons de marquer.

Des Géometres verront aisément que si dans ce triangle on connoissoit quelqu'une des choses qui n'ont été conclues que d'une certaine supposition arbitraire de l'angle de la route véritable de la Comete avec l'écliptique , cet angle viendroit à être déterminé. Il le seroit , par exemple , si l'on connoissoit d'ailleurs le mouvement réel de la Comete , ou son rapport à celui de la terre , ou si la Comete à son péri-gée avoit eu une parallaxe assez sensible , d'où l'on eût pu conclure sa distance réelle de la terre. Cette connoissance de la parallaxe seroit bien nécessaire , mais on ne l'a que très-rarement.

Ces fondemens d'une théorie pour les Cometes qui se meuvent du Midi au Septentrion étant ainsi établis , M. Cassini rend la théorie plus générale en retranchant deux conditions qui la limitoient. La 1^{re} étoit , comme il a déjà été dit , que la route apparente de la Comete fût perpendiculaire à l'écliptique , ce qui rendoit perpendiculaires au plan de ce cercle les deux triangles que nous avons formés , & par conséquent les démonstrations moins embarrassantes. La 2^{de} étoit que le vrai lieu de la terre fût à trois signes de celui de la Comete , ce qui faisoit que la ligne du mouvement de la terre étoit la même que la ligne dirigée de la terre à la Comete vûe dans l'écliptique. Par le retranchement de la 1^{re} condition , les deux triangles fondamentaux s'inclinent au plan de l'écliptique de la même quantité dont la route apparente de la Comete est inclinée à ce

cercle, & il faut imaginer d'autres triangles auxiliaires qui soient perpendiculaires au plan de l'écliptique, ce qui jette dans des opérations, & dans des calculs plus pénibles. Par le retranchement de la 2^{de} condition, le vrai lieu de la terre & celui de la Comete étant à une distance quelconque, la ligne du mouvement de la terre s'incline d'une quantité quelconque à la ligne tirée de la terre à la Comete. Mais le fond de ce que nous avons expliqué pour le cas le plus simple subsiste toujours. A moins que l'on ne connoisse la distance réelle de la Comete à la terre dans son périégée, on ne connoît dans tous les triangles qu'on peut former la grandeur absolue & réelle d'aucun côté que de celui qui représente le mouvement de la terre dans un certain tems, & on ne peut que supposer l'angle de la route véritable ou de l'orbe de la Comete avec le plan de l'écliptique, ou, ce qui est le même, supposer quelques connoissances qui le donneroient.

Cependant M. Cassini se ménage, avec le peu de connoissances que l'on a, un supplément à ce qui manque, & tout l'avantage qu'on peut esperer en cette matiere. Nous avons vû que si l'on connoissoit le rapport du mouvement réel de la Comete à celui de la terre, on en tireroit l'inclinaison véritable de l'orbe de la Comete sur le plan de l'écliptique, M. Cassini marque du moins les limites entre lesquelles seront compris le plus grand & le plus petit mouvement réel possible de la Comete, & leurs rapports à celui de la terre. On ne peut donc faire des suppositions sur le mouvement de la Comete que dans ces limites, & par conséquent les différentes inclinaisons possibles de l'orbe de la Comete, sont renfermées aussi dans les bornes correspondantes. Plus on suppose un grand mouvement à la Comete, plus l'inclinaison est petite, & au contraire. Réciproquement plus on suppose une petite inclinaison, plus le mouvement est grand.

Après tout cet appareil de théorie générale, fort étendu & fort compliqué en lui-même, mais qui n'a pû être ici que très-

légèrement représenté, M. Cassini vient aux Cometes de 1707, & de 1723, qu'il s'est proposé de ramener à être la même. S'il leur donne le plus petit mouvement réel possible suivant ses principes, il trouve qu'il s'en ensuit pour leur orbe une inclinaison de plus de 29 degrés sur le plan de l'écliptique, & une assez grande différence dans quelques circonstances principales, telles, par exemple, que leur distance à la terre dans le péri-gée. Mais rien n'assujettit à leur donner ce plus petit mouvement possible, & les suppositions sont libres dans une assez grande étendue.

Comme il faut que les Cometes dans l'hypothese de leurs retours s'approchent le plus qu'il se puisse de la condition des Planetes, M. Cassini prend le parti de ne supposer à leur orbe qu'une inclinaison qui n'excede pas celle des Planetes de notre tourbillon. La plus grande de ces inclinaisons est de 7 degrés, c'est celle de Mercure, & la moindre, qui est celle de Jupiter, est de $1^{\circ} 20'$. En renfermant dans ces bornes les suppositions de l'inclinaison de l'orbe des deux Cometes, il se trouve que plus on leur donne une petite inclinaison, plus tout ce qui s'en ensuit vient à être conforme, leur mouvement réel, leur distance à la terre dans le péri-gée, &c.

M. Cassini se croit donc assez bien fondé à prendre ces deux Cometes pour une Planete dont la révolution est de 16 ans, moyenne entre celles de Jupiter & de Saturne. Dans cette supposition la regle de Kepler, selon laquelle les distances moyennes des Planetes au Soleil sont comme les racines cubiques des quarrés des révolutions, donne, la distance de la terre au Soleil étant 1, un nombre un peu plus grand que 6, pour la distance de la Comete; car la racine cubique de 256 quarré de 16 est un peu plus de 6, puisque celle de 216 est 6 juste. La distance moyenne de Jupiter au Soleil est un peu plus de 5, & celle de Saturne un peu moins de 10. L'unité qu'on a prise pour la distance de la terre étant de 33 millions de lieues, la distance de la Comete est donc de 200 millions à peu près.

Cette distance moyenne ne fait point connoître quelle est l'espece de l'ellipse que la Comete décrit autour du Soleil, ou le rapport du grand axe de cette ellipse au petit, à moins que l'on ne fasse quelques suppositions, que, par exemple, 6 est un moyen arithmétique entre la plus grande distance de la Comete au Soleil & la plus petite, & que cette plus petite distance, qui est celle du périhélie, est égale à la distance de la terre au Soleil. En ce cas, on a une progression arithmétique, dont le 1^{er} terme est 1, distance du périhélie au Soleil, qui est un foyer de l'ellipse, le 2^d terme est un peu plus de 6, & le 3^{me} terme un peu plus de 11. Le grand axe est donc un peu plus de 12. Reste à trouver le petit. Si d'un foyer on tire au point de l'ellipse où se termine le petit axe une droite, & de ce point à l'autre foyer une autre droite qui sera nécessairement égale à la première, on sçait que chacune de ces lignes sera égale à la moitié du grand axe, & par conséquent 6. Chacune est l'hypoténuse d'un triangle rectangle, dont un des deux autres côtés est la portion du grand axe comprise entre le foyer & le centre de l'ellipse, qui est ici 5, & l'autre côté est la moitié du petit axe cherché. Par là on trouve aussi-tôt pour cette moitié un nombre un peu plus grand que 3, & par conséquent dans les suppositions présentes le grand axe est environ double du petit. Ce seroit là une ellipse beaucoup plus ellipse que celles de toutes les autres Planetes de notre tourbillon, celle-ci qui dans son plus grand éloignement du Soleil en seroit plus éloignée que Saturne, viendrait ensuite à en être aussi proche que la terre, & cette particularité, quoiqu'avec beaucoup de variétés, doit appartenir aux Cometes qui sont invisibles pendant une grande partie de leur cours.

Nous ne suivrons point M. Cassini dans un plus grand détail de ce qui regarde la Comete. Nous ajouterons seulement qu'il a recherché la position de ses nœuds dans ses deux apparitions de 1707, & de 1723. Il trouve que dans cet intervalle de tems ils doivent avoir eu un mouvement de plus de 38 degrés, ce qui excède beaucoup le mouvement

des nœuds de toutes nos Planetes, si on en excepte la Lune. Cette exception, qui seule suffit pour empêcher décisivement qu'on ne croye qu'un si grand mouvement des nœuds ne convient pas à une Planete, ne seroit pourtant pas ici absolument nécessaire ; car il est bien naturel qu'une Comete qui traverse tant d'orbes dont les vitesses sont différentes, n'ait pas des mouvemens aussi simples, & ne s'écarte pas aussi peu d'une certaine route, qu'une autre Planete qui est toujours à très-peu près dans le même orbe, & nage dans un fluide d'une même vitesse. Il est seulement surprenant que les Cometes conservent encore tant de régularité.

A cette occasion M. de Mairan proposa une idée qui lui est particuliere, & qui sauveroit la difficulté qui naît des mouvemens des Cometes contraires en tous sens à celui de notre tourbillon ; car quoiqu'il soit possible, comme on vient de le voir, de ramener quelques Cometes à n'être que des Planetes du système solaire rétrogrades ou stationnaires selon que leurs mouvemens apparens contraires à celui de notre tourbillon l'exigent, il n'est pas sûr qu'on les y puisse ramener toutes. De plus cette hypothese a quelque chose de forcé, & de peu conforme à l'analogie des Planetes, qui le sont incontestablement. Les orbites de ces Planetes les plus excentriques au Soleil, telles que celles de Mercure & de Mars ne le seroient presque pas en comparaison de celles des Cometes qui doivent par leur prodigieux éloignement du Soleil nous être invisibles pendant la plus grande partie de leur cours, & de beaucoup la plus grande. Enfin il semble que de leur donner à toutes le Soleil pour centre ou pour foyer de leurs mouvemens, ce soit un reste du penchant naturel qu'on a au système Ptolemaïque, qui nous met au centre de tout. Ce seroit seulement substituer notre Soleil à notre terre.

D'un autre côté faire mouvoir dans un vuide tous les corps célestes pour se débarrasser de la difficulté des mouvemens des Cometes, c'est un expédient sujet lui-même à de terribles difficultés. L'Univers n'est presque plus qu'un vuide général.

Pour conserver les tourbillons & le plein, M. de Mairan imagine que les Cometes n'entrent point dans notre tourbillon. Certainement toute la difficulté est levée, si cela peut être.

Supposé qu'on ne vît jamais les Cometes qu'au-dessus de Saturne, il n'y auroit nulle nécessité de concevoir qu'elles fussent entrées dans notre tourbillon, elles pourroient appartenir à quelque tourbillon voisin, dont elles seroient des Planettes, qu'on ne verroit que dans la partie de leur orbite la plus proche de nous, ou la plus basse par rapport à la terre. Mais il est constant que les Cometes sont quelquefois moins élevées que nos Planettes supérieures; il faut donc que, si elles ne sont pas entrées dans notre tourbillon, elles se soient pourtant approchées de nous jusqu'à cette distance sans y entrer, & pour cela, il est nécessaire que ce tourbillon ne soit pas de figure sphérique, mais enfoncé par les tourbillons voisins en certains endroits, autant que le demandera la proximité des Cometes.

Cela est plus que vrai-semblable dans le système des tourbillons, qui doivent agir mutuellement les uns sur les autres, se presser, se donner des figures irregulières, s'engrainer entr'eux comme les roues d'une horloge. Ils ont & par eux-mêmes, & encore plus par cet engrainement, des mouvemens d'une direction particuliere; le mouvement général du nôtre est d'Occident en Orient, celui de quelque autre sera d'Orient en Occident, ou du Midi au Septentrion, &c. Enfin, on peut imaginer pour ces autres tourbillons toutes les directions possibles, sans même en exclure celle d'Occident en Orient, qui peut être répétée plusieurs fois.

Toutes nos Planettes se meuvent dans des plans peu éloignés de celui de l'écliptique, de sorte que tous ces plans ensemble forment une zone assez étroite. C'est dans cette zone que toutes les Planettes ont été chassées par l'action des tourbillons environnans, & par conséquent c'est là l'endroit où le mouvement général du tourbillon s'exerce avec le plus de liberté, &, ce qui revient au même, le tourbillon

moins pressé en ce sens-là l'est davantage du sens opposé, ou enfin le tourbillon est plus applati selon la direction d'une ligne perpendiculaire à la zone *planétaire*, le petit diamètre du tourbillon est en ce sens-là, & le grand est à peu près dans le plan de l'écliptique.

Autant que notre tourbillon est applati, autant des Planètes de tourbillons voisins peuvent s'approcher du nôtre sans sortir du leur, & ce sont là les Comètes selon la conjecture de M. de Mairan. On voit assez qu'elles ne sont nullement assujetties à notre mouvement d'Occident en Orient, mais qu'elles peuvent l'avoir par elles-mêmes, & qu'en général elles conserveront sans altération celui qu'elles ont naturellement.

Dans ce système toutes les Comètes étant des Planètes de tourbillons voisins, qui se meuvent chacune autour de son Soleil, en décrivant, ainsi qu'il est vraisemblable, des ellipses, les plans de toutes leurs orbites sont nécessairement dans toute leur étendue posés loin hors du plan de la nôtre, & de plus il n'y a qu'une certaine partie de ces orbites ou ellipses, convexe par rapport à nous, dans laquelle les Comètes nous soient visibles. Dans le système, qui commence à s'établir, les Comètes étant des Planètes de notre tourbillon extrêmement excentriques au Soleil, le plan de notre orbite est presque toujours entièrement intérieur au plan de la leur, & nous les voyons se mouvoir dans la concavité de leur ellipse. Mais on a reconnu qu'il y a des Comètes dont le plan de l'orbite est absolument posé hors du plan de la nôtre, ce qui ne s'accorde qu'avec la pensée de M. de Mairan. De plus, si nous voyons les Comètes dans la concavité de leurs orbites, il est difficile que nous voyions une grande différence entre la vitesse qu'elles auront à leur périhélie, & celle qu'elles auront en deçà ou au delà, & cependant il est certain que cette différence est assez souvent très-grande. Mais si nous ne voyons qu'une extrémité convexe de l'ellipse d'une Comète, il est aisé de concevoir que cette ellipse sera posée de façon par rapport à notre œil, ou au centre de la

terre, ou, ce qui est le même, que notre rayon visuel sera si incliné au plan de l'ellipse, que la Comete ne sera presque rapportée qu'aux mêmes points du ciel, ou ne paroîtra se mouvoir que très-lentement, tant qu'elle sera à une certaine distance du sommet de la courbe où sera le périégée, & que vers ce périégée son mouvement apparent sera beaucoup plus grand, à cause de la courbure de l'ellipse beaucoup plus grande.

Si l'on imagine que le plan de l'ellipse, au lieu d'être fort incliné au rayon visuel, le soit infiniment, ou passe par l'œil, si de plus on suppose que l'ellipse soit extrêmement allongée, & que son grand axe soit dirigé à notre œil, en ce cas l'ellipse peut ne nous paroître qu'une ligne droite, la Comete qui la décrit est toujours rapportée au même point du ciel, ou est vûe immobile, seulement elle paroît plus grande à mesure qu'elle s'approche réellement de nous, ou plus petite à mesure qu'elle s'en éloigne. C'est la même apparence que si elle décrivait en s'approchant de nous une ligne droite qui passât par notre œil, & ensuite la même droite en rétrogradant.

Cela même conduit encore M. de Mairan plus loin. Ces étoiles qui paroissent & disparaissent selon des périodes assez réglées, & qui dans le tems de leur apparition augmentent toujours de grandeur jusqu'à un certain point, & ensuite diminuent, * pourroient être de vraies Cometes, que l'on prend pour des étoiles fixes, & non pour des Cometes, à cause de leur immobilité apparente produite de la manière qu'on vient d'expliquer. Il est manifeste que ces étoiles, par la même cause qui les rend Cometes, doivent avoir des retours périodiques, & qu'en général il sera essentiel à toutes les Cometes d'en avoir. Il ne seroit pas impossible cependant qu'elles n'en eussent pas toujours; par exemple une Planete d'un tourbillon voisin pourroit ne nous être visible que dans le tems de son aphélie, c'est-à-dire, lorsqu'elle seroit dans son plus grand éloignement à l'égard de son Soleil, ensuite son aphélie ayant un mouvement comme celui de nos

* Voyez les Hist. de 1707. p. 112 & suiv. de 1709. p. 80 & suiv. de 1719. p. 66. & suiv.

Planetes, il viendrait à la place du périhélie, & le périhélie à la sienne, de sorte que la Planete trop proche de son Soleil & trop éloignée de nous, lorsqu'elle seroit la plus proche de nous, ne nous seroit plus visible, sur-tout si on suppose que son excentricité à son Soleil soit fort grande, & par conséquent sa différence de distance à notre égard assez grande de l'aphélie au périhélie. Il est vrai qu'elle reparoitroit à la fin, quand son aphélie auroit repris sa premiere place, mais ce ne seroit qu'après un tems beaucoup plus long que celui qu'on auroit déterminé par ses apparitions vers l'aphélie.

On peut même entrevoir que peut-être seroit-il plus facile d'expliquer le phénomène de la queue des Cometes dans l'hypothèse où elles seroient Planetes des tourbillons voisins, que dans celles où elles ne seroient Planetes que du nôtre. quand la lumiere traverse un espace où deux tourbillons se choquent par des mouvemens contraires, on peut imaginer un certain éparpillement de rayons, qui n'arriveroit pas dans un fluide plus tranquille & mû uniformément : mais il n'est pas tems d'approfondir, & de suivre dans un si grand détail une pensée que M. de Mairan ne fait encore que hasarder. Il faut pourtant que ces pensées hasardées soient conditionnées d'une certaine façon, autrement on en hasarderoit trop, & la science d'imaginer seroit excessive.

V. les M.
p. 67.

NOUS renvoyons entierement aux Mémoires
La description d'une machine de M. du Fay, pour
connoître l'heure vraie tous les jours de l'année.





GEOGRAPHIE.

NOUS renvoyons entierement aux Mémoires
L'écrit de M. Delisle sur la grandeur de quelques V. les M.
villes anciennes & modernes. P. 48.





MECHANIQUE.

SUR UNE POMPE

A ÉTEINDRE LES INCENDIES.

V. les M.
P. 35.

C'EST ici une espece d'énigme de mécanique , devinée par M. du Fay. Il vit à Strasbourg une petite pompe très-portative & très-légere , puisqu'elle ne pesoit que 15 ou 16 livres , qu'un homme seul faisoit agir , par laquelle on élevoit l'eau à 20 ou 30 pieds , qui dardoit l'eau sans interruption , quoiqu'elle n'eût qu'un seul corps de pompe , & un seul piston , & qui en fournissoit une assez grande quantité , quoique moins que les pompes doubles ordinaires , pareilles à celles dont on se sert ici dans les incendies. On ne voyoit que les effets de cette machine ; l'inventeur , M. Jacob Leupold , ne la montrait , ne la vendoit même , que dans un état où sa construction intérieure étoit entièrement cachée. M. du Fay , frappé de l'utilité & des avantages de l'invention , voulut ou la découvrir , ou du moins l'imiter si parfaitement , qu'il n'eût pas mieux valu l'avoir découverte , & il y a réussi.

Le plus fin de la Machine consiste en ce qu'avec un seul corps de pompe , & un seul piston , le jet d'eau n'est point interrompu. Quand on éleve le piston d'une pompe simple , l'eau le suit , & s'éleve aussi dans le corps de pompe , mais elle n'est lancée hors de là que par l'impulsion du piston qui s'abaisse ensuite , & il arrive qu'un feu vivement allumé ne fait que s'éteindre , & se rallumer alternativement dans des tems égaux , & ne s'éteint point. Aussi n'emploie-t-on ordinairement que des pompes doubles , c'est-à-dire , qui ont

deux corps de pompe aboutissans au même tuyau , & deux pistons , dont l'un s'éleve , tandis que l'autre s'abaisse , ce qui rend le jet d'eau continu. Mais elles sont d'ailleurs d'un grand volume , d'un transport difficile , d'un grand entretien , incommodités dont celle de M. Leupold est exempte.

Pour la copier , ou la contrefaire , M. du Fay a imaginé qu'il falloit avoir un assez grand vaisseau ou balon bien fermé , d'abord rempli d'air , & où l'on feroit ensuite entrer la quantité d'eau nécessaire pour comprimer cet air jusqu'à un certain point , & bander son ressort. Cela fait , que du bas de ce balon il sorte un tuyau , il est évident que l'eau pressée par l'action du ressort de l'air , sortira par ce tuyau qu'on suppose alors ouvert , & jaillira avec d'autant plus de force que l'air intérieur du balon aura été plus comprimé par la quantité d'eau introduite. Mais la force de l'eau jaillissante diminuerait toujours , parce que la quantité de l'eau du balon diminuant , l'air , qui se mettroit toujours plus au large , auroit moins de force de ressort , & enfin l'eau jaillissante seroit bientôt épuisée. Il faut donc entretenir le balon toujours plein de la même quantité d'eau. Pour cela il est traversé d'un corps de pompe qui y est bien soudé , & dont les deux extrémités sortent hors du balon. Un piston entre dans la supérieure , & l'inférieure , où est une soupape , prend de l'eau dans un grand baquet , lorsque le piston s'éleve , & par un petit tuyau fort court , qui est au bas du corps de pompe , & a aussi une soupape , la verse dans le balon. On ne commence à faire jaillir l'eau au dehors , ou à ouvrir le tuyau par où elle jaillit , que quand le balon en est suffisamment plein , ce que l'on sent par la difficulté qu'on auroit à pomper plus long-tems , & qui vient de la résistance que l'air assez comprimé apporteroit à une plus grande compression. Après cela , le tuyau du jet étant ouvert , on ne pompe plus que pour entretenir le balon également plein d'eau , ce qui donne & un jet continu , & une force toujours égale de ce jet. Il est visible que l'extrême précision d'égalité seroit inutile ici , & que si elle n'y est pas , il s'en faut très-peu.

Cette simple exposition du principe de la Machine suffira pour ceux qui n'y apporteront qu'un esprit de curiosité & de recherche. Il seroit à souhaiter qu'on allât plus loin, & M. du Fay donne beaucoup de vûes pour faciliter ou perfectionner l'exécution, & pour rendre l'usage le plus commode & le plus avantageux qu'il se puisse. Mais une malheureuse fatalité veut que d'anciennes habitudes, une mauvaise sécurité, l'indifférence pour le bien public, prévalent presque toujours.

SUR LES MACHINES MUES PAR L'EAU.

V. les M.
p. 78.

COMME les Mathématiques, & en général les observations & les recherches devenues plus communes dans ce siècle, font naître beaucoup de projets de machines, & sur-tout de machines telles que celles qui sont mues par l'eau, & qui par leur grand usage seroient utiles aux inventeurs, M. Pitot a cru qu'il seroit à propos de fixer par des règles générales tout ce qu'on en peut attendre, & d'empêcher par là que les Auteurs ou ne se laissent séduire par l'amour de l'invention, ou n'entraînent les autres dans leur erreur. Toutes les promesses trop magnifiques vont disparaître. Feu M. Parent avoit déjà eu la même idée, * mais exécutée différemment.

* Voyez
les Hist.
de 1704.
p. 116. &
suiv. & de
1714. p.
93. & suiv.

Dans toute machine on a un poids à vaincre, à mettre en mouvement, & une force à y employer, qui doit par conséquent se mouvoir aussi. De-là vient l'égalité générale, & si connue du produit du poids par la vitesse qu'il prend, ou plutôt qu'il prendroit, & du produit de la force par la vitesse qu'elle seroit obligée de prendre, ou qu'elle seroit disposée à prendre pour être seulement en équilibre avec le poids.

On sçait assez que l'algebre peut exprimer ces quatre grandeurs d'une manière indéterminée, qui comprendra toutes leurs variations ou combinaisons possibles à l'infini, & que

que trois de ces grandeurs étant déterminées ou connues, la quatrième viendra nécessairement. Mais pour nous renfermer ici dans ce qui est le plus d'usage, je supposerai ordinairement que le poids est déterminé, aussi bien qu'une certaine vitesse qu'il faut lui donner pour l'effet qu'on demande. Dans un moulin, par exemple, il y a ou une meule d'un certain poids qu'il faut faire tourner, ou un marteau qu'il faut élever, &c. Et il faut que ces mouvemens ayent une certaine vitesse pour moudre, pour battre, &c. Car des mouvemens trop lents, ou seroient inutiles, ou consumeroient trop de tems.

Si ce moulin est mû par une eau courante, qui sera la force motrice, reste donc à évaluer & cette force, & sa vitesse, nécessaires l'une & l'autre pour l'effet proposé.

L'eau courante est une force d'autant plus grande qu'elle a plus de vitesse, & il ne faut pas prendre cette vitesse pour celle par laquelle on multiplie toujours une force motrice. Celle-ci est la vitesse que la force prend par son application à une machine, & l'eau courante a une certaine vitesse par elle-même, & indépendamment de toute machine. On verra bientôt qu'effectivement elle en prendra une autre par rapport au moulin.

L'eau courante a encore d'autant plus de force qu'elle frappe une plus grande aile, ou aube, ou vanne du moulin. Il est clair que c'est la même force plus répétée.

Nous avons dit en 1702 * comment feu M. de la Hire avoit déterminé en livres la force d'une eau courante, dont la vitesse est connue, & qui frappe directement une aube ou vanne immobile dont la surface est connue en pieds quarrés. La vitesse de l'eau est nécessairement celle qu'elle auroit acquise en tombant de la hauteur d'un certain nombre de pieds, qui se détermine par le système connu de la chute des corps pesants. Cette hauteur est celle d'un solide d'eau qui auroit pour base l'aube du moulin. On sçait donc le nombre de pieds cubes de ce solide, & chaque pied cube d'eau pèse 72 livres. L'expression algébrique de ce solide

* p. 127.
& 128.

d'eau est celle de la force motrice prise en elle-même, ou absolument.

Dès que l'aube tourne, elle fuit devant l'eau, & n'en est plus frappée avec tant de force, d'où il suit que la vitesse par laquelle l'eau fait impression sur l'aube n'est que l'excès de sa vitesse absolue sur celle que l'aube a prise. Cet excès sera la vitesse de l'eau en tant qu'appliquée à la machine, ou la vitesse par laquelle on multipliera le solide d'eau trouvé.

* P. 97. Il a été dit en 1714 * *que puisque d'un côté le fluide agit sur l'aube avec d'autant plus de force qu'il la frappe avec plus de vitesse, & que de l'autre elle reçoit d'autant moins d'impression du fluide qu'elle est frappée avec plus de vitesse, parce qu'elle se dérobe davantage à son action, il doit y avoir un certain point moyen, où ces deux effets contraires se détruiront le moins qu'il soit possible, & se combineront le plus avantageusement, ce qui donnera le plus grand de vitesse que l'aube puisse prendre dans une machine parfaite. Ce plus grand trouvé par M. Pitot selon les méthodes géométriques est $\frac{1}{3}$ de la vitesse de l'eau courante, comme M. Parent l'avoit déjà déterminé. La vitesse par laquelle l'eau agit sur l'aube, ou sa vitesse respectue, n'est donc que les $\frac{2}{3}$ de sa vitesse absolue, & c'est par ce $\frac{2}{3}$ qu'il faut multiplier le solide d'eau.*

La vitesse d'une eau courante dont il faut se servir étant nécessairement déterminée, il ne reste plus rien de libre dans la machine que la grandeur des aubes qu'on peut augmenter pour parvenir à l'effet qu'on se propose. Cette augmentation cependant a ses bornes dans la pratique.

Il y a un moyen communément pratiqué, & fort bon pour augmenter la force ou la vitesse de l'eau. C'est de lui ménager une chute. Une médiocre chute augmente beaucoup la vitesse. Si, par exemple, la vitesse moyenne de la Seine devant Paris est, comme M. Pitot l'a trouvée, de 2 pieds $\frac{1}{2}$ par seconde, on conclura aisément qu'elle auroit acquis cette vitesse en tombant de $\frac{1}{2}$ de pied de haut à très-peu près, car les différentes vitesses acquises par l'eau ou par

tout autre corps pesant qui sera tombé de différentes hauteurs, sont entre elles comme les racines quarrées de ces hauteurs, & l'on sçait par une expérience fondamentale que l'eau tombe de 14 pieds en une seconde, ce qui lui donne une vitesse uniforme de 28 pieds. Maintenant pour comparer la vitesse de l'eau de la Seine à celle d'une eau qui auroit seulement 1 pied de chute, il ne faut que considérer que les hauteurs des chûtes étant $\frac{1}{2}$ & 1, les vitesses seront comme les racines $\frac{1}{2}$ & 1, ou comme 1 & 3, & que par conséquent la vitesse de l'eau qui tombera de 1 pied sera 3 fois plus grande que celle de la Seine, ou de 7 pieds & demi par seconde, ce qui est très-considérable & capable d'un grand effort.

C'est depuis un tems un objet assez commun des Machinistes que de chercher à faire remonter les bateaux contre le courant des Rivières, en employant la force de ce courant même. Alors il faut que le bateau qu'on veut remonter ait de chaque côté un moulin, dont les aubes frappées par le courant fassent tourner à contre-sens autour d'un Treuil une corde attachée à quelque point fixe, vers lequel elle tirera le bateau.

Ici il se met de la part du bateau, qui est le poids à vaincre, une nouvelle difficulté qu'il faut surmonter, c'est la surface qu'il présente à l'eau. Plus elle est grande, plus il est difficile à tirer. On entend assez que ce n'est que la surface antérieure.

Le bateau à remonter par la machine est une espece de poids qu'on évaluera en livres, pourvû qu'on sçache combien il faudroit de chevaux pour tirer ce même bateau en remontant. Un cheval peut tirer environ 175 livres, & faire 1 pied $\frac{1}{2}$ par seconde ou $\frac{2}{3}$ de lieue en une heure, & s'il faut 10 chevaux pour tirer ce bateau avec cette même vitesse, on a la quantité du poids qu'il faut mouvoir, & sa vitesse.

En faisant cette évaluation, on doit avoir égard à ce que la force de 175 livres qu'on donne à un cheval pour tirer

suppose la traction directe, & qu'elle est nécessairement oblique quand le cheval tire un bateau, ce qui oblige la force absolue des chevaux à être plus grande.

On peut encore évaluer mieux le poids du bateau en le considérant comme égal à un solide d'eau trouvé à la manière de M. de la Hite. La vitesse dont le bateau est mû, & c'est elle qui sert à déterminer la hauteur de ce solide, est celle du courant, plus celle du bateau, puisque le bateau va contre le courant. On a d'ailleurs la surface que le bateau présente, & on sçait quelle vitesse on veut lui donner.

De l'autre côté la force motrice est un solide d'eau de la même hauteur que le précédent, puisque la vitesse respective de l'eau est la même, c'est-à-dire, que celle dont l'eau frappe le bateau, qui va contre le courant, est la même que celle dont elle frappe les aubes des deux moulins pour les faire tourner, & dans l'instant, où elles ne tournent pas encore. La base du solide est la surface des aubes, & ce solide doit être multiplié par la vitesse qu'a la force motrice, quand les aubes tournent, c'est-à-dire, par l'excès de la vitesse de l'eau sur celle des aubes, ou par les $\frac{2}{3}$ de la première vitesse respective de l'eau.

Il est visible par-là que si on veut par des machines faire remonter la Seine, par exemple, à des bateaux tels que ceux que des chevaux tirent ordinairement, & avec la même vitesse, tout étant déterminé hormis la grandeur des aubes, il n'y a que ce seul point dont on puisse espérer quelque avantage machinal. Mais M. Pitot fait voir par un calcul, qui devient très-facile selon sa théorie générale, qu'en ce cas-là, c'est-à-dire, pour avoir en vertu de la machine un effet égal à celui qu'on a sans machine par les chevaux, il faudroit des aubes de 1120 pieds quarrés, ce qui certainement est impraticable. Si on réduisoit cette énorme grandeur à celle de 64 pieds, qui a été employée depuis peu, la machine n'auroit pas plus de force ou d'effet que le tirage d'un seul cheval. Les Machinistes sont sujets à prendre des espérances trompeuses sur des idées fort confuses, & ils

auroient grand besoin de consulter les formules algébriques pour sçavoir précisément ce qu'ils peuvent, & ce qu'ils feront.

Nous avons dit que dans le cas de machines fixes mues par l'eau, telles que des moulins à bled, la vitesse de l'eau, qui est la force motrice, n'est que l'excès de cette vitesse sur celle des aubes, & que dans le cas des machines mobiles ou bateaux qui remontent contre le courant vers un point fixe, cette vitesse de la force motrice est la somme de celle du courant, & de celle des aubes. Cela est incontestable. Donc la force motrice est moindre dans le 1^{er} cas que dans le 2^d, le reste étant égal. Cependant M. Pitot la donne pour égale dans ses formules, & traite les machines mobiles comme les fixes. Voici d'où cela vient.

Dans la machine fixe la force motrice appliquée à l'aube pour la faire tourner, elle & la roue qui porte toutes les aubes, agit par un bras de levier qui est le rayon de cette roue, ou du moins la partie de ce rayon comprise entre le centre, & le point de l'aube où est le centre d'action de cette force. Il est visible que le centre de la roue est le point d'appui. Plus le rayon de la roue est long, car il suffit de le considérer ici, plus la force motrice agit avantageusement.

Dans la machine mobile un treuil d'un certain rayon, & concentrique à la roue des aubes, porte une corde qui se roule alentour pour faire avancer la machine vers le point fixe. Cette corde est tirée en arrière par le poids ou bateau qui résiste à sa traction, & elle est tirée en avant par l'effort de la force motrice. Donc les deux efforts opposés du poids & de la force se font sur cette corde, & leur point d'appui est le point où la corde touche le treuil. Donc le bras de levier par lequel le poids agit, est le rayon du treuil, & le bras de la force motrice est le reste du rayon de la roue des aubes.

Donc les roues des aubes étant égales dans une machine fixe, & dans une mobile, la force motrice agit par un plus

long bras de levier dans la fixe que dans la mobile, & M. Pitot démontre que cette inégalité d'action tirée des bras de levier inégaux, compense précisément l'inégalité qui venoit aux forces motrices de ce que l'une étoit une différence, & l'autre une somme des mêmes vitesses. C'est ainsi qu'il faut entendre la théorie de M. Pitot, & de-là vient qu'il n'a pas eû besoin de faire entrer dans ses formules les bras de levier des différentes actions.

Il résulte du raisonnement qu'on vient de faire que la machine fixe a plus de vitesse, & moins de force, & que si on lui vouloit égaler en vitesse une machine mobile, il en faudroit faire le rayon de la roue des aubes plus long, ce qui seroit encore une incommodité dans la pratique, où l'on a déjà vû que des aubes ne pourroient faire un médiocre effet sans être d'une excessive grandeur. Tout conclut contre ces machines mobiles, si souvent proposées cependant, & qui flattent tant l'imagination des Machinistes, même habiles.

Les formules de M. Pitot s'appliquent sans peine aux machines mues par le vent, pourvû qu'on y apporte les modifications nécessaires. 1°. M. Mariotte a fait voir par expérience qu'afin que la force du choc du vent soit égale à celle du choc de l'eau, il faut que le vent ait 24 fois plus de vitesse que l'eau, & comme les forces des chocs de différents fluides sont entre elles en raison des quarrés de leurs vitesses, parce que plus la vitesse d'un fluide est grande, plus il a aussi de parties qui choquent en même tems, il ne faudra pour égaler la force d'une eau courante à celle d'un vent, que diviser celle de l'eau par le quarré de 24 qui est 576. Ainsi toutes les formules trouvées par l'eau deviendront des formules pour le vent. 2°. On prend toujours une eau courante qui choque ou est supposée choquer directement : mais le choc du vent, dont on se servira dans des machines à voiles, ou à ailes, comme les moulins, sera presque toujours oblique par la nécessité de la route, & cette obliquité diminue toujours la force du choc, & plus ou moins selon qu'elle est plus ou moins grande.

Ces deux changemens étant apportés aux formules, M. Pivot trouve qu'afin qu'un charriot à 4 ailes, fit $\frac{1}{2}$ lieue par heure, chargé comme une charrette ordinaire, tirée par 3 chevaux, & avec un vent dont la vitesse fut de 14 pieds par seconde, il faudroit que chacune de ces ailes eût plus de 38 pieds de longueur. A moins que d'aller jusqu'à ces déterminations précises, on est toujours dans l'attente vague d'un effet considérable & facile.

CETTE année parut la nouvelle mécanique de M. Varignon en deux Volumes in 4°. Cet ouvrage étoit celui dont le projet avoit été publié en 1687. L'Auteur qui mourut en 1722 l'avoit laissé en état d'être imprimé.

La théorie de la mécanique a été traitée par un grand nombre d'habiles gens, dont quelques-uns ont été des génies du premier ordre. Mais selon la destinée immuable de toutes les Sciences, il a fallu qu'il se soit passé un tems assez long, où l'on n'a pris que des vûes particulieres & limitées, qui ne convenoient qu'aux cas les plus simples, qui n'eussent pû être appliquées aux autres, du moins sans être extrêmement forcées, & qui souvent devenoient différentes pour différentes machines, quoique certainement tous les mouvemens doivent dépendre de principes absolument généraux & par-tout les mêmes.

Quand on vint à concevoir que deux corps inégaux mis en mouvement ont des forces égales si la vitesse du plus petit est plus grande que celle du grand, précisément en même raison que celui-ci est plus grand, il fut fort naturel de croire qu'on étoit arrivé à un premier principe qui dominoit dans toute la mécanique, & en effet on verra sans peine dans le levier, dans la poulie ou mouffle, dans le tour, dans la vis, que lorsqu'une petite puissance surmonte & enleve un grand poids quelconque, elle a une vitesse, ou fait un chemin, dont la longueur surpasse plus celle du chemin fait par le poids en même tems, que la force abso-

lue du poids ne surpasse celle de cette puissance.

Mais quoique selon ce principe appliqué à ces machines, car il ne s'appliqueroit pas si aisément à toutes les autres, on conçoit bien d'où naît l'avantage d'une petite puissance sur un grand poids, tous deux en mouvement, on ne conçoit pas si nettement leur équilibre, qui est l'état où la théorie de la mécanique les considère toujours. Si, par exemple, un grand poids, & une petite puissance, ou un petit poids sont appliqués des deux côtés de l'appui fixe d'un levier, de sorte que leurs distances & cet appui soient en raison renversée de leurs forces absolues ou masses, ils sont en équilibre. Il est bien vrai que si les deux points ainsi posés se mettoient en mouvement, ils auroient nécessairement en vertu de leur position par rapport au point fixe des vitesses dont la plus grande appartiendrait au plus petit, & compenseroit précisément sa petitesse; & leurs forces, ou quantités de mouvement seroient égales. Cette égalité qui suivroit de leur mouvement, empêche, dit-on, le mouvement, & les tient en équilibre; car pourquoi l'un descendra-t-il plutôt que l'autre? ni l'un, ni l'autre ne descendra, soit: mais ce qui les en empêche, ce n'est pas un inconvénient à venir, & qui n'existe point, puisqu'ils ne se meuvent pas.

Il est certain qu'une cause physique & réelle, qui s'opposeroit à leur mouvement, satisferoit infiniment plus l'Esprit, & seroit bien plutôt le moyen employé par la Nature. Or c'est là l'idée de feu M. Varignon, que nous allons développer, c'est la nouvelle clef qu'il a trouvée pour toute la Mécanique.

Supposons d'abord pour plus de facilité deux forces égales, l'une plus élevée par rapport à l'horizon, ou *supérieure*, l'autre *inférieure*, qui toutes deux tirent un même corps ou point selon une direction verticale, la supérieure de bas en haut, l'inférieure de haut en bas; il est certain que le point ne fera point mû, & que les deux forces ne feront qu'agir l'une contre l'autre, & se détruire à cause de leur égalité & de leur opposition directe. Si l'on conçoit que la supérieure
ait

ait changé de place jusqu'à venir joindre l'inférieure immobile, de sorte que leurs deux directions soient confondues en une, le point qu'elles tireront sera mû par les deux forces conspirantes pleinement au même effet, & il sera mû de haut en bas verticalement avec la vitesse que doit produire la somme de ces deux forces. Donc dans tout le chemin que la supérieure aura fait pour venir joindre l'inférieure immobile, cette supérieure ayant toujours tiré le point de maniere que sa direction n'aura point été directement & entièrement opposée à celle de l'inférieure, mais seulement en partie, le point aura été mû, toujours davantage, & avec plus de vitesse, à mesure que les deux directions s'éloignoient davantage de leur premiere & entiere opposition, & se rapprochoient.

Pendant tout ce chemin de la force supérieure, le point n'a pû être mû selon la direction de l'une ni de l'autre force, car les deux forces se détruisoient toujours entant qu'elles étoient opposées, & ne pouvoient produire de mouvement dans le point qu'entant qu'elles ne se détruisoient pas, & par ce qui leur restoit de commun, & de propre à concourir à un même effet. Le point dans tous les cas moyens a donc toujours été mû par des lignes moyennes entre les deux directions.

Il n'y a que deux manieres d'arrêter un corps en mouvement, il faut ou lui opposer un obstacle invincible dans la ligne de sa direction, ou le tirer avec une force égale selon une direction parfaitement opposée. Quand on ne suppose que deux forces qui agissent, il ne reste que l'obstacle invincible. Ainsi dans l'hypothese où nous sommes le point mû ne peut être arrêté que par cet obstacle. Mais il doit lui être opposé dans sa ligne de direction, & alors comme il ne peut suivre cette ligne que les deux forces tendent à lui faire décrire, elles demeurent sans effet malgré l'action réelle qu'elles continuent toujours d'avoir, elles ne font impression toutes deux que sur un obstacle qui n'y peut céder, rien ne se meut, & c'est ce qu'on appelle *Equilibre*.

L'Équilibre du levier sera dans ce cas, si les deux poids qui y sont immobiles, sont tels que la direction qui résulte de leurs deux directions passe par le point d'appui du levier, en tirant de haut en bas verticalement; car cet appui étant immobile, les deux poids y perdront toute leur action. On verra alors bien sensiblement qu'une véritable cause physique produira cet équilibre.

Mais les deux poids ayant des directions parallèles, on ne voit point que du concours de ces directions il en puisse résulter une moyenne, puisqu'elles ne concourent point, & s'il résulte quelque direction moyenne, ce sera encore une parallèle posée seulement entre les deux premières, & qui dans cette étendue passera par un point quelconque du levier, aussi-bien que par le point d'appui. Et pourquoi faudrait-il alors que les bras de levier soient en raison renversée des poids? c'est ce qui va être éclairci.

Dans tous les cas où le point mù par deux forces égales prend une ligne moyenne entre leurs directions, & ce sont tous les cas possibles, excepté les deux extrêmes, cette ligne moyenne est la diagonale d'un rhombe, dont les deux angles, complémens l'un de l'autre à deux droits, seroient en raison quelconque. Car les directions des deux forces étant nécessairement par la supposition concourantes en quelque point, si de ce point on prend sur ces directions deux lignes égales d'une grandeur quelconque, elles représenteront les deux forces, ou, ce qui revient au même, les vitesses égales que chacune séparément feroit prendre au point mobile, ou les chemins qu'il parcourroit en un même tems; si l'on tire une parallèle à chacune de ces deux lignes déterminées, on aura un rhombe, dont la diagonale représentera la vitesse qu'aura le point mù, ou le chemin qu'il fera dans le tems qu'il auroit fait chacun des deux autres chemins correspondants à chaque force. L'angle sous lequel les directions des deux forces se rencontreront fera un des angles du rhombe, & déterminera l'autre qui sera son complément. Si les directions des deux forces égales concouroient sous un angle droit,

que l'une fût horifontale, par exemple, & l'autre verticale, le rhombe deviendroit un quarré. Ce cas-là est précifément le cas moyen entre les deux extrêmes pofés ci-devant. La diagonale de ce quarré fera le chemin du point mù.

Les angles que deux côtés contigus du quarré font avec cette diagonale, font de 45, & égaux. Ils font de 45, parce que ce quadrilatere est un quarré, & ils font égaux, parce que le quadrilatere a fes 4 côtés égaux, & tout rhombe les auroit égaux pareillement. Or ici nous ne trouvons un rhombe, que parce que les deux forces ont été fupposées égales avec des directions indéterminées, & fi on les fupposoit inégales, on trouveroit un rhomboïde, dont deux côtés contigus feroient inégaux en même raifon que les forces, & feroient des angles inégaux avec la diagonale.

En effet, puifque la diagonale du parallelogramme quelconque est le chemin que les deux forces quelconques s'accordent à faire tenir au point mù, il faut que, fi les deux forces font inégales, la plus grande ait la plus grande part à l'effet commun, c'est-à-dire, que la diagonale foit une ligne plus approchante de la direction particulière de cette plus grande force. Il est évident que fi elle étoit infiniment plus grande que l'autre, la diagonale ne feroit plus que fa direction particulière. Donc quand les deux forces font inégales, la diagonale du rhomboïde qui se forme alors fait un plus petit angle avec la direction de la grande force, ou avec le côté qui la représente, qu'avec l'autre.

Comme c'est l'inégalité des deux forces qui fait l'inégalité de ces angles, ces deux chofes font proportionnées, & les angles font d'autant plus inégaux que les forces le font davantage. Les sinus font la mefure des angles, & par conféquent le rapport qui fera entre les sinus des deux angles fera le même que celui des deux forces, pourvu qu'il foit renverfé; car le plus petit angle appartient à la plus grande force. C'est là le Theorème fondamental de tout l'ouvrage de M. Varignon. Il s'étend à tout, il regne par-tout, & il paroît tiré du fond le plus intime de la chofe.

Si l'on imagine présentement que deux forces inégales avec des directions non-paralleles, appliquées des deux côtés de l'appui fixe d'un levier, le tirent de haut en bas, il est clair par tout ce qui a été dit que de leurs deux directions concourantes en un point quelconque, il s'en formera une troisieme resultante des deux, qui passera par ce point de concours, & par quelque point du levier, & de plus, que tous les point du levier étant mobiles, hormis le point d'appui, il y aura du mouvement, & par conséquent point d'équilibre, à moins que la direction composée ne passe justement par le point d'appui, auquel cas les deux forces qui n'agissent que sur ce point inébranlable perdent leur action, & demeurent immobiles, ou contrebalancées l'une par l'autre. Or la direction composée est toujours la diagonale du parallélogramme qui se forme des deux forces composantes, & dans ce parallélogramme les sinus des angles que font avec la diagonale les côtés qui représentent les forces sont en raison renversée de ces forces. Quand la diagonale passe par le point d'appui, ce qui est le cas unique de l'équilibre, ces sinus sont des perpendiculaires tirées du point d'appui sur les directions des deux forces, & ces perpendiculaires sont aussi les distances du point d'appui à ces directions. Donc dans l'équilibre les distances du point d'appui aux directions non-paralleles des forces sont en raison renversée des forces, & réciproquement quand ces distances sont en cette raison, il y a équilibre.

Plus le point de concours des deux directions est éloigné, plus les sinus des deux angles dont il s'agit, ou les distances du point d'appui aux deux directions, s'approchent d'être & de la même grandeur & dans la même position que les deux bras de levier auxquels les deux forces sont appliquées, & enfin quand ce point de concours des deux directions est infiniment éloigné, ce qui les rend paralleles, les sinus, ou les distances du point d'appui aux directions, ne sont plus que les bras de levier mêmes. Si l'on conçoit selon la nouvelle Géométrie deux lignes paralleles comme concourantes

à une distance infinie, & y faisant un angle entre elles, cet angle est infiniment aigu, sa base, qui est la distance finie des deux parallèles, est infiniment petite par rapport à ses côtés, & elle est en même tems son sinus à cause qu'elle est perpendiculaire aux côtés. Si de plus on conçoit que cet angle quoiqu'infiniment petit, soit divisé selon une raison quelconque, par une 3^{me} parallèle infinie, qui passe entre les deux 1^{res}, le sinus de chacun de ces deux nouveaux angles, sera la partie correspondante de la base ou sinus du premier, & le sinus de ce 1^{er} ou total sera la somme des sinus des deux partiels.

Ce cas du parallélisme des directions est le dernier qui vienne par la théorie de M. Varignon, il n'est le fruit que d'une assez longue suite d'idées, & c'est au contraire le premier qui se présente naturellement dans cette recherche, c'est celui que les Auteurs ont considéré d'abord, & auquel ils ont voulu ramener les autres. Cela a produit deux inconvéniens, l'un qu'on a été obligé à faire de grands efforts & à prendre des circuits embarrassans pour passer du parallélisme au non-parallélisme, l'autre qu'on est arrivé, sinon quelquefois à des conclusions fausses, du moins toujours à des conclusions tirées des principes qui n'étoient pas les vrais, & les plus naturels. Tout rentre dans l'ordre quand on est parti d'où il faut, hors de là on sent toujours une certaine contorsion dans les applications qu'on est obligé de faire de principes mal choisis.

Puisque selon l'idée que nous suivons, un obstacle invincible s'oppose à l'action réunie des deux forces, qui tombe entièrement sur lui, il porte tout l'effort commun qu'elles font, & s'il s'agit d'un levier, cet effort est la charge de l'appui du levier. Si les directions des deux forces sont parallèles, elles ne perdent rien de leur force absolue, & par conséquent le point d'appui porte seul la somme des deux forces. Nous venons de voir que dans ce même cas le sinus de l'angle infiniment petit des deux forces est la somme des sinus des deux angles partiels qui sont en raison renversée

de ces forces. Donc ici le sinus de l'angle de concours des deux forces représente *la charge* qui en résulte sur l'appui, comme les sinus des angles partiels des directions des forces avec la diagonale représentent ces forces. Donc en ce cas les trois puissances qui entrent dans l'équilibre, c'est à-dire, les deux forces agissantes, & la résistance ou charge de l'appui, sont représentées par ces trois sinus. La résistance de l'appui peut bien être comée pour une puissance; car si on vouloit conserver l'équilibre en ôtant l'appui, il faudroit mettre à sa place une force égale à la somme des deux premières forces, & qui tirât verticalement de bas en haut.

De-là il est aisé de juger que quand les directions des deux forces ne sont pas parallèles, l'appui ne porte pas la somme des deux forces, car alors elles ont quelque chose d'opposé qui se détruit, tout ce qu'il y a d'horizontale dans la direction de l'une, par exemple, est détruit par une quantité égale de l'horizontale de l'autre qui est en sens contraire, & elles ne conspirent à agir sur l'appui que par ce qui reste d'horizontale à celle qui en a le plus, & par ce qu'elles ont toutes deux de vertical, qui n'est selon l'hypothèse que de haut en bas. L'appui ne peut jamais être plus chargé que de la somme des deux forces ou poids, ce qui n'arrive que dans le cas du parallélisme, & il est toujours moins chargé à mesure que les directions des deux forces font entre elles un angle moins aigu, ou plus grand, jusqu'à ce qu'enfin elles en fassent un infiniment obtus, c'est-à-dire, soient toutes deux en ligne droite & horizontale, auquel cas l'appui n'est plus du tout chargé par une impression de haut en bas, mais tiré inutilement, puisqu'il est inébranlable, par deux directions horizontales contraires, qui même se détruisent absolument, si elles sont égales, ou dont il ne reste que la différence, si elles ne le sont pas. Ce n'est plus là un équilibre, quoique ce soit un repos. Ce repos n'est produit que par la seule immobilité de l'appui, si les forces sont inégales, & non par leur contrebalancement mutuel, & leurs distances à l'appui deviennent absolument indifférentes; soit qu'elles soient égales ou inégales.

Ce dernier cas est le cas extrême des directions non-parallèles. Il est visible que le sinus de l'angle du concours des deux forces y est nul, aussi-bien que la charge de l'appui; d'ailleurs dans le cas du parallélisme le sinus de l'angle de concours représentoit aussi la charge de l'appui, & par conséquent dans tous les cas moyens il en ira toujours de même, & la charge de l'appui sera toujours représentée par le sinus de l'angle de concours des deux forces, de sorte que le sinus de cet angle, le sinus de l'angle de la grande force avec la diagonale, le sinus de l'angle de la petite force avec la même diagonale, seront toujours en même raison que la charge ou résistance de l'appui ou la puissance qu'il faudroit mettre à sa place en conservant l'équilibre, la petite force, & la grande, & comme la diagonale qui dans l'équilibre passe par le point d'appui à une position ou direction nécessairement déterminée par celles des deux forces, elle donne en même tems la direction du point d'appui, c'est-à-dire, le sens dont il tend à se mouvoir, & dont il se mouvroit, s'il n'étoit immuable. Un des grands avantages de la théorie de M. Varignon est cette détermination si facile & si heureuse de la charge de l'appui & de sa direction. Tous les autres Auteurs n'avoient touché, ni l'une, ni l'autre, quoique fort nécessaires & fort importantes toutes deux, & les routes qu'ils prenoient ne les y auroient pas conduits.

Dans ce que nous venons de dire nous avons employé le levier seulement pour exemple, & parce que c'est une image familière: mais nous n'avons point prétendu que ce fût la machine primitive & originale, à laquelle il fallût rapporter toutes les autres, ainsi que font ordinairement les traités de mécanique, & avec assez de peine. Les principes que nous avons établis d'après M. Varignon sont généraux. Ce sont ceux des mouvemens composés par lesquels tout se fait dans la nature; on peut assurer que s'il y a des exceptions, elles sont très-rares. Aussi M. Varignon traite-t-il toutes les machines indépendamment les unes des autres, la machine qu'il appelle *funiculaire*, & qu'il a traitée

le premier, c'est-à-dire, les poids suspendus par des cordes, qui les tirent en différens sens, les poulies ou mouffles, le tour de levier, les poids soutenus sur des plans inclinés, le coin, la vis. Tout cela tient à la même cause générale, mais différemment modifiée. Ce n'est pas qu'il n'y eût peut-être quelques transformations assez faciles, par exemple, tout ce que nous avons dit du levier pourroit s'appliquer à la machine funiculaire, en mettant au lieu de l'appui une puissance égale à sa charge & de même direction : mais il est certain que ces transformations sont des preuves moins directes, & qu'on n'y a recours que par la difficulté d'aller droit à la source.

On sçait assez que le génie de M. Varignon étoit toujours de monter à la plus grande universalité possible, & d'en descendre pour discuter les cas particuliers avec une grande exactitude, & un grand scrupule d'en négliger aucun. C'est ce qui est bien marqué dans tout le cours de cet ouvrage, où il semble rechercher exprès les difficultés, & les plus grandes complications, pour faire voir que sa méthode ne les craint pas, ou plutôt s'en joue.

Ordinairement on considère le levier comme une ligne droite, posée horizontalement, tirée de haut en bas par deux poids dont les directions sont parallèles. Nous avons déjà vu que ce parallélisme si commode aux autres Auteurs, loin de l'être à M. Varignon, détruiroit l'universalité & les avantages de sa théorie. Il rejette de même les autres limitations, & considère des leviers de figures, & de positions quelconques, ce qui rend souvent nécessaire un assez grand appareil de Géométrie toujours instructif, & même agréable par l'application variée des principes dominans. On peut bien juger qu'il en use de la même manière à l'égard de toutes les autres machines.

Nous donnerons seulement ici un exemple très-abrégé des applications particulières dont sa méthode est susceptible. Si au lieu qu'un levier est regardé comme une ligne sans pesanteur, chargée de deux poids étrangers, qui sont en équilibre,

équilibre, on regarde ces deux poids comme parties de cette ligne, que de même elle soit chargée de deux autres poids encore en équilibre, & toujours ainsi tant qu'on voudra, il se formera un corps pesant, & ce qui étoit le point d'appui du levier fera le *centre de gravité* de ce corps, un point autour duquel toutes ses parties seront en équilibre, de sorte que le corps suspendu ou appuyé par ce point demeurera parfaitement immobile. Tout le monde le sçait, & en convient. Mais cela suppose que les directions des poids soient parallèles; or elles ne le sont que sensiblement à cause de la grande distance du centre de la terre, où réellement elles concourent. Si on prend le réel, il arrive beaucoup de changemens à la théorie du *centre de gravité*.

Dans l'hypothèse du parallélisme le corps pèse toujours également à quelque distance qu'il soit du centre de la terre: car d'abord il est visible qu'il n'a plus aucun rapport à ce centre, & de plus un levier tiré par deux poids en équilibre, dont les directions sont parallèles, a toujours son point d'appui chargé de la somme des deux poids, & par conséquent le centre de gravité du corps pesant est aussi toujours chargé de la même somme des poids de toutes les parties. Mais si un levier est tiré par deux forces dont les directions soient concourantes, nous avons vu que plus l'angle de leur concours est obtus, ou, ce qui revient au même, moins leur point de concours est éloigné du levier, moins elles agissent sur l'appui pour le tirer en embas, & par conséquent si le corps pesant s'approche du centre de la terre, où les directions de toutes ses parties concourent, elles tireront moins le centre de gravité en embas, il sera donc moins chargé, & le corps total moins pesant, jusqu'à ce qu'enfin posé au centre de la terre, il ne pèse plus.

Cette proposition renferme une condition sous-entendue, qu'il sera bon d'exprimer. En considérant les leviers, on a toujours conçu que les poids qui les tiroient étoient constants & invariables en eux-mêmes, quelles que fussent leurs distances au centre de la terre, & que leur action sur le

point d'appui varioit seulement selon leurs directions , ou leurs distances à ce point , & on a transporté cette idée au corps pesant conçu comme un levier , & à son centre de gravité conçu comme un appui , de sorte que l'action ou plutôt le résultat de l'action des parties du corps sur le centre de gravité n'a dû varier que comme auroit fait celle du poids constant d'un levier , qui se seroit toujours approché du point où les directions de ces poids concouroient. Mais si les poids devenoient plus pesans en eux-mêmes par une plus grande proximité du centre de la terre , & indépendamment du résultat de leur action sur un appui de levier , alors un corps pesant qui s'approcheroit du centre de la terre deviendrait plus pesant par cette seule raison , & en même tems il le deviendrait moins par la raison du levier. Il faudroit en ce cas-là considérer selon quelle proportion se feroit l'augmentation & la diminution de la pesanteur , & ce qui résulteroit de cette combinaison.

M. Varignon a démontré que si un levier posé horizontalement est chargé de deux poids en équilibre , dont les directions soient paralleles , l'équilibre subsistera encore , quoique l'on tire le levier de sa position horizontale , pour lui en donner une autre quelconque inclinée à l'horison ; & en effet on voit bien que les distances des directions au point d'appui conserveront toujours leur premier rapport. De-là il suit qu'un corps pesant suspendu ou appuyé par son centre de gravité demeurera toujours immobile , quelque situation qu'on donne d'ailleurs à ses autres parties , c'est-à-dire , soit qu'on rende supérieures celles qui étoient inférieures , ou au contraire. Mais tout cela n'est que dans l'hypothese du parallélisme des directions des poids ; hors de là les poids qui étoient en équilibre sur le levier horizontal n'y seront plus s'il prend une autre position , & le corps pesant ne sera immobile sur son centre de gravité que dans une situation unique , à moins que ce corps ne fût une sphere , car alors la parfaite uniformité de sa figure rendroit toute situation indifférente.

Voilà un léger échantillon des différences qu'un seul changement de supposition apporte dans un sujet, qui n'est que très-particulier par rapport à tout ce que M. Varignon embrasse, il poursuit tout avec le même soin.

Quoique son dessein ne comprît que la Méchanique des solides, il ne laisse pas d'y faire entrer celle des liqueurs, ou leur équilibre, tant parce que des principes aussi universels que les siens, & autant *premiers*, pour ainsi dire, s'y devoient étendre, que parce qu'il n'étoit pas pleinement satisfait de quelques-uns de ceux qui ont cours en cette matiere. Par exemple, quand on veut démontrer qu'une liqueur doit se mettre de niveau dans les deux branches inégalement grosses d'un siphon, on dit que si la plus grosse élevoit la liqueur dans l'autre au-dessus de son niveau, il arriveroit nécessairement que les deux portions de liqueur contenues dans les deux branches auroient l'une en descendant, l'autre en montant, des vitesses en raison renversée de leurs masses, & que par conséquent de deux forces égales l'une l'emporteroit sur l'autre, ce qui est absurde. Cela est vrai : mais ce raisonnement peche par le même endroit que celui qui a été rapporté sur le levier. Ce n'est pas la crainte d'une absurdité qui produit un équilibre dans la nature, c'est une cause actuelle, & M. Varignon a prouvé bien clairement que dans le cas présent il ne faut pas regarder la grosse colonne comme agissant contre la petite, mais seulement une portion de cette grosse colonne égale à la petite, ce qui réduit les deux forces à être parfaitement égales, & en repos, sans leur chercher l'inconvénient d'un mouvement qu'elles n'ont pas. On s'en convaincra facilement avec un peu d'attention.

Les liqueurs ont une sorte de mouvement, qui leur est particulier. Il seroit fort naturel de les concevoir comme formées d'une infinité de particules, ou, pour plus de facilité, de globules solides, presque infiniment petits. Si l'on conçoit que des globules égaux en masse à des grains de bled remplissent un vaisseau cylindrique, on conçoit que le fond de ce vaisseau est pressé par le poids de tous ces globules,

& que s'ils peuvent surmonter la résistance de ce fond, ils tomberont avec toute la vitesse verticale que leur donnera leur pesanteur. Mais si on suppose une ouverture assez large faite à un des côtés du vaisseau, & à une hauteur quelconque, on ne conçoit point que tout ce qu'il y a de globules au-dessus de l'ouverture doivent s'échapper par là avec une vitesse horisontale, proportionnée à la hauteur de l'ouverture. Peut-être s'en échappera-t-il quelques-uns, qui étoient en quelque sorte hors de leur rang : mais en général les inférieurs ne sont pressés que de haut en bas par les supérieurs, & l'on ne découvre aucun effort horisontal ou latéral qui agisse sur les côtés du vaisseau. Que l'on imagine les globules toujours plus petits jusqu'à devenir enfin ceux d'une liqueur, on ne voit point que leur plus grande petitesse change rien à cet effet. Cependant il est certain que le vaisseau cylindrique étant plein de liqueur, elle s'échappera horisontalement par une ouverture latérale, & enfin que les liqueurs contenues dans des vaisseaux agissent contre leur fond, & contre leurs côtés en tous sens.

M. Varignon ne se contente point de la matiere subtile, que les Cartésiens donnent pour cause de la fluidité, & à laquelle ils attribuent un mouvement en tous sens, qui par cela même est inutile, & sans effet, outre que la matiere subtile étant fluide, on demanderoit encore la cause de sa fluidité. Il avoue qu'il ne voit rien sur ce sujet qui le satisfasse, & prend le mouvement ou l'action des liqueurs en tous sens pour un principe d'expérience; plus on veut faire un usage exact des lumieres de la raison, plus on est souvent obligé d'en revenir à ce que les sens apprennent.

La composition ou décomposition des mouvemens, fournit sans peine à M. Varignon tout ce qui lui est nécessaire dans la recherche de l'équilibre des liqueurs.

M. Pascal a découvert le premier que dans un vaisseau plus étroit en haut qu'en bas selon telle proportion qu'on voudra, & dont par conséquent la capacité est moindre que celle d'un cylindre, qui auroit la même hauteur & la même

base, l'eau dont il sera plein pesera autant sur son fond qu'elle feroit sur le fond égal du cylindre. Ce n'est pas qu'il y ait un aussi grand poids d'eau, ni que la main qui soutiendrait ce vaisseau de largeur inégale fût aussi chargée que si elle soutenoit le cylindre; il n'y a, pour ainsi dire, que les deux fonds qui s'apperçoivent de cette égalité de pression, & voici pourquoi. La plus haute colonne de l'eau contenue dans le vaisseau plus étroit par le haut tend par son poids à descendre, & par conséquent à faire monter les autres colonnes plus courtes. Celles-ci en sont empêchées par le rétrécissement du vaisseau, elles s'appuyent donc contre des côtés obliques du vaisseau qui leur résistent, & qui par leur résistance renvoyent leur action sur le fond qu'elles pressent, & pressent autant que si elles étoient aussi hautes, & par conséquent aussi pesantes, que la plus haute. Ce qui manque à leur hauteur est précisément suppléé par l'effort dont elles s'arc-boutent, & de-là vient que le fond du vaisseau inégal est aussi pressé que celui du cylindre. C'est à peu-près la même chose que si un ressort bandé s'appuyoit contre deux plans qu'il tendit à séparer, & cette comparaison fait sentir la différence qui doit être entre les fonds des vaisseaux, & une main qui les porteroit: car en portant une boîte où seroit enfermé ce ressort bandé, on ne sentiroit que le poids de la boîte & du ressort, & nullement son action contre les deux côtés de la boîte.

Par la raison contraire, si un vaisseau est plus étroit par le bas que par le haut, son fond n'est chargé que de la colonne d'eau la plus haute terminée à ce fond, & nullement de toutes les autres plus courtes, qui seront soutenues par les côtés obliques du vaisseau. Tout cela se peut entendre sans Géométrie, mais non pas suffisamment au gré des Géomètres, qui se rendent même quelquefois difficiles à plaire sur la rigueur des démonstrations.

Nous sommes absolument obligés de passer sous silence un grand nombre de différens problèmes que M. Varignon se propose, qu'il tire de toutes les machines, qu'il tourne

102 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE
exprès de toutes les manières, & qu'il résout toujours par la même théorie des mouvemens composés. Nous ne dirons rien non plus d'une proposition quoique très-belle, très-générale & très-neuve que M. Bernoulli lui envoya sans démonstration, & qu'il démontra aussi-tôt par ses principes, en faisant voir en même tems qu'elle s'appliquoit à tout, & conduisoit à tout ce qu'il avoit trouvé. Mais nous croyons devoir particulièrement à sa mémoire de faire remarquer, encore plus que la beauté de l'Ouvrage, l'extrême circonspection qui y est marquée à l'égard des Auteurs qu'il est quelquefois obligé de reprendre. Jamais il ne les nomme & jamais il n'indique leurs livres sans une nécessité indispensable, qu'il représente pour s'excuser. Hors de-là, il dit seulement que quelqu'un s'est mépris sur un tel sujet. Les mœurs peuvent se faire sentir, même dans des livres de Géométrie, & elles manquent si souvent dans tous, qu'on ne doit pas laisser échapper aux Lecteurs un mérite si rare.

MACHINES OU INVENTIONS
APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE
EN M. DCCXXV.

I.

UNE Machine de M. de Mondran Mestre de Camp réformé, pour diminuer considérablement les frottemens. Une roue posée verticalement sur son axe, & soutenue par les supports dont on se sert d'ordinaire, n'ayant fait que 15 révolutions sur son axe après avoir été mise en mouvement, & s'étant arrêtée au bout de $\frac{1}{2}$ minute, la même roue posée sur les supports de M. de Mondran, & mise en mouvement par la même force à peu près, a fait 300 révolutions, & ne s'est arrêtée qu'au bout de 3 minutes. Les supports qui produisent cet effet sont des rouleaux posés verticalement. Plusieurs Méchaniciens ont déjà

imaginé, & pratiqué ce moyen de diminuer les frottemens, avec cette différence que les rouleaux de M. de Mondran sont presque aussi grands que la roue, ce qui cause encore une plus grande diminution, & de plus il compte faire porter l'axe de ces rouleaux sur d'autres plus petits, ce qui peut produire un avantage considérable.

Il doit appliquer cette construction à des machines pour l'élévation des eaux, & se servir de lanternes, dont les fuseaux seront des cylindres mobiles sur leur axe, & par-là les frottemens pourront encore être diminués.

I I.

Une machine du S^r. Fardoüel Horloger, pour tailler de grandes limes. Elle a paru très-simple, très-ingénieuse, & très-utile. L'Académie en avoit déjà vu une du même Auteur pour les petites limes.

I I I.

Une machine d'Arithmétique de M. de l'Epine, qui par une composition plus simple a paru donner une plus grande facilité pour les 4 regles, que celle de M. Pascal, & quelques autres, qui avoient déjà paru. Elle contient plusieurs choses nouvelles, & très-ingénieusement pensées.

I V.

Une machine du S^r. Henry Horloger, pour élever des fardeaux, qui dans ce qu'elle a de particulier consiste en un grand pendule attaché à une verge de fer, par le mouvement duquel on fait tourner une roue, dont l'arbre s'enveloppe de la corde qui soutient le poids. Pour tout le reste, elle est fort semblable à la machine qu'on appelle le levier de Lagarouste. Elle a paru plus commode que celles dont on s'est servi jusqu'à présent pour élever des fardeaux, lorsque le tems est moins à ménager que la force que l'on a à employer.

V.

Un globe terrestre de cuivre rouge, de 2 pieds de diamètre, construit avec toute la précision possible par M. Isaac Broukner. Comme il avoit trouvé beaucoup de difficultés sur la position d'un grand nombre de lieux, différemment

marquée par différens Auteurs ou Observateurs, & assez souvent même différente selon que les différences des Méridiens étoient exprimées en tems ou en degrés, il étoit venu à Paris pour s'éclaircir sur tous ses doutes, & M. Delisle lui en avoit levé la plus grande partie. Le globe de M. Broukner, outre la grande exactitude des positions, a encore cet avantage que par des dispositions nouvelles & très-ingénieuses de certains cercles mobiles, on y peut faire facilement & exactement toutes les opérations qui se font sur les globes, comme de connoître l'heure pour quelque pays que ce soit, l'hémisphere de la terre éclairé par le Soleil à chaque moment, les crépuscules, & leur durée, &c.

SA. S. M. le Comte de Toulouse Amiral de France, & S. M. le Comte de Maurepas Secrétaire d'Etat de la Marine, ayant demandé à l'Académie son dernier avis sur le jaugeage des vaisseaux, matiere sur laquelle des Commissaires nommés par elle, avoient déjà travaillé à diverses reprises, il y a cinq ans, par l'ordre de feu M. le Duc d'Orleans, à qui le Conseil de Marine & M. l'Amiral l'avoient demandé: la Compagnie a déclaré qu'après avoir vu ce qu'avoient fait ses Commissaires sur plusieurs mémoires, & pieces instructives, qui lui avoient été envoyées avec les méthodes pratiquées jusqu'ici pour le jaugeage dans les différens Ports du Royaume, & chez les étrangers, elle adoptoit le travail fait par M. de Mairan, l'un desdits Commissaires, qui avoit rectifié une méthode, dont le fonds étoit de M. Hocquart Commissaire de la Marine, que cette pratique ayant été éprouvée par M. Bouguer Hydrographe du Roi au Port du Croisic, qui l'avoit trouvée d'une justesse au de-là de celle que demandent les ordonnances, & très-commode, & ensuite par M. de Mairan, qui avoit été exprès pour la vérifier & la comparer avec plusieurs autres qui lui avoient été communiquées, dans les Ports de Bordeaux, & d'Agde, elle ne doutoit point que tout considéré, cette pratique, telle que M. de Mairan l'a donnée le 30 Août 1724, ne fût aussi juste, aussi claire & aussi facile qu'on le peut désirer.

ELOGE

E L O G E

D U

C Z A R P I E R R E I.

COMME il est sans exemple que l'Académie ait fait l'Eloge d'un Souverain, en faisant, si on ose le dire, celui d'un de ses Membres, nous sommes obligés d'avertir, que nous ne regarderons le feu Czar qu'en qualité d'Académicien, mais d'Académicien Roi & Empereur, qui a établi les Sciences & les Arts dans les vastes Etats de sa domination, & quand nous le regarderons comme Guerrier, & comme Conquérant, ce ne sera que parce que l'art de la guerre est un de ceux dont il a donné l'intelligence à ses sujets.

Lû à l'Académie
publique
du 14.
Novembre
1725.

La Moscovie ou Russie étoit encore dans une ignorance, & dans une grossièreté presque pareilles à celles, qui accompagnent toujours les premiers âges des Nations. Ce n'est pas que l'on ne découvrit dans les Moscovites de la vivacité, de la pénétration, du génie & de l'adresse à imiter ce qu'ils auroient vu : mais toute industrie étoit étouffée ; les paysans nés esclaves, & opprimés par des Seigneurs impitoyables se contentoient qu'une agriculture grossière leur rapportât précisément de quoi vivre, ils ne pouvoient, ni n'osoient s'enrichir. Les Seigneurs eux-mêmes n'osoient paroître riches, & les Arts sont enfans de la richesse, & de la douceur du Gouvernement. L'art militaire, malheureusement aussi indispensable que l'agriculture, n'étoit guere moins négligé, aussi les Moscovites n'avoient-ils étendu leur domination que du côté du Nord & de l'Orient, où ils avoient trouvé des peuples plus barbares, & non du côté de l'Occident & du

Hist. 1725.

O

Midi, où sont les Suédois, les Polonois & les Turcs. La politique des Czars avoit éloigné de la guerre les Seigneurs & les Gentilshommes, qui en étoient venus à regarder comme une exemption honorable cette indigne oisiveté, & si quelques-uns servoient, leur naissance les avoit faits Commandans, & leur tenoit lieu d'expérience. On avoit mis dans les Troupes plusieurs Officiers Allemands, mais qui la plupart simples Soldats dans leur pays, & Officiers seulement parce qu'ils étoient en Moscovie, n'en scavoient pas mieux leur nouveau métier. Les armées Russiennes levées par force, composées d'une vile populace, mal disciplinées, mal commandées, ne tenoient guere tête à un ennemi aguerri, & il falloit que des circonstances heureuses & singulieres leur missent entre les mains une victoire qui leur étoit assez indifférente. La principale force de l'Empire consistoit dans les Strelitz, Milice à peu près semblable aux Janissaires Turcs, & redoutables comme eux à ses maîtres, dans le même tems qu'elle les faisoit redouter des peuples. Un commerce foible & languissant étoit tout entier entre les mains de marchands étrangers, que l'ignorance & la paresse des gens du pays n'invitoient que trop à les tromper. La Mer n'avoit jamais vû de vaisseaux Moscovites, soit vaisseaux de Guerre, soit marchands, & tout l'usage du port d'Arkangel étoit pour les Nations étrangères.

Le Christianisme même qui impose quelque nécessité de sçavoir, du moins au Clergé, laissoit le Clergé dans des ténèbres aussi épaisses que le peuple, tous sçavoient seulement qu'ils étoient de la Religion Grecque, & qu'il falloit haïr les Latins; nul Ecclésiastique n'étoit assez habile pour prêcher devant des Auditeurs si peu redoutables; il n'y avoit presque pas de Livres dans les plus anciens, & les plus riches Monasteres, même à condition de n'y être pas lûs. Il régnoit par-tout une extrême dépravation de mœurs & de sentimens, qui n'étoit pas seulement, comme ailleurs, cachée sous des dehors légers de bienfaisance, ou revêtue de quelques apparences d'esprit, & de quelques agrémens superficiels.

Cependant ce même peuple étoit souverainement fier, plein de mépris pour tout ce qu'il ne connoissoit point, & c'est le comble de l'ignorance que d'être orgueilleuse. Les Czars y avoient contribué en ne permettant point que leurs sujets voyageassent, peut-être craignoit-on qu'ils ne vinssent à ouvrir les yeux sur leur malheureux état. La Nation Moscovite, peu connue que de ses plus proches voisins, faisoit presque une Nation à part, qui n'entroit point dans le système de l'Europe, qui n'avoit que peu de liaison avec les autres Puissances, & peu de considération chez elles, & dont à peine étoit-on curieux d'apprendre de tems en tems quelques révolutions importantes.

Tel étoit l'état de la Moscovie, lorsque le Prince Pierre naquit le 11^e Juin 1672 du Czar Alexis Michaelowits, & de Natalie Kirilouna Nariskin sa seconde femme. Le Czar étant mort en 1676, Fedor ou Théodore son fils aîné lui succéda, & mourut en 1682 après 6 ans de regne. Le Prince Pierre, âgé seulement de 10 ans, fut proclamé Czar en sa place, au préjudice de Jean quoiqu'aîné, dont la santé étoit fort foible, & l'esprit imbécille. Les Strelitz, excités par la Princesse Sophie, qui espéroit plus d'autorité sous Jean son frere de pere & de mere, & incapable de tout, se révolterent en faveur de Jean, & pour éteindre la guerre civile, il fut réglé que les deux freres regneroient ensemble.

Pierre, déjà Czar dans un âge si tendre, étoit très-mal élevé, non-seulement par le vice général de l'éducation Moscovite, par celui de l'éducation ordinaire des Princes que la flatterie se hâte de corrompre dans le tems même destiné aux préceptes & à la vérité, mais encore plus par les soins de l'ambitieuse Sophie, qui déjà le connoissoit assez pour craindre qu'il ne fût un jour un trop grand Prince & trop difficile à gouverner. Elle l'environna de tout ce qui étoit capable d'étouffer ses lumieres naturelles, de lui gâter le cœur & de l'avilir par ses plaisirs. Mais ni la bonne éducation ne fait les grands caracteres, ni la mauvaise ne les détruit. Les Heros en tout genre sortent tout formés des mains de

la Nature & avec des qualités insurmontables. L'inclination du Czar Pierre pour les exercices militaires se déclara dès sa première jeunesse, il se plaisoit à battre le Tambour, & ce qui marque bien qu'il ne vouloit pas s'amuser, comme un enfant, par un vain bruit, mais apprendre une fonction de soldat, c'est qu'il cherchoit à s'y rendre habile, & il le devint effectivement au point d'en donner quelquesfois des leçons à des soldats qui n'y réussissoient pas si bien que lui.

Le Czar Fedor avoit aimé la magnificence en habits & en équipages de chevaux; pour lui, quoique blessé dès-lors de ce faste, qu'il jugeoit inutile & onéreux; il vit cependant avec plaisir que les sujets, qui n'avoient été jusques-là que trop éloignés de toute sorte de magnificence, en prenoient peu à peu le goût.

Il conçut qu'il pouvoit employer à de plus nobles usages, la force de son exemple, il forma une compagnie de cinquante hommes commandés par des Officiers étrangers, & qui étoient habillés & faisoient leurs exercices à l'Allemande. Il prit dans cette troupe le moindre de tous les grades, celui de Tambour. Ce n'étoit pas une représentation frivole qui ne fit que fournir à lui & à sa Cour une matière de divertissement & de plaisanterie. Il avoit bien défendu à son Capitaine de se souvenir qu'il étoit Czar, il servoit avec toute l'exaëtitude & toute la soumission que demandoit son emploi, il ne vivoit que de sa paye, & ne couchoit que dans une tente de Tambour à la suite de sa Compagnie. Il devint Sergent, après l'avoir mérité au jugement des Officiers qu'il auroit punis d'un jugement trop favorable, & il ne fut jamais avancé que comme un soldat de fortune, dont ses camarades même auroient approuvé l'élévation. Par-là il vouloit apprendre aux Nobles que la naissance seule n'étoit point un titre suffisant pour obtenir les dignités militaires, & à tous ses sujets que le mérite seul en étoit un. Les bas emplois par où il passoit, la vie dure qu'il y essuyoit, lui donnoient un droit d'en exiger autant plus fort, que celui même qu'il tenoit de son autorité despotique.

A cette premiere compagnie de 50 hommes, il en joignit de nouvelles, toujours commandées par des Etrangers, toujours disciplinées à la maniere d'Allemagne, & il forma enfin un corps considérable. Comme il avoit alors la paix, il faisoit combattre une troupe contre une autre, ou représentoit des sièges de places, il donnoit à ses soldats une expérience qui ne coûtoit point encore de sang, il essayoit leur valeur, & préludoit à des victoires.

Les Strelitz regardoient tout cela comme un amusement d'un jeune Prince, & se divertissoient eux-mêmes des nouveaux spectacles qu'on leur donnoit. Ce jeu cependant les intéressoit plus qu'ils ne pensoient. Le Czar qui les voyoit trop puissans, & d'ailleurs uniquement attachés à la Princesse Sophie, cachoit dans le fond de son cœur un dessein formé de les abattre, & il vouloit s'assurer de troupes & mieux instruites & plus fidelles.

En même tems il suivoit une autre vûe aussi grande, & encore plus difficile. Une Chaloupe Hollandoise, qu'il avoit trouvée sur un Lac d'une de ses maisons de plaisance, où elle demouroit abandonnée & inutile, l'avoit frappé, & ses pensées s'étoient élevées jusqu'à un projet de Marine, quelque hardi qu'il dût paroître, & qu'il lui parût peut-être à lui-même.

Il fit d'abord construire à Moscou de petits Bâtimens par des Hollandois, ensuite quatre Fregates de 4 pièces de canon sur le Lac de Pereaslave. Déjà il leur avoit appris à se battre les unes contre les autres. Deux campagnes de suite il partit d'Arkangel sur des vaisseaux Hollandois ou Anglois, pour s'instruire par lui-même de toutes les opérations de la Mer.

Au commencement de 1696 le Czar Jean mourut, & Pierre, seul maître de l'Empire, se vit en état d'exécuter ce qu'il n'eût pû avec une autorité partagée. L'ouverture de son nouveau regne fut le siège d'Azof sur les Turcs. Il ne le prit qu'en 1697, après avoir fait venir des Vénitiens pour construire sur le Don des Galeres qui, en fermassent l'embouchure, & empêchassent les Turcs de secourir la Place.

Il connut par là mieux que jamais l'importance d'une Marine, mais il sentit aussi l'extrême incommodité de n'avoir des vaisseaux que des Etrangers, ou de n'en construire que par leurs mains. Il voulut s'en délivrer, & comme ce qu'il méditoit étoit trop nouveau pour être seulement mis en délibération, & que l'exécution de ses vûes, confiées à tout autre que lui, étoit plus qu'incertaine, ou du moins très-lente, il prit entièrement sur lui une démarche hardie, bizarre en apparence, & qui, si elle manquoit de succès, nepouvoit être justifiée qu'auprès du petit nombre de ceux qui reconnoissent le grand par-tout où il se trouve. En 1698. n'ayant encore régné seul que près de deux ans, il envoya en Hollande une Ambassade dont les chefs étoient Mr. le Fort, Genevois, qu'il honoroit d'une grande faveur, & le Comte Golowin grand Chancelier, & il se mit dans leur suite *incognito*, pour aller apprendre lui-même la construction des Vaisseaux.

Il entra à Amsterdam dans la maison de l'Amirauté des Indes, & se fit inscrire dans le rolle des Charpentiers sous le nom de Pierre Michaëlof, & non de Pierre Michaelowits, qu'il eût dû prendre par rapport à son grand-pere : car dans la langue Russe cette différence de terminaison marque un homme du peuple, ou un homme de condition, & il ne vouloit pas qu'il restât aucune trace de sa suprême dignité. Il l'avoit entièrement oubliée, ou plutôt il ne s'en étoit jamais si bien souvenu, si elle consiste plus dans des fonctions utiles aux peuples, que dans la pompe & l'éclat qui l'accompagne. Il travailloit dans le chantier avec plus d'assiduité, & plus d'ardeur que ses compagnons, qui n'avoient pas des motifs comparables aux siens ; tout le monde connoissoit le Czar, & on se le montrait les uns aux autres avec un respect, que s'attiroit moins ce qu'il étoit, que ce qu'il étoit venu faire. Guillaume III. Roi d'Angleterre, qui se trouvoit alors en Hollande, & qui se connoissoit en mérite personnel, eut pour lui toute la considération réelle, qui lui étoit dûe. *L'Incognito* ne retrancha que la fausse & l'apparente.

Avant que de partir de ses Etats, il avoit envoyé les principaux Seigneurs Moscovites voyager en différents endroits de l'Europe, leur marquant à chacun, selon les dispositions qu'il leur connoissoit, ce qu'ils devoient particulièrement étudier : il avoit songé aussi à prévenir par la dispersion des Grands les périls de son absence. Quelques-uns obéirent de mauvaise grace, & il y en eut un qui demeura 4 ans enfermé chez lui à Venise, pour en sortir avec la satisfaction de n'avoir rien vu, ni rien appris. Mais en général l'expédient du Czar réussit, les Seigneurs s'instruisirent dans les pays étrangers, & l'Europe fut pour eux un spectacle tout nouveau, dont ils profiterent.

Le Czar voyant en Hollande que la construction des vaisseaux ne se faisoit que par pratique, & par une tradition d'ouvriers, & ayant appris qu'elle se faisoit en Angleterre sur des Plans, où toutes les proportions étoient exactement marquées, jugea cette maniere préférable, & passa en Angleterre. Le Roi Guillaume l'y reçut encore, & pour lui faire un présent, selon son goût, & qui fût un modele de l'art qu'il venoit étudier, il lui donna un Yacht magnifique.

D'Angleterre le Czar repassa en Hollande, pour retourner dans ses Etats par l'Allemagne, remportant avec lui la Science de la construction des vaisseaux acquise en moins de deux ans, parce qu'il l'avoit acquise par lui-même & achetée courageusement par une espece d'abdication de la dignité Royale, prix qui auroit paru exorbitant à tout autre Souverain.

Il fut rappelé brusquement de Vienne par la nouvelle de la révolte de 40000 Strelitz. Arrivé à Moscou à la fin de 1699, il les cassa tous sans hésiter, plus sûr du respect qu'ils auroient pour sa hardiesse, que de celui qu'ils devoient à ses ordres. Dès l'année 1700. il eut remis sur pied 30000 hommes d'Infanterie réglée, dont faisoient partie les troupes qu'il avoit eu déjà la prévoyance de former, & de s'attacher particulièrement.

Alors se déclara dans toute son étendue le vaste projet qu'il avoit conçu. Tout étoit à faire en Moscovie, & rien à perfectionner. Il s'agissoit de créer une Nation nouvelle, & , ce qui tient encore de la création, il falloit agir seul, sans secours, sans instrumens. L'aveugle politique de ses Prédécesseurs avoit presque entièrement détaché la Moscovie du reste du monde; le commerce y étoit ou ignoré, ou négligé au dernier point, & cependant toutes les richesses, & même celles de l'esprit, dépendent du commerce. Le Czar ouvrit ses grands Etats jusques-là fermés; après avoir envoyé ses principaux sujets chercher des connoissances & des lumieres chez les Etrangers, il attira chez lui tout ce qu'il put d'Etrangers capables d'en apporter à ses sujets, Officiers de Terre & de Mer, Matelots, Ingénieurs, Mathématiciens, Architectes, gens habiles dans la découverte des mines & dans le travail des métaux, Médecins, Chirurgiens, Artisans de toutes les especes.

Toutes ces nouveautés cependant, aisées à décrier par le seul nom de nouveautés, faisoient beaucoup de mécontens, & l'autorité despotique, alors si légitimement employée, n'étoit qu'à peine assez puissante. Le Czar avoit affaire à un peuple dur, indocile, devenu paresseux par le peu de fruit de ses travaux, accoutumé à des châtimens cruels, & souvent injustes, détaché de l'amour de la vie par une affreuse misere, persuadé par une longue expérience qu'on ne pouvoit travailler à son bonheur, insensible à ce bonheur inconnu. Les changemens les plus indifférens, & les plus légers, tels que celui des anciens habits, ou le retranchement des longues barbes, trouvoient une opposition opiniâtre, & suffisoient quelquesfois pour causer des séditions. Aussi pour plier la Nation à des nouveautés utiles, fallut-il porter la vigueur au-delà de celle qui eût suffi avec un peuple plus doux & plus traitable, & le Czar y étoit d'autant plus obligé, que les Moscovites ne connoissoient la grandeur & la supériorité que par le pouvoir de faire du mal, & qu'un Maître indulgent & facile ne leur eût pas paru un grand Prince & à peine un Maître.

En

En 1700 le Czar, soutenu de l'alliance d'Auguste roi de Pologne, entra en guerre avec Charles XII. roi de Suede, le plus redoutable rival de gloire qu'il pût jamais avoir. Charles étoit un jeune Prince, non pas seulement ennemi de toute mollesse, mais amoureux des plus violentes fatigues, & de la vie la plus dure, recherchant les périls par goût & par volupté, invinciblement opiniâtre dans les extrémités où son courage le portoit; enfin, c'étoit Alexandre, s'il eût eu des vices & plus de fortune. On prétend que le Czar & lui étoient encore fortifiés par l'erreur spéculative d'une prédestination absolue.

Il s'en falloit beaucoup que l'égalité qui pouvoit être entre les deux Souverains ennemis, ne se trouvât entre les deux Nations. Des Moscovites qui n'avoient encore qu'une légère teinture de discipline, nulle ancienne habitude de valeur, nulle réputation qu'ils craignissent de perdre, & qui leur enflât le courage, alloient trouver des Suédois exactement disciplinés depuis long-tems, accoutumés à combattre sous une longue suite de Rois guerriers leurs Généraux, animés par le seul souvenir de leur histoire. Aussi le Czar disoit-il en commençant cette guerre : *Je sçai bien que mes troupes seront long-tems battues, mais cela même leur apprendra enfin à vaincre.* Il s'armoit d'une patience plus héroïque que la valeur même, & sacrifioit l'intérêt de sa gloire à celui qu'avoient ses peuples de s'aguerrir.

Cependant après que les mauvais succès des premiers commencemens eurent été essuyés, il remporta quelques avantages assez considérables, & la fortune varia, ce qui honoroit déjà assez ses armes. On put espérer de se mesurer bientôt avec les Suédois sans inégalité, tant les Moscovites se formoient rapidement. Au bout de quatre ans le Czar avoit déjà fait d'assez grands progrès dans la Livonie & dans l'Ingrie, provinces dépendantes de la Suede, pour être en état de songer à bâtir une place, dont le port situé sur la mer Baltique, pût contenir une flotte, & il commença en effet le fameux Petersbourg en 1704. Jamais tous les efforts des

114 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE
Suédois n'ont pû l'en chasser, & il a rendu Petersbourg une
des meilleures forteresses de l'Europe.

Selon la loi qu'il s'étoit prescrite à lui-même, de n'avancer dans les dignités de la guerre qu'autant qu'il le méritoit, il devoit être avancé. A Grodno en Lithuanie, où se trouvoient le roi de Pologne, & les principaux Seigneurs de ce Royaume, il pria ce Prince de prendre le commandement de son armée, & quelques jours après il lui fit proposer en public par le Général Moscovite Ogilvi, de remplir deux places de Colonel vacante. Le Roi Auguste répondit qu'il ne connoissoit pas encore assez les Officiers Moscovites, & lui dit de lui en nommer quelques-uns des plus dignes de ces emplois. Ogilvi lui nomma le Prince Alexandre Menzicou, le Lieutenant-Colonel Pierre Alexiowits, c'est-à-dire le Czar. Le Roi dit qu'il connoissoit le mérite de Menzicou, & qu'il lui feroit incessamment expédier le brevet, mais que pour l'autre, il n'étoit pas assez informé de ses services. On sollicita pendant cinq ou six jours pour Pierre Alexiowits, & enfin le Roi le fit Colonel. Si c'étoit là une espece de comédie, du moins elle étoit instructive, & méritoit d'être jouée devant tous les Rois.

Après de grands désavantages qu'il eut contre les Suédois depuis 1704, enfin il remporta sur eux en 1709, devant Pultava, une victoire complete; il s'y montra aussi grand Capitaine, que brave soldat, & il fit sentir à ses ennemis combien ses troupes s'étoient instruites avec eux. Une grande partie de l'armée Suédoise fut prisonniere de guerre, & on vit un Héros, tel que le roi de Suede fugitif sur les terres de Turquie, & ensuite presque captif à Bender. Le Czar se crut digne alors de monter au grade de Lieutenant-Général.

Il faisoit manger à sa table les Généraux Suédois prisonniers, & un jour qu'il but à la santé de ses maîtres dans l'art de la guerre, le Comte de Rhinschild, l'un des plus illustres d'entre ces prisonniers, lui demanda qui étoient ceux à qui il donnoit un si beau titre. *Vous*, dit-il, *Messieurs les Généraux.*

V. M. est donc bien ingrate, répliqua le Comte, *d'avoir si mal-traité ses Maîtres*. Le Czar, pour réparer en quelque façon cette glorieuse ingratitude, fit rendre aussitôt une épée à chacun d'eux. Il les traita toujours comme auroit fait leur Roi, qu'ils auroient rendu victorieux.

Il ne pouvoit manquer de profiter du malheur & de l'éloignement du roi de Suede. Il acheva de conquérir la Livonie & l'Ingrie, & y joignit la Finlande, & une partie de la Poméranie Suédoise. Il fut plus en état que jamais de donner ses soins à son Petersbourg naissant. Il ordonna aux Seigneurs d'y venir bâtir, & le peupla tant des anciens artisans de Moscovie, que de ceux qu'il rassembloit de toutes parts.

Il fit construire des galeres inconnues jusques-là dans ces mers, pour aller sur les côtes de Suede & de Finlande, pleines de rochers, & inaccessibles aux bâtimens de haut bord. Il acheta des vaisseaux d'Angleterre, & fit travailler sans relâche à en bâtir encore. Il parvint enfin à en bâtir un de 90 pièces de canon, où il eut le sensible plaisir de n'avoir travaillé qu'avec des ouvriers Moscovites. Ce grand navire fut lancé en mer en 1718, au milieu des acclamations de tout un peuple, & avec une pompe digne du principal Charpentier.

La défaite des Suédois à Pultava lui produisit, par rapport à l'établissement des Arts, un avantage que certainement il n'attendoit pas lui-même. Près de 3000 Officiers Suédois furent dispersés dans tous ses Etats, & principalement en Siberie, vaste pays, qui s'étend jusqu'aux confins de la Chine, & destiné à la punition des Moscovites exilés. Ces prisonniers qui manquoient de subsistance, & voyoient leur retour éloigné & incertain, se mirent presque tous à exercer les différens métiers, dont ils pouvoient avoir quelque connoissance, & la nécessité les y rendit promptement assez habiles. Il y eut parmi eux jusqu'à des Maîtres de langues & de mathématiques. Ils devinrent une espece de Colonie, qui civilisa les anciens habitans, & tel art, qui quoiqu'établi à Moscou,

ou à Petersbourg eût pû être long-tems à pénétrer en Sibirie, s'y trouva porté tout d'un coup.

L'histoire doit avouer les fautes des grands hommes, ils en ont eux-mêmes donné l'exemple. Les Turcs ayant rompu la treve qu'ils avoient avec le Czar, il se laissa enfermer en 1712 par leur armée sur les bords de la riviere de Pruth, dans un poste où il étoit perdu sans ressource. Au milieu de la consternation générale de son armée, la Czarine Catherine, qui avoit voulu le suivre, osa seule imaginer un expédient; elle envoya négocier avec le grand Visir, en lui laissant entrevoir une grosse somme d'argent; il se laissa tenter, & la prudence du Czar acheva le reste. En mémoire de cet événement, il voulut que la Czarine instituât l'Ordre de sainte Catherine, dont elle seroit Chef, & où il n'entreroit que des femmes. Il éprouva toute la douceur que l'on goûte, non seulement à devoir beaucoup à ce qu'on aime, mais encore à en faire un aveu éclatant, & qui lui soit glorieux.

Le roi de Suede étant sorti enfin des Etats du Turc en 1713. après les actions qu'il fit à Bender, & qu'un Roman n'auroit osé feindre, le Czar se retrouva ce formidable ennemi en tête: mais il étoit fortifié de l'alliance du roi de Dannemarck. Il porta la guerre dans le Duché de Holstein allié de la Suede, & en même tems il y porta ses observations continuelles, & ses études politiques. Il faisoit prendre par des Ingénieurs le plan de chaque ville, & les desseins des différens moulins & des machines qu'il n'avoit pas encore; il s'informoit de toutes les particularités du labourage, & des métiers, & par-tout il engageoit d'habiles artisans qu'il envoyoit chez lui. A Gottorp, dont le roi de Danne-marck étoit alors maître, il vit un grand globe céleste en dedans, & terrestre en dehors, fait sur un dessein de Ticho-Brahé. Douze personnes peuvent s'asseoir dedans autour d'une table, & y faire des observations célestes, en faisant tourner cet énorme globe. La curiosité du Czar en fut frappée, il le demanda au roi de Dannemarck, & fit venir

exprès de Petersbourg une frégate qui l'y porta. Des Astronomes le placèrent dans une grande maison bâtie pour cet usage.

La Moscovie vit en 1714 un spectacle tout nouveau , & que le Czar étoit peut-être surpris de lui donner si-tôt, un triomphe pour une victoire navale remportée sur les Suédois à Gango vers les côtes de Finlande. La flotte Moscovite entra dans le port de Petersbourg , avec les vaisseaux ennemis qu'elle amenoit , & le Contre-Amiral Suédois Ockrenskiold prisonnier , chargé de sept blessures. Les troupes débarquées passèrent avec pompe sous un arc de triomphe qu'on avoit élevé , & le Czar qui avoit combattu en personne , & qui étoit le vrai triomphateur , moins par sa qualité de Souverain , que par celle de premier Instituteur de la marine , ne parut dans cette marche qu'à son rang de Contre-Amiral , dont il avoit alors le titre. Il alla à la citadelle , où le Vice-Czar Romanodofski assis sur un thrône , au milieu d'un grand nombre de Sénateurs , le fit appeller , reçut de sa main une relation du combat , & après l'avoir assez long-tems interrogé , l'éleva , par l'avis du Conseil , à la dignité de Vice-Amiral. Ce Prince n'avoit pas besoin de l'esclave des triomphateurs Romains , il sçavoit assez lui seul prescrire de la modestie à son triomphe.

Il y joignit encore beaucoup de douceur & de générosité en traitant le Contre-Amiral Suédois Ockrenskiold comme il avoit fait auparavant le Général Rinschild. Il n'y a que la vraie valeur qui aime à se retrouver dans un ennemi , & qui s'y respecte.

Nous supprimerons désormais presque tout ce qui appartient à la guerre. Tous les obstacles sont surmontés , & d'assez beaux commencemens établis.

Le Czar en 1716 alla avec la Czarine voir le roi de Dannemarck à Copenhague , & y passa trois mois. Là il visita tous les Colléges , toutes les Académies , & vit tous les Sçavans. Il lui étoit indifférent de les faire venir chez lui , ou d'aller chez eux. Tous les jours il alloit dans une

chaloupe avec deux Ingénieurs côtoyer les deux royaumes de Dannemarck & de Suede , pour mesurer toutes les sinuosités , sonder tous les fonds , & porter ensuite le tout sur des cartes si exactes , que le moindre banc de sable ne leur a pas échappé. Il falloit qu'il fût bien respecté de ses Alliés pour n'être pas traversé par eux-mêmes dans ce grand soin de s'instruire si particulièrement.

Ils lui donnerent encore une marque de considération plus éclatante. L'Angleterre étoit son alliée aussi bien que le Dannemarck , & ces deux Puissances ayant joint leurs flottes à la sienne , lui déférerent le commandement en chef. Les Nations les plus expérimentées sur la mer vouloient bien déjà obéir au premier de tous les Russes qui eût connu la mer.

De Dannemarck il alla à Hambourg , de Hambourg à Hanovre , & à Volfembutel , toujours observant , & de-là en Hollande , où il laissa la Czarine , & vint en France en 1717. Il n'avoit plus rien d'essentiel à apprendre , ni à transporter chez lui : mais il lui restoit à voir la France , un pays où les connoissances ont été portées aussi loin , & les agrémens de la société plus loin que par-tout ailleurs : seulement est-il à craindre que l'on n'y prenne à la fin un bisarre mépris du bon devenu trop familier.

Le Czar fut fort touché de la personne du Roi encore enfant. On le vit qui traversoit avec lui les appartemens du Louvre , le conduisant par la main , & le prenant presque entre ses bras pour le garantir de la foule , aussi occupé de ce soin & d'une maniere aussi tendre que son propre Gouverneur.

Le 19 Juin 1717 il fit l'honneur à l'Académie des Sciences d'y venir. Elle se para de ce qu'elle avoit de plus nouveau & de plus curieux en fait d'expériences ou de machines. Dès qu'il fut retourné dans ses Etats , il fit écrire à M^r. l'Abbé Bignon par M^r. Areskins Ecossois , son premier médecin , qu'il vouloit bien être membre de cette Compagnie , & quand elle lui en eut rendu graces avec tout le respect &

toute la reconnoissance qu'elle devoit, il lui en écrivit lui-même une lettre, qu'on n'ose appeller une lettre de remerciement, quoiqu'elle vint d'un Souverain, qui s'étoit accoutumé depuis long-tems à être homme. Tout cela est imprimé dans l'Histoire de 1720, * & tout glorieux qu'il est à l'Académie, nous ne le répéterons pas. On étoit ici fort régulier à lui envoyer chaque année le volume qui lui étoit dû en qualité d'Académicien, & il le recevoit avec plaisir de la part de ses Confreres. Les sciences en faveur desquelles il s'abaissoit au rang de simple particulier, doivent l'élever en récompense au rang des Augustes & des Charlemagnes, qui leur ont accordé aussi leur familiarité.

* p. 125.

Pour porter la puissance d'un Etat aussi loin qu'elle puisse aller, il faudroit que le Maître étudiât son pays, presque en Géographe & en Physicien, qu'il en connût parfaitement tous les avantages naturels, & qu'il eût l'art de les faire valoir. Le Czar travailla sans relâche à acquérir cette connoissance, & à pratiquer cet art. Il ne s'en fioit point à des Ministres peu accoutumés à rechercher si soigneusement le bien public, il n'en croyoit que ses yeux, & des voyages de 3 ou 400 lieues ne lui coûtoient rien, pour s'instruire par lui-même. Il les faisoit accompagné seulement de trois ou quatre personnes, & avec cette intrépidité, qui suffit seule pour éloigner les périls. Aussi le Czar possédoit-il si exactement la carte de son vaste Empire, qu'il conçut sans crainte de se tromper les grands projets qu'il pouvoit fonder, tant sur la situation en général, que sur les détails particuliers des pays.

Comme tous les méridiens se rassemblent sous le Pole en un seul point, les François & les Chinois, par exemple, se trouveroient voisins du côté du septentrion, si leurs Royaumes s'étendoient beaucoup davanrage de ce côté-là. Ainsi la situation fort septentrionale de l'Empire Moscovite jointe à sa grande étendue, fait que par ses parties méridionales il touche aux parties septentrionales de grands Etats fort éloignés les uns des autres vers le Midi. Il est le voisin d'une grande partie de l'Europe & de toute l'Asie; il a d'ailleurs

de grandes rivières , qui tombent en différentes mers , la Duvine dans la mer Blanche , partie de l'Océan ; le Don dans la mer Noire , partie de la Méditerranée ; le Volga dans la mer Caspienne. Le Czar comprit que ces rivières , jusque-là presque inutiles , réuniroient chez lui tout ce qu'il y a de plus séparé , s'il les faisoit communiquer entr'elles , soit par de moindres rivières qui s'y jettent , soit par des canaux qu'il tireroit. Il entreprit ces grands travaux , fit faire tous les nivellemens nécessaires , choisit lui-même les lieux où les canaux devoient être creusés , & régla le nombre des écluses.

La jonction de la rivière de Volkoua , qui passe à Peterbourg , avec la Volga , est présentement finie , & l'on fait par eau à travers toute la Russie un chemin de plus de 800 lieues , depuis Petersbourg jusqu'à la mer Caspienne , ou en Perse. Le Czar envoya à l'Académie le plan de cette grande communication , où il avoit tant de part comme Ingénieur ; il semble qu'il voulût faire ses preuves d'Académicien.

Il y a encore un autre canal fini qui joint le Don avec le Volga. Mais les Turcs ayant repris la ville d'Asof , située à l'embouchure du Don , la grande utilité de ce canal attend une nouvelle conquête.

Vers l'Orient la domination du Czar s'étend dans un espace de plus de 1500 lieues jusqu'aux frontières de la Chine , & au voisinage des mers du Japon. Les caravanes Moscovites , qui alloient trafiquer à la Chine , mettoient une année entière à leur voyage. C'étoit là une ample matière à exercer un génie tel que le sien , car ce long chemin pouvoit être & abrégé & facilité , soit par des communications de rivières , soit par d'autres travaux , soit par des traités avec des Princes Tartares , qui auroient donné passage dans leurs pays. Le voyage pouvoit n'être que de quatre mois. Selon son dessein , tout doit aboutir à Petersbourg , qui par sa situation seroit un entrepôt du monde. Cette ville , à qui il avoit donné la naissance & son nom , étoit pour lui ce qu'étoit Alexandrie pour Alexandre son fondateur , & comme Alexandrie

Alexandrie se trouva si heureusement située , qu'elle changea la face du commerce d'alors , & en devint la capitale à la place de Tyr , de même Petersbourg changeroit les routes d'aujourd'hui , & deviendrait le centre d'un des plus grands commerces de l'Univers.

Le Czar porta encore ses vûes plus loin. Il voulut sçavoir quelle étoit sa situation à l'égard de l'Amérique , si elle tient à la Tartarie , ou si la mer du Septentrion donnoit un passage dans ce grand Continent , ce qui lui auroit encore ouvert le nouveau Monde. De deux vaisseaux qui partirent d'Arkangel pour cette découverte , jusqu'à présent impossible , l'un fut arrêté par les glaces , & on n'a point eu de nouvelles de l'autre , qui apparemment a péri. Au commencement de cette année il a encore donné ordre à un habile Capitaine de marine d'en construire deux autres pour le même dessein , il falloit que dans de pareilles entreprises l'opiniâtré de son courage se communiquât à ceux qu'il employoit.

La révolution arrivée en Perse par la révolte de Mahmoud attira de ce côté-là les armes du Czar & du Grand-Seigneur. Le Czar s'empara de la ville de Derbent sur la côte occidentale de la mer Caspienne , & de tout ce qui lui convenoit , par rapport au projet d'étendre le commerce de Moscovie , il fit lever un plan de cette mer , & grace à ce Conquérant Académicien , on en connut enfin la véritable figure , fort différente de celles qu'on lui donnoit communément. L'Académie reçut aussi du Czar une carte de sa nouvelle mer Caspienne.

La Moscovie avoit beaucoup de mines , mais ou inconnues , ou négligées par l'ancienne paresse & le découragement général de la Nation. Il n'étoit pas possible qu'elles échappassent à la vive attention que le Souverain portoit sur tout. Il fit venir d'Allemagne des gens habiles dans la science des métaux , & mit en valeur tous ces trésors enfouis ; il lui vint de la poudre d'or des bords de la mer Caspienne , & du fond de la Sibirie ; on dit qu'une livre de cette dernière poudre rendoit 14 onces d'or pur. Du moins le fêr beaucoup

plus nécessaire que l'or, devint commun en Moscovie, & avec lui tous les Arts qui le préparent ou qui l'emploient.

On ne peut que parcourir les différens établissemens que lui doit la Moscovie, & seulement les principaux.

Une Infanterie de cent mille hommes, aussi belle & aussi aguerrie qu'il y en ait en Europe, dont une assez grande partie des Officiers sont déjà Moscovites; on convient que la Cavalerie n'est pas si bonne, faute de bons chevaux.

Une Marine de 40 vaisseaux de ligne, & de 200 galeres.

Des fortifications selon les dernières regles à toutes les places qui en méritent.

Une excellente Police dans les grandes villes, qui auparavant étoient aussi dangereuses pendant la nuit que les bois les plus écartés.

Une Académie de Marine & de Navigation, où toutes les familles nobles sont obligées d'envoyer quelques-uns de leurs enfans.

Des Colléges à Moscou, à Petersbourg & à Kiof pour les Langues, les Belles Lettres, & les Mathématiques; de petites Écoles dans les villages, où les enfans des paysans apprennent à lire & à écrire.

Un Collége de Médecine, & une belle Apoticaierie publique à Moscou, qui fournit de remèdes les grandes villes & les armées; jusques-là il n'y avoit eu dans tout l'Empire aucun Médecin que pour le Czar, nul Apoticaire.

Des leçons publiques d'anatomie, dont le nom n'étoit seulement pas connu, & ce qu'on peut compter pour une excellente leçon toujours subsistante, le Cabinet du fameux M. Ruisch acheté par le Czar, où sont rassemblées tant de dissections si fines, si instructives & si rares.

Un Observatoire, où des Astronomes ne s'occupent pas seulement à étudier le Ciel, mais où l'on renferme toutes les curiosités d'Histoire naturelle, qui apparemment donneront naissance à un long & ingénieux travail de recherches physiques.

Un Jardin des plantes, où des Botanistes qu'il a appellés, rassembleront avec notre Europe connue, tout le Nord inconnu de l'Europe, celui de l'Asie, la Perse & la Chine.

Des Imprimeries, dont il a changé les anciens caractères trop barbares, & presque indéchiffrables à cause des fréquentes abréviations; d'ailleurs des livres si difficiles à lire étoient plus rares qu'aucune marchandise étrangère.

Des Interprètes pour toutes les Langues des Etats de l'Europe, & de plus pour la Latine, pour la Grecque, pour la Turque, pour la Calmouque, pour la Mongule & pour la Chinoise, marque de la grande étendue de cet Empire, & peut-être présage d'une plus grande.

Une Bibliotheque Royale, formée de trois grandes Bibliotheques, qu'il avoit achetées en Angleterre, en Holstein & en Allemagne.

Après avoir donné à son ouvrage des fondemens solides & nécessaires, il y ajouta ce qui n'est que de parure & d'ornement. Il changea l'ancienne architecture grossiere & difforme au dernier point, ou plutôt il fit naître chez lui l'architecture. On vit s'élever un grand nombre de Maisons régulières & commodes, quelques Palais, des Bâtimens publics, & sur-tout une Amirauté qu'il n'a fait aussi superbe, & aussi magnifique, que parce que ce n'est pas un Édifice destiné à une simple ostentation de magnificence. Il a fait venir d'Italie & de France beaucoup de tableaux qui apprennent ce que c'est que la peinture à des gens qui ne la connoissoient que par de très-mauvaises représentations de leurs Saints. Il envoyoit à Gennes & à Livourne des vaisseaux chargés de marchandises, qui lui rapportoient du marbre & des statues. Le Pape Clément XI. touché de son goût, lui donna une Antique, qu'il fit venir par terre à Petersbourg, de peur de la risquer sur mer. Il a même fait un Cabinet de médailles, curiosité qui n'est pas ancienne en ces pays-ci. Il aura eu l'avantage de prendre tout dans l'état où l'ont mis jusqu'à présent les Nations les plus sçavantes & les plus polies, & elles lui auront épargné cette suite si

lente de progrès qu'elles ont eue à effuyer ; bien-tôt elles verront la nation Ruffienne arriver à leur niveau , & y arriver d'autant plus glorieusement , qu'elle fera partie de plus loin.

Les vûes du Czar embrassoient si généralement tout , qu'il lui passa dans l'esprit de faire voyager dans quelques villes principales d'Allemagne les jeunes Demoiselles Moscovites , afin qu'elles prissent une politesse & des manieres dont la privation les défiguroit entierement. Il avoit vû ailleurs combien l'art des agrémens aide à la nature à faire des personnes aimables , & combien même il en fait sans elle. Mais les inconveniens de ces voyages se présenterent bien vite , il fallut y renoncer , & attendre que les hommes devenus polis , fussent en état de polir les femmes ; elles surpasseront bien tôt leurs maîtres.

Le changement général comprit aussi la religion , qui à peine méritoit le nom de religion Chrétienne. Les Moscovites observoient plusieurs carêmes comme tous les Grecs , & ces jeûnes , pourvû qu'ils fussent très-rigoureusement gardés , leur tenoient lieu de tout. Le culte des Saints avoit dégénéré en une superstition honteuse , chacun avoit le sien dans sa maison pour en avoir la protection particuliere , & on prêtoit à son ami le Saint domestique dont on s'étoit bien trouvé ; les miracles ne dépendoient que de la volonté & de l'avarice des Prêtres. Les Pasteurs qui ne sçavoient rien , n'enseignoient rien à leurs peuples , & la corruption des mœurs , qui peut se maintenir jusqu'à un certain point malgré l'instruction , étoient infiniment favorisée & accrue par l'ignorance. Le Czar osa entreprendre la réforme de tant d'abus , sa politique même y étoit intéressée. Les jeûnes , par exemple , si fréquens & si rigoureux incommodoient trop les troupes , & les rendoient souvent incapables d'agir. Ses prédécesseurs s'étoient soustraits à l'obéissance du Patriarche de Constantinople & s'en étoient fait un particulier. Il abolit cette dignité , quoiqu'assez dépendante de lui , & par là se trouva plus maître de son Eglise. Il fit divers réglemens Ecclésiastiques sages &

utiles , & ce qui n'arrive pas toujours , tint la main à l'exécution. On prêche aujourd'hui en Moscovite dans Petersbourg, ce nouveau prodige suppléera ici pour les autres. Le Czar osa encore plus , il retrancha aux Eglises & aux Monasteres trop riches l'excès de leurs biens , & l'appliqua à son Domaine. On ne sçauroit louer que sa politique , & non pas son zele de religion , quoique la religion bien épurée pût se consoler de ce retranchement. Il a aussi établi une pleine liberté de conscience dans ses Etats , article dont le pour & le contre peut être soutenu en général , & par la politique , & par la religion.

Il n'avoit que 53 ans , lorsqu'il mourut le 28^e Janvier 1725 , d'une retention d'urine , causée par un abcès dans le col de la vessie. Il souffrit d'extrêmes douleurs pendant douze jours , & ne se mit au lit que dans les trois derniers. Il quitta la vie avec tout le courage d'un héros , & toute la piété d'un Chrétien. Comme il avoit déclaré par Edit trois ans auparavant qu'il étoit maître de disposer de sa succession , il la laissa à la Czarine sa veuve , qui fut reconnue par tous les Ordres de l'Etat souveraine Impératrice de Russie. Il avoit toujours eu pour elle une vive passion , qu'elle avoit justifiée par un mérite rare , par une intelligence capable d'entrer dans toutes ses vûes & de les seconder , par une intrépidité presque égale à la sienne , par une inclination bienfaisante , qui ne demandoit qu'à connoître des malheureux pour les soulager.

La domination de l'Imperatrice Catherine est encore affermie par la profonde vénération que tous les sujets du Czar avoient conçue pour lui. Ils ont honoré sa mort de larmes sinceres , toute sa gloire leur avoit été utile. Si Auguste se vantoit d'avoir trouvé Rome de brique , & de la laisser de marbre , on voit assez combien à cet égard l'Empereur Romain est inférieur à celui de la Russie. On vient de lui frapper des Médailles , où il est appelé Pierre le Grand , & sans doute le nom de Grand lui sera confirmé par le consentement des Etrangers , nécessaire pour ratifier ces titres d'honneur donnés par des sujets à leurs maîtres.

Son caractère est assez connu par tout ce qui a été dit ; on ne peut plus qu'y ajouter quelques particularités des plus remarquables. Il jugeoit indigne de lui toute la pompe & tout le faste qui n'eût fait qu'environner sa personne , & il laissoit au Prince Menzicou représenter par la magnificence du Favori la grandeur du Maître. Il l'avoit chargé des dehors brillans , pour ne se réserver que les fonctions laborieuses. Il les pouffoit à tel point , qu'il alloit lui-même aux incendies qui sont en Moscovie très-communs , & font beaucoup de ravages , parce que les maisons y sont ordinairement de bois. Il avoit créé des Officiers obligés à porter du secours , il avoit pris une de ces charges ; & pour donner l'exemplé il montoit au haut des maisons en feu , quel que fût le péril , & ce que nous admirerions ici dans un Officier subalterne , étoit pratiqué par l'Empereur. Aussi les incendies sont-ils aujourd'hui beaucoup plus promptement éteints. Nous devons toujours nous souvenir de ne pas prendre pour regle de nos jugemens des mœurs aussi délicates , pour ainsi dire , & aussi adoucies que les nôtres , elles condamneroient trop vite des mœurs plus fortes & plus vigoureuses. Il n'étoit pas exempt d'une certaine dureté naturelle à toute sa Nation , & à laquelle l'autorité absolue ne remédioit pas. Il s'étoit corrigé des excès du vin , très-ordinaires en Moscovie , & dont les suites peuvent être terribles dans celui à qui on ne résiste jamais. La Czarine sçavoit l'adoucir , s'opposer à propos aux emportemens de sa colere , ou fléchir sa sévérité , & il jouïssoit de ce rare bonheur que le dangereux pouvoir de l'amour sur lui , ce pouvoir qui a deshonoré tant de grands hommes , n'étoit employé qu'à le rendre plus grand. Il a publié avec toutes les pieces originales la malheureuse histoire du Prince Alexis son fils , & la confiance avec laquelle il a fait l'Univers juge de sa conduite , prouve assez qu'il ne se reprochoit rien. Des traits éclatans de clémence à l'égard de personnes moins cheres & moins importantes , font voir aussi que sa sévérité pour son fils dût être nécessaire. Il sçavoit parfaitement honorer le mérite , cequi étoit l'unique moyen d'en

faire naître dans ses Etats, & de l'y multiplier. Il ne se contentoit pas d'accorder des bienfaits, de donner des pensions, faveurs indispensables & absolument dûes selon les desseins qu'il avoit formés, il marquoit par d'autres voies une considération plus flatteuse pour les personnes, & quelquefois il la marquoit même en core après la mort. Il fit faire des funérailles magnifiques à M^r. Areskins son premier Médecin, & y assista portant une torche allumée à la main. Il a fait le même honneur à deux Anglois, l'un Contre-Amiral de sa flotte, l'autre Interprete de Langues.

Nous avons dit en 1716. * qu'ayant consulté sur ses grands desseins l'illustre M. Leibniz, il lui avoit donné un titre d'honneur & une pension considérable, qui alloit chercher dans son cabinet un sçavant Etranger, à qui l'honneur d'avoir été consulté eût suffi. Le Czar a composé lui-même des Traités de Marine, & l'on augmentera de son nom la liste peu nombreuse des Souverains qui ont écrit. Il se divertissoit à travailler au tour; il a envoyé de ses ouvrages à l'Empereur de la Chine, & il a eu la bonté d'en donner un à M^r. d'Onzembrai, dont il jugea le Cabinet digne d'un si grand ornement. Dans les divertissemens qu'il prenoit avec sa Cour, tels que quelques relations nous les ont exposés, on peut trouver des restes de l'ancienne Moscovie, mais il lui suffisoit de se relâcher l'esprit, & il n'avoit pas le tems de mettre beaucoup de soin à raffiner sur les plaisirs. Cet art vient assez-tôt de lui-même après les autres.

Sa vie ayant été assez courte, ses projets, qui avoient besoin d'une longue suite d'exécution ferme & soutenue, auroient péri presque en naissant, & tout seroit retombé par son propre poids dans l'ancien cahos, si l'Impératrice Catherine n'avoit succédé à la Couronne. Pleinement instruite de toutes les vûes de Pierre le Grand, elle en a pris le fil, & le suit; c'est toujours lui qui agit par elle. Il lui avoit particulièrement recommandé en mourant de protéger les Etrangers, & de les attirer. M^r. Delisle Astronome de cette Académie, vient de partir pour Petersbourg, engagé par

* p. 114.

les graces de l'Impératrice. M^{rs}. Nicolas & Daniel Bernoulli, fils de Jean, dont le nom sera immortel dans les Mathématiques, l'ont devancé de quelques mois, & ils ont été devancés aussi par le célèbre M. Herman, dont nous avons de si beaux Ouvrages. Quelle Colonie pour Petersbourg ! La sublime Géométrie des Infiniment petits va pénétrer avec ces grands Géometres dans un pays où les élémens d'Euclide étoient absolument inconnus il y a 25 ans. Nous ne parlerons point des autres Sujets de l'Académie de Peterfbourg ; ils se feront assez connoître, excités & favorisés comme ils le feront par l'autorité souveraine. Le Dannemarck a eu une Reine qu'on a nommée la Semiramis du Nord, il faudra que la Moscovie trouve quelque nom aussi glorieux pour son Impératrice.



E L O G E

DE M. LITTRE.

ALEXIS LITTRE naquit le 21 Juillet 1658 à Cordes en Albigeois. Son pere Marchand de cette petite ville, eut douze enfans, qui véquirent tous, & il ne fut foulagé d'aucun d'eux par l'Eglise.

Rien ne donne une meilleure éducation qu'une petite fortune, pourvû qu'elle soit aidée de quelque talent. La force de l'inclination, le besoin de parvenir, le peu de secours même, aiguissent le desir & l'industrie, & mettent en œuvre tout ce qui est en nous. M. Littre joignit à ces avantages un caractère très-sérieux, très-appliqué & qui n'avoit rien de jeune que le pouvoir de soutenir beaucoup de travail. Sans tout cela il n'eût pas subsisté dans ses études qu'il fit à Villefranche en Rouergue chez les P. P. de la Doctrine. Une grande économie n'eût pas suffi, il fallut qu'il répétât à d'autres écoliers plus riches, & plus paresseux ce qu'on venoit presque dans l'instant de leur enseigner à tous, & il en tiroit la double utilité de vivre plus commodément, & de sçavoir mieux. La promenade eût été une débauche pour lui; dans les tems où il étoit libre, il suivoit un Medecin chez ses malades, & au retour il s'enfermoit pour écrire ses raisonnemens qu'il avoit entendus.

Ses études de Villefranche finies, il se trouva un petit fonds pour aller à Montpellier, où l'attiroit la grande réputation des écoles de Medecine, & il fit si bien qu'il fut encore en état de venir de-là à Paris, il y a plus de 42 ans.

Sa plus forte inclination étoit pour l'Anatomie: mais de toutes les inclinations qui ont une science pour objet, c'est la plus difficile à satisfaire. Les sortes de livres qui seuls enseignent sûrement l'Anatomie, ceux qu'il faut le plus étudier,

Hist. 1725.

R

font rares, & on ne les a pas sous sa main en aussi grand nombre, ni dans les tems qu'on voudroit. Un certain sentiment confus à la vérité, mais très-fort, & si général qu'il peut passer pour naturel, fait respecter les cadavres humains, & la France n'est pas à cet égard autant au-dessus de la superstition Chinoise, que les Anatomistes le desireroient. Chaque famille veut que son mort n'ait plus qu'à jouir de ses obseques, & ne souffre point qu'il soit sacrifié à l'instruction publique, seulement permettra-t-elle en quelques occasions qu'il le soit à son intérêt particulier. La Police restreint extrêmement la permission de disséquer des morts, & ceux à qui elle l'accorde pour l'utilité commune en sont beaucoup plus jaloux que cette utilité ne demanderoit. Quand on n'est pas de leur nombre, on ne fait guere de grands progrès en Anatomie qui ne soient en quelque sorte illégitimes, on est réduit à frauder les loix, & à ne s'instruire que par artifice, par surprise, à force de larcins toujours un peu dangereux, & qui ne sont jamais assez fréquens. M. Littré étant à Paris éprouva les inconvéniens de son amour pour l'Anatomie. Il est vrai qu'il eut un tems assez tranquille, grace à la liaison qu'il fit avec un Chirurgien de la Salpêtrière, qui avoit tous les cadavres de l'Hôpital à sa disposition. Il s'enferma avec lui pendant l'hyver de 1684, qui heureusement fut fort long, & fort froid, & ils disséquèrent ensemble plus de 200 cadavres. Mais le sçavoir qu'il acquit par là, le grand nombre d'étudians qui coururent à lui, exciterent des envieux, qui le traverserent. Il se réfugia dans le Temple, où de plus grands criminels se mettent quelquefois à l'abri des privilèges du lieu, il crut y pouvoir travailler en sûreté avec la permission de M. le Grand Prieur de Vendosme : mais un Officier subalterne avec qui il n'avoit pas songé à prendre les mesures nécessaires, permit qu'on lui enlevât le trésor qu'il tenoit caché dans cet asyle, un cadavre qui l'occupoit alors. Cet enlèvement se fit avec une pompe insultante, on triomphoit d'avoir arrêté les progrès d'un jeune homme, qui n'avoit pas droit de devenir si habile.

Il effuya encore, en vertu d'une sentence de M. de la Reynie Lieutenant de Police, obtenue par les Chirurgiens, un second affront, si ç'en étoit un, ou du moins une seconde perte aussi douloureuse. Il fut souvent réduit à se rabattre sur les Animaux, & principalement sur les chiens qui sont les plus exposés au scalpel, lorsqu'il n'a rien de mieux à faire.

Malgré ses malheurs, & peut-être par ces malheurs même, sa réputation croissoit, & les écoliers se multiplioient. Ils n'attendoient point de lui les graces du discours, ni une agréable facilité de débiter son sçavoir, mais une exactitude scrupuleuse à démontrer, une extrême timidité à conjecturer, de simples faits bien vûs. De plus ils s'attachoient à lui par la part qu'il leur donnoit à la gloire de ses découvertes, dès qu'ils le méritoient, ou pour avoir heureusement apperçû quelque chose de nouveau, ou pour avoir eû quelque idée singulière & juste. Ce n'étoit point qu'il affectât de mettre leur vanité dans ses intérêts, il n'étoit pas si fin, ni si adroit, il ne songeoit qu'à leur rendre loyalement ce qui leur étoit dû.

Content de Paris, & de sa fortune, il y avoit plus de 15 ans qu'il n'avoit donné de ses nouvelles à sa famille. Ceux qui l'ont connu, croiront aisément que les affections communes, le sang, le nom n'avoient pas beaucoup de pouvoir sur lui, & qu'il se tenoit isolé de tout sans se faire violence. Ses parens le presserent fort de retourner s'établir à Cordes : mais quelle proposition pour quelqu'un qui pouvoit demeurer à Paris, & qui sur tout avoit aussi peu de besoin de parenté ? il continua donc ici sa forme de vie ordinaire ; pour s'instruire toujours de plus en plus il assistoit à toutes les conférences qu'on tenoit sur les matieres qui l'intéressoient, il se trouvoit aux pansemens des Hôpitaux, il suivoit les Medecins dans leurs visites, enfin il fut reçu Docteur Régent de la Faculté de Paris.

L'éloquence lui manquoit absolument, un simple Anatomiste peut s'en passer : mais un Medecin ne le peut guère.

L'un n'a que des faits à découvrir, & à exposer aux yeux, mais l'autre éternellement obligé de conjecturer sur des matieres très-douteuses, l'est aussi d'appuyer ses conjectures par des raisonnemens assez solides, ou qui du moins rassurent & flattent l'imagination effrayée; il doit quelquefois parler presque sans autre but que de parler, car il a le malheur de ne traiter avec les hommes que dans le tems précisément où ils sont plus foibles & plus enfans que jamais. Cette puérilité de la maladie regne principalement dans le grand monde, & sur-tout dans une moitié de ce grand monde, qui occupe plus les Medecins, qui sçait mieux les mettre à la mode, & qui a souvent plus de besoin d'être amusée que guérie; un Medecin peut agir plus raisonnablement avec le peuple. Mais en général, s'il n'a pas le don de la parole, il faut presque qu'il ait en récompense celui des miracles.

Aussi ne fut-ce qu'à force d'habileté que M. Littre réussit dans cette profession, encore ne réussit-il que parmi ceux qui se contentoient de l'art de la Medecine dénué de celui du Medecin. Sa vogue ne s'étendit point jusqu'à la Cour, ni jusqu'aux femmes du monde. Son laconisme peu consolant n'étoit d'ailleurs réparé ni par sa figure, ni par ses manieres.

Feu M. du Hamel, qui ne jugeoit pas les hommes par la superficie, ayant passé dans la classe des Anatomistes au renouvellement de 1699, nomma M. Littre Docteur en Medecine pour son élève, titre qui se donnoit alors, & qu'on a eû la délicatesse d'abolir, quoique personne ne le dédaignât. On connut bien-tôt M. Littre dans la Compagnie, non par son empressement à se faire connoître, à dire son sentiment, à combattre celui des autres, à étaler un sçavoir imposant, quoiqu'inutile, mais par sa circonspection à proposer ses pensées, par son respect pour celles d'autrui, par la justesse & la précision des ouvrages qu'il donnoit, par son silence même.

En 1702 n'étant encore monté qu'au grade d'associé, il lui passa par les mains une maladie, où l'on peut dire sans sortir de la plus exacte simplicité historique, qu'il fit un

Chef-d'œuvre de Chirurgie & de Medecine. * Nous n'en pouvons donner ici qu'une idée très-légere & très-éloignée de ce que demanderoit la justice dûe à M. Littre. La merveille grossiroit infiniment par les détails que nous supprimerons.

* V. les M.
de 1702. p.
241. & suiv.

Une femme qui n'avoit nuls signes de grossesse, accablée d'ailleurs d'un grand nombre de différentes incommodités très-cruelles, réduite à un état déplorable, & presque entièrement desesperée, jettoit par les selles du pus, du sang, des chairs pourries, des cheveux, & enfin il vint un os, que l'on reconnut sûrement pour être celui du bras d'un fœtus d'environ six mois. Ce fut alors que M. Littre la vit, appelé par la seule curiosité. Il trouva en introduisant son doigt *index* dans l'Anus, qu'à la plus grande distance où ce doigt pût aller, l'intestin *rectum* étoit percé d'un trou, par où sortoient les matieres extraordinaires, que ce trou étoit large d'environ un pouce & demi, & que l'ouverture en étoit alors exactement bouchée en dehors par la tête d'un fœtus, qui y appliquoit sa face; aussi ne sortoit-il plus rien que de naturel. Il conçut qu'un fœtus s'étoit formé dans la trompe ou dans l'ovaire de ce côté-là, qu'il avoit rompu la poche qui le renfermoit, qu'il étoit tombé dans la cavité du ventre, y étoit mort, s'y étoit pourri, qu'un de ses bras dépouillé de chair, & détaché du reste du squelette par la corruption avoit percé l'intestin, & étoit sorti par la plaie. Quelques autres os eussent pû sortir de même, supposé que la mere eût pû vivre, & attendre pendant tout le temps nécessaire, mais les 4 grands os du crane ne pouvoient jamais sortir par une ouverture de beaucoup trop petite. Tout condamnoit donc la mere à la mort, elle ne pouvoit nullement soutenir une incision au ventre, presque sûrement mortelle pour la personne la plus saine. M. Littre osa imaginer comme possible de faire passer les 4 os du crane par la petite plaie de l'intestin. Il inventa des ciseaux d'une construction nouvelle, car aucun instrument connu de Chirurgie n'étoit convenable. Avec ces ciseaux introduits par le fondement jusqu'à la

plaie de l'intestin, il alloit couper le crâne en parties assez petites pour passer par l'ouverture, & il les tiroit avec d'autres ciseaux qui ne coupoient point, inventés aussi par lui. On juge bien que cette opération se devoit répéter bien des fois, & dans certains intervalles pour ménager les forces presque éteintes de la malade; que de plus il falloit s'y conduire avec une extrême dextérité pour n'adresser qu'au fœtus des instrumens tranchans & très-fins qui eussent pû la blesser mortellement. M. Littre dispoit sur une table les morceaux du crâne déjà tirés, afin de voir ce qui lui manquoit encore, & ce qui lui restoit à faire. Enfin il eut la joie de voir tout heureusement tiré, sans que sa main se fût jamais égarée, ni eût porté le moindre coup aux parties de la mere. Cependant il s'en falloit beaucoup que tout ne fût fait: l'intestin étoit percé d'une plaie très-considérable, par le long séjour du fœtus pourri dans la cavité du ventre; ce qui y restoit encore de ses chairs fondues, y avoit produit une corruption capable elle seule de causer la mort. Il vint à bout de la corruption par des injections qu'il fit encore d'une maniere particuliere; il lava, il nettoya ou plutôt il ranima tout, il referma même la plaie, & la malade qui après avoir été naturellement fort grasse n'avoit plus que des os absolument décharnés, reprit jusqu'à son premier embonpoint. On a dit même qu'elle étoit redevenue grosse.

Cette cure couta à M Littre quatre mois de soins les plus assidus & les plus fatiguans, d'une attention la plus pénible, & d'une patience la plus opiniâtre. Il n'étoit pourtant pas animé par l'espoir de la récompense: tout le bien de la malade, tout le bien de son mari, qui n'étoit qu'un simple ouvrier en instrumens de Mathématique, n'y auroit pas suffi. L'extrême singularité du cas avoit piqué sa curiosité; de plus la confiance que sa malade avoit prise en lui, l'attachoit à elle, il croyoit avoir contracté avec elle un engagement indispensable de la secourir, parce qu'elle n'espéroit qu'en son secours. Lorsqu'il a raconté toute cette histoire en 1702, il ne s'y est donné simplement que la

gloire d'avoir marché sans guide, & usé de beaucoup de précautions & de ménagement. Du reste loin de vouloir s'emparer de toute notre admiration, il la tourna lui-même sur les ressources imprévues de la nature. Un autre auroit bien pu éloigner cette idée, même sans penser trop à l'éloigner.

Il fut choisi pour être Médecin du Châtelet. Le grand agrément de cette place pour lui étoit de lui fournir des accidens rares, & plus d'occasions de disséquer.

Il a toujours été d'une assiduité exemplaire à l'Académie, fort exact à s'acquitter des travaux qu'il lui devoit, si ce n'est qu'il s'en affranchit les trois ou quatre dernières années de sa vie, parce qu'il perdoit la vûe de jour en jour: mais il ne se relâcha point sur l'assiduité. Alors il se mit à garder dans les assemblées un silence, dont il n'est jamais sorti, il paroissoit un disciple de Pythagore, quoiqu'il pût toujours parler en Maître sur les matieres qui l'avoient occupé. On le voyoit plongé dans une mélancolie profonde, qu'il eût été inutile de combattre, & dont on ne pouvoit que le plaindre.

Le 1^{er} Février 1725 il fut frappé d'apoplexie, & mourut le 3, sans avoir eû aucune connoissance dans tout cet espace de tems. Cependant cette mort subite ne l'avoit pas surpris, 15 jours auparavant il avoit fait de son propre mouvement ses dévotions à sa Paroisse.

Ceux d'entre les gens de bien qui condamnent tant les spectacles, l'auroient trouvé bien net sur cet article, jamais il n'en avoit vû aucun. Il n'y a pas de mémoire qu'il se soit diverti. Il n'avoit de sa vie songé au mariage, & ceux qui l'ont vû de plus près, prétendent que les raisons de conscience n'avoient jamais dû être assez pressantes pour l'y porter. Presque tous les hommes ne songent qu'à étendre leur sphere, & à y faire entrer tout ce qu'ils peuvent d'étranger; pour lui il avoit réduit la sienne à n'être guere que lui seul. Il avoit fait de sa main plusieurs préparations Ana-

136 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE
tomiques, que des Medecins ou Chirurgiens Anglois &
Hollandois vinrent acheter de lui quelque tems avant sa
mort, lorsqu'il n'en pouvoit plus faire d'usage. Les Etran-
gers le connoissoient mieux que ne faisoit une partie d'entre
nous, il arrive quelquefois qu'ils nous apprennent le merite
de nos propres Concitoyens, que nous négligions, peut-
être parce que leur modestie leur nuisoit de près.

Il a laissé son Légataire universel M. Lintre son neveu,
Lieutenant général de Cordes.





E L O G E

DE M. HARTSOEKER.

NICOLAS HARTSOEKER nâquit à Goude en Hollande le 26 Mars 1656, de Christian Hartsoeker Ministre Remontrant, & d'Anne Vander-My. Cette famille étoit ancienne dans le pays de Drenthe, qui est des Provinces-Unies.

Son pere eut sur lui les vûes communes des peres, il le fit étudier pour le mettre dans sa profession, ou dans quelque autre également utile, mais il ne s'attendoit pas que ses projets dûssent être traversés par où ils le furent, par le Ciel & par les Etoiles, que le jeune homme considéroit avec beaucoup de plaisir & de curiosité. Il alloit chercher dans les Almanachs tout ce qu'ils rapportoient sur ce sujet, & ayant entendu dire à l'âge de 12 ou 13 ans que tout cela s'apprenoit dans les Mathématiques, il voulut donc étudier les Mathématiques: mais son pere s'y opposoit absolument. Ces sciences ont eu jusqu'à présent si peu de réputation d'utilité, que la plupart de ceux qui s'y sont appliqués ont été des rebelles à l'autorité de leurs parens. Nos éloges en ont fourni plusieurs exemples.

Le jeune Hartsoeker amassa en secret le plus d'argent qu'il put, il le déroboit aux divertissemens qu'il eût pris avec ses camarades, enfin il se mit en état d'aller trouver un Maître de Mathématiques qui lui promit de le mener vite, & lui tint parole. Il fallut cependant commencer par les premières regles d'Arithmétique, il n'avoit de l'argent que pour sept mois, & il étudioit avec toute l'ardeur que demandoit un fonds si court. De peur que son pere ne découvrit par la lumiere qui étoit dans sa chambre toutes les nuits, qu'il les passoit à travailler, il étendoit devant sa fenêtre les couver-

tures de son lit , qui ne lui servoient plus qu'à cacher qu'il ne dormoit pas.

Son maître avoit des bassins de fer, dans lesquels il polissoit assez bien des verres de 6 pieds de foyer, & le disciple en apprit la pratique. Un jour qu'en badinant & sans dessein il présentoit un fil de verre à la flamme d'une chandelle, il vit que le bout de ce fil s'arrondissoit, & comme il sçavoit déjà qu'une boule de verre grossissoit les objets placés à son foyer, & qu'il avoit vû chez M. Leuwenhoeck des Microscopes, dont il avoit remarqué la construction, il prit la petite boule qui s'étoit formée & détachée du reste du fil, & il en fit un microscope qu'il essaya d'abord sur un cheveu. Il fut ravi de le trouver bon, & d'avoir l'art d'en faire à si peu de frais.

Cette invention de voir contre le jour de petits objets transparens par le moyen de petites boules de verre, est dûe à M. Leuwenhoeck, & M. Hudde Bourg-mestre d'Amsterdam, grand Mathématicien, a dit à M. Hartsoeker qu'il étoit étonnant que cette découverte eût échappé à tous tant qu'ils étoient de Géometres & de Philosophes, & eût été réservée à un homme sans lettres, tel que Leuwenhoeck. Apparemment il vouloit relever le génie de l'ignorant, ou réprimer l'orgueil des sçavans sur des découvertes fortuites.

M. Hartsoeker âgé alors de 18 ans, s'occupa beaucoup de ses Microscopes. Tout ce qui pouvoit y être observé, l'étoit. Il fut le premier à qui se dévoila le spectacle du monde le plus imprévu pour les Physiciens même les plus hardis en conjectures, ces petits animaux jusques-là invisibles, qui doivent se transformer en hommes, qui nagent en une quantité prodigieuse dans la liqueur destinée à les porter, qui ne sont que dans celle des mâles, qui ont la figure de Grenouilles naissantes, de grosses têtes & de longues queues, & des mouvemens très-vifs. Cette étrange nouveauté étonna l'observateur, & il n'en osa rien dire. Il crut même que ce qu'il voyoit pouvoit être l'effet de quelque maladie, & il ne suivit point l'observation.

Vers la fin de 1674, en 1675 & 1676 son pere l'envoya étudier en Littérature, en Grec, en Philosophie, en Anatomie sous les plus habiles Professeurs de Leyde, & d'Amsterdam. Ses maîtres en Philosophie étoient des Cartesiens aussi entêtés de Descartes, que les Scholastiques précédens l'avoient été d'Aristote. On n'avoit fait dans ces écoles que changer d'esclavage. M. Hartsoecker devint Cartesien à outrance : mais il s'en corrigea dans la suite. Il faut admirer toujours Descartes, & le suivre quelquefois.

M. Hartsoecker alla en 1677 de Leyde à Amsterdam, ayant dessein de passer en France, pour y achever ses études. Il reprit les observations du microscope interrompues depuis deux ans, & revit ces animaux qui lui avoient été suspects. Alors il eut la hardiesse de communiquer son observation à son maître de Mathématiques, & à un autre ami. Ils s'en assurèrent tous trois ensemble. Ils virent de plus ces mêmes animaux sortis d'un chien, & de la même figure à peu près que les animaux humains. Ils virent ceux du coq & du pigeon, mais comme des vers ou des anguilles. L'observation s'affermissoit & s'étendoit, & les trois confidens de ce secret de la nature ne doutoient presque plus que tous les animaux ne naquissent par des métamorphoses invisibles & cachées, comme toutes les especes de mouches & de papillons viennent de métamorphoses sensibles & connues.

Ces trois hommes seuls sçavoient quelle liqueur renfermoit les animaux, & quand on les faisoit voir à d'autres, on leur disoit que c'étoit de la salive, quoique certainement elle n'en contienne point. Comme M. Leuwenhoeck a écrit dans quelqu'une de ses lettres qu'il avoit vû dans de la salive une infinité de petits animaux, on pourroit le soupçonner d'avoir été trompé par le bruit qui s'en étoit répandu. Il n'aura peut-être pas voulu ne point voir ce que d'autres voyoient, lui qui étoit en possession des observations microscopiques les plus fines, & à qui tous les objets invisibles appartenoient.

L'illustre M. Huguens étant venu à la Haye pour rétablir sa santé, il entendit parler des animaux de la salive qu'un jeune homme faisoit voir à Rotterdam, & il marqua beaucoup d'envie d'en être convaincu par ses propres yeux. Aussi-tôt M. Hartsoeker, ravi d'entrer en liaison avec ce grand homme, alla à la Haye. Il lui confia & à quelques autres personnes ce que c'étoit que la liqueur où nageoient les animaux, car à mesure que l'observation s'établissoit, la timidité & les scrupules diminuoient naturellement; de plus la beauté de la découverte seroit demeurée trop imparfaite, & les conséquences philosophiques, qui en pouvoient naître, demandoient que le mystere cessât. M. Huguens, qui avoit promis très-obligeamment à Hartsoeker des lettres de recommandation pour son voyage de Paris, fit encore mieux, & l'amena avec lui à Paris, où il revint en 1678. Le nouveau venu alla voir d'abord l'Observatoire, les Hôpitaux, les Sçavans; il ne lui étoit pas inutile de pouvoir citer le nom de M. Huguens. Celui-ci fit mettre alors dans le Journal des Sçavans qu'il avoit fait avec un microscope de nouvelle invention des observations très-curieuses, & principalement celle des petits animaux, & cela sans parler de M. Hartsoeker. Le bruit en fut grand parmi ceux qui s'intéressent à ces sortes de nouvelles, & M. Hartsoeker ne résista point à la tentation de dire que le nouveau microscope venoit de lui, & qu'il étoit le premier auteur des observations. Le silence en cette occasion étoit au-dessus de l'humanité. M. Huguens étoit vivant, d'un rare mérite, & par conséquent il avoit des ennemis. On anima M. Hartsoeker à revendiquer son bien par un mémoire qui paroîtroit dans le Journal. Il ne sçavoit pas encore assez de Français pour le composer, différentes plumes le servirent, & chacune lança son trait contre M. Huguens.

L'Auteur du Journal fut trop sage pour publier cette piece, & il la renvoya à M. Huguens. Celui-ci fit à M. Hartsoeker une réprimande assez bien méritée, selon M. Hartsoeker lui-même qui l'a écrit; il lui dit qu'il ne se prenoit point à

lui d'une piece qu'il voyoit bien qui partoît de ses ennemis, & qu'il s'offroit à dresser lui-même pour le Journal un mémoire où il lui rendroit toute la justice qu'il desireroit. M. Hartsoecker y consentit, honteux du procedé de M. Huguens, & heureux d'en être quitte à si bon marché. L'importance dont il lui étoit de se faire connoître, l'amour de ce qu'on a trouvé, sa jeunesse, de mauvais conseils donnés avec chaleur, surtout l'aveu ingénu de sa faute, dont nous ne tenons l'histoire que de lui, peuvent lui servir d'excuses assez légitimes.

Il se confirmoit de plus en plus dans la découverte des petits animaux primitifs, qu'il trouva toujours dans toutes les especes, sur lesquelles il pût étendre ses expériences. Il imagina qu'ils devoient être répandus dans l'air, où ils voltigeoient, que tous les animaux visibles les prenoient tous confusément, ou par la respiration, ou avec les alimens, que de-là ceux qui convenoient à chaque espece alloient se rendre dans les parties des mâles propres à les renfermer, ou à les nourrir, & qu'ils passaient ensuite dans les femelles, où ils trouvoient des œufs, dont ils se faisoient pour s'y développer. Selon cette idée, quel nombre prodigieux d'animaux primitifs de toutes les especes? Tout ce qui respire, tout ce qui se nourrit, ne respire qu'eux, ne se nourrit que d'eux. Il semble cependant qu'à la fin leur nombre viendrait nécessairement à diminuer, & que les especes ne seroient pas toujours également fécondes. Peut-être cette difficulté aura-t-elle contribué à faire croire à M. Leibnits que les animaux primitifs ne périssent point, & qu'après s'être dépouillés de l'enveloppe grossiere, de cette espece de masque, qui en faisoit, par exemple, des hommes, ils subsistoient vivans dans leur premiere forme, & se remettent à voltiger dans l'air, jusqu'à ce que des accidens favorables les fissent de nouveau redevenir hommes.

M. Hartsoecker demeura à Paris jusqu'à la fin de 1679. Il retourna en Hollande, où il se maria. Il revint à Paris, seulement pour le faire voir pendant quelques semaines à sa femme, qui goûta tant ce séjour, qu'ils y revinrent en 1684,

& y furent 14 années de suite , les plus agréables , au rapport de M. Hartsoeker , qu'il ait passées en toute sa vie.

Les verres de Telescopes , qui avoient été sa premiere occupation , lui donnerent beaucoup d'accès à l'Observatoire , où il n'y en avoit que de Campani , excellens à la vérité , mais pas assez grands. M. Hartsoeker en fit un qu'il porta à feu M. Cassini , & il se trouva très-mauvais. Un second ne valut pas mieux , enfin un troisieme fut passable. Cette persévérance , qui partoît du fonds de connoissances qu'il se sentoît , fit prédire à M. Cassini que ce jeune homme , s'il continuoît , réussiroit infailliblement. La prédiction fut peut-être elle-même la cause de son accomplissement , le jeune homme encouragé fit de bons verres de toutes sortes de grandeurs , & enfin un de 600 pieds de foyer , dont il n'a jamais voulu se défaire à cause de sa rareté. Il eut l'avantage de gagner l'amitié de M. Cassini , qui seule eût été une preuve de mérite.

Sur ces verres d'un si long foyer , il dit un jour à feu M. Varignon & à M. l'Abbé de St. Pierre , qui l'allèrent voir , qu'il ne croyoit pas possible de les travailler dans des Bassins , mais qu'en faisant des essais sur des morceaux de diverses glaces faites pour être plates , on en trouvoit qui avoient une très-petite courbure sphérique , & par conséquent un long foyer , qu'il avoit même trouvé un foyer de 1200 piés , que cela dépendoit en partie d'un peu de courbure insensible dans les tables de fer poli , sur lesquelles on étend le verre fondu , ou de la maniere dont on chargeoit les glaces pour les polir les unes contre les autres , que ces essais étoient plus longs que difficiles : mais il ne voulut point s'expliquer plus à fond.

En 1694 il fit imprimer à Paris où il étoit , son premier ouvrage , l'*Essai de Dioptrique*. Il y donne cette science démontrée géométriquement , & avec clarté , tout ce qui appartient aux foyers des verres sphériques , car il rejette les autres figures comme inutiles , tout ce qui regarde l'augmentation des objets , le rapport des objectifs & des ocu-

lares, les ouvertures qu'il faut laisser aux Lunettes, le *champ* qu'on peut leur donner, le différent nombre de verres qu'on y peut mettre. Il y joint pour l'art de tailler les verres, & sur les conditions que leur matiere doit avoir, une pratique qui lui appartenoit en partie, & dont cependant il ne dissimule rien. Le titre de son Livre eût été rempli, quand il n'eût donné rien de plus, mais il va beaucoup plus loin. Un système général de la réfraction, & ses expériences le conduisent à la différente refrangibilité des rayons, propriété que M. Newton avoit trouvée plusieurs années auparavant, & sur laquelle il a fondé son ingénieuse théorie des couleurs, l'une des plus belles découvertes de la Physique moderne. M. Hartsoeker prétend du moins avoir avancé le premier que la différente refrangibilité venoit de la différente vitesse, qui effectivement en paroît être la véritable cause, & parce qu'elle étoit inconnue, il a donné comme un paradoxe inouï en Dioptrique, que l'angle de la réfraction ne dépende pas de la seule inégalité de résistance des deux milieux. Plus le rayon a de vitesse, moins il se rompt.

L'essai de Dioptrique est même un essai de Physique générale. Il y pose les premiers principes, tels qu'il les conçoit, deux uniques élémens. L'un est une substance parfaitement fluide, infinie, toujours en mouvement, dont aucune partie n'est jamais entièrement détachée de son tout; l'autre, ce sont de petits corps différens en grandeur, & en figure, parfaitement durs & inaltérables, qui nagent confusément dans ce grand fluide, s'y rencontrent, s'y assemblent, & deviennent les différens corps sensibles. Avec ces deux élémens il forme tout, & tire de cette hypothese jusqu'à la pesanteur, & à la dureté des corps composés. Ailleurs il en a tiré aussi le ressort.

Un assez grand nombre de phénomènes de Physique générale qu'il explique, l'amènent à la formation du Soleil, des Planetes & même des Cometes. Il conçoit que les Cometes sont des taches du Soleil assez massives pour avoir

été chassées impétueusement hors de ce grand globe de feu ; elles s'élevent jusqu'à une certaine distance , & retombent ensuite dans le Soleil , qui les absorbe de nouveau , & les dissout , ou les repousse encore hors de lui , s'il ne les dissout pas. On tache présentement à aller plus loin sur la théorie des Comètes , & ce ne sont plus des générations fortuites.

L'histoire des découvertes faites dans le ciel par les Telescopes appartenoit assez naturellement à la Dioptrique , M. Hartsoecker la donne accompagnée de ses réflexions sur tant de singularités nouvelles & imprévues. Il finit par les observations du microscope , & l'on peut juger que les petits animaux , qui se transforment en tous les autres , n'y sont pas oubliés.

Cet ouvrage lui attira l'estime des Sçavans , & l'amitié de quelques-uns , comme M. l'Abbé Galois , qui conserva toujours pour lui les mêmes sentimens. Le P. Mallebranche , & M. le Marquis de l'Hôpital , qui reconnurent qu'il étoit bon Géometre , voulurent le gagner à la nouvelle géometrie des Infiniment petits , dont ils étoient pleins : mais il la jugeoit peu utile pour la Physique , à laquelle il s'étoit dévoué. Il dédaignoit assez par la même raison les profondeurs de l'Algebre , qui selon lui ne servoient à quelques sçavans qu'à leur procurer la gloire d'être inintelligibles pour la plûpart du monde. Il est vrai qu'en ne regardant la géometrie que comme instrument de la Physique , il pouvoit souvent n'avoir pas besoin que l'instrument fût si fin : mais la géometrie n'est pas un pur instrument , elle a par elle-même une beauté sublime , indépendante de tout usage. S'il ne vouloit pas , comme il l'a dit aussi , se laisser détourner de la Physique , il avoit raison de craindre les charmes de la géometrie nouvelle.

Animé par le succès de sa Dioptrique , il publia deux ans après ses *principes de Physique* à Paris. Là il expose avec plus d'étendue le système qu'il avoit déjà donné en raccourci , & y joignant sur les différens sujets auxquels son titre l'engage ,
un

un grand nombre , soit de ses pensées particulieres , soit de celles qu'il adopte , il forme un corps de Physique assez complet , parce qu'il y traite presque de tout , & assez clair , parce qu'il évite les grands détails , qui en approfondissant les matieres les obscurcissent pour une grande partie des Lecteurs.

Au renouvellement de l'Académie en 1699 , tems où il étoit retourné en Hollande avec sa famille , il fut nommé associé étranger , c'étoit le fruit de la réputation qu'il laissoit à Paris. Quelque tems après il fut aussi aggregé à la Société Royale de Berlin , & l'on peut remarquer que dans tous les ouvrages qu'il a imprimés depuis , il ne s'est paré ni de ces titres d'honneur , ni d'aucun autre. Il a toujours mis simplement & à l'antique par *Nicolas Hartsoecker* , bien différent de ceux qui rassemblent le plus de titres qu'ils peuvent , & qui croient augmenter leur mérite à force d'enfler leur nom.

Le feu Czar étant allé à Amsterdam pour ces grands desseins , dont nous admirons aujourd'hui les suites , il demanda aux Magistrats de cette Ville quelqu'un qui pût l'instruire , & lui ouvrir le chemin des connoissances qu'il cherchoit. Ils firent venir de Rotterdam M. Hartsoecker , qui n'épargna rien pour se montrer digne de ce choix , & de l'honneur d'avoir un tel disciple. Le Czar , qui prit beaucoup d'affection pour lui , voulut l'emmener en Moscovie : mais ce pays étoit trop éloigné , & de mœurs trop différentes , l'incertitude des événemens encore trop grande , une famille trop difficile à transporter. M^{rs}. d'Amsterdam pour le dédommager en quelque sorte des dépenses qu'il avoit été obligé de faire pendant sa demeure auprès du Czar , lui firent dresser une petite espece d'Observatoire sur un des bastions de leur ville. Ils sçavoient bien que c'étoit là le récompenser magnifiquement , quoiqu'à peu de frais.

Il entreprit dans cet Observatoire un grand miroir ardent composé de pieces rapportées , pareil à celui dont quelques-uns prétendent qu'Archimede se servit. M. le Landgrave de Hesse-Cassel alla le voir travailler , & pour lui faire un

146 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE
honneur encore plus marqué, il alla chez lui. Comme les Sçavans sont ordinairement trop heureux que les Princes daignent les admettre à leur faire la cour, les histoires n'oublient pas les visites rendues aux Sçavans par les Princes; elles honorent les uns & les autres, & peut-être également.

Dans le même tems le feu Electeur Palatin Jean Guillaume avoit jetté les yeux sur M. Hartsoeker, pour se l'attacher: mais ce qui est rare, le Philosophe résistoit aux sollicitations de l'Electeur, & ce qui est plus rare encore, l'Electeur persévéra pendant trois ans, & enfin en 1704 le Philosophe se résolut à s'engager dans une Cour. Il fut premier Mathématicien de S. A. E. & en même tems Professeur honoraire en Philosophie dans l'Université d'Heidelberg.

Ce n'est pas assez pour un Sçavant attaché à un Prince; d'en recevoir regulierement & magnifiquement même, si l'on veut, ces recompenses indispensables que reçoivent sans distinction tous les autres Officiers, il lui en faut de plus délicates; il faut que le Prince ait du goût pour les talens & pour les connoissances du Sçavant, il faut qu'il en fasse usage; & plus cet usage est fréquent, & éclairé en même tems, plus le Sçavant est bien payé. M. Hartsoeker eut ce bonheur avec son Maître, qui avoit beaucoup d'inclination pour la Physique, & s'y appliquoit plus sérieusement qu'en Prince.

Le Physicien prétendoit même être obligé au Prince d'une observation singuliere qui le fit changer de sentiment sur une matiere importante. L'Electeur lui apprit la reproduction merveilleuse des jambes d'Ecrevisse.* Sur cela, M. Hartsoeker qui ne put concevoir que cette reproduction de parties perdues ou retranchées, qui est sans exemple dans tous les animaux connus, s'exécût par le seul mechanisme, imagina qu'il y avoit dans les Ecrevisses une ame *Plastique* ou *formatrice*, qui sçavoit leur refaire de nouvelles jambes, qu'il devoit y en avoir une pareille dans les autres animaux & dans l'homme même, & parce que la fonction de ces ames plastiques n'est pas de reproduire des membres perdus, il leur donna

* V. l'Hist.
de 1712. p.
35. & suiv.

celle de former les petits animaux qui perpétuent les especes. Ce seroient là les *Natures plastiques* de M. Cudworth, qui ont eu de célèbres partisans, si ce n'étoit que celles-ci agissent sans connoissance, & que celles de M. Hartfoeker sont intelligentes. Ce nouveau système lui plut tant, qu'il se retracta hautement de la premiere pensée qu'il avoit eue sur les petits animaux, & la traita lui-même de *bizarre & d'absurde*, termes que la plus grande sincerité d'un Auteur n'emploie guere. Quant aux terribles objections qui se presentent bien vite contre les ames plastiques, il ne se les dissimule pas, & poussé par lui-même aux dernieres extrémités il avoue de bonne foi qu'il ne sçait pas de réponse. Il semble qu'il vaudroit autant n'avoir point fait de système, que d'être si promptement réduit à en venir là. Il ne s'agit que d'avouer son ignorance un peu plutô.

Il rassembla les discours préparés qu'il avoit tenus à l'E-lecteur, & en forma deux volumes qui parurent en 1707 & 1708, sous le titre de *conjectures Physiques*, dédiés au Prince pour qui ils avoient été faits. Cet ouvrage est dans le même goût que les *Essais de Physique*, dont il ne se cache pas de répéter quelquefois des morceaux en propres termes, aussi-bien que de l'*Essai de Dioptrique*; car à quoi bon cette délicatesse de changer de tours & d'expressions, quand on ne change pas de pensées?

Du Palatinat, il fit des voyages dans quelques autres Pays de l'Allemagne, ou pour voir les Sçavans, ou pour étudier l'histoire naturelle, sur-tout les Mines. A Cassel il trouva un verre ardent de M. le Landgrave, fait par M. Tshchirnaus, de la même grandeur que celui qu'avoit feu M. le Duc d'Orleans, & tout pareil. Il répéta les expériences de M. Homberg, & n'eut pas le même succès à l'égard de la vitrification de l'or, dont nous avons parlé en 1702 * & 1707 *, il est le Philosophe Hollandois, aux objections duquel M. Homberg répondoit en 1707. Il ne s'en est point désisté, & a toujours soutenu que ce qui se vitrifioit n'étoit point l'or, mais une matiere sortie du charbon qui

* p. 34.

* p. 30.

soutenoit l'or dans le foyer, & mêlée peut-être avec quelques parties hétérogenes de l'or. Il nioit même la vitrification d'aucun métal au verre ardent, jamais il n'avoit seulement pû parvenir à celle du plomb, quelque tems qu'il y eût employé. Il est triste qu'un grand nombre d'expériences délicates soient encore incertaines. Seroit-ce donc trop prétendre que de vouloir du moins avoir des faits bien constants ?

Le Landgrave de Hesse-Cassel dit un jour à M. Hartsoeker qu'il auroit bien souhaité le trouver peu content de la Cour Palatine, il répéta deux fois ce discours que M. Hartsoeker ne vouloit point entendre, & enfin le prenant par la main, il lui dit, *je ne sçai si vous me comprenez*. M. Hartsoeker obligé de répondre l'assûra de son respect, de sa reconnoissance, & en même tems d'une fidélité inviolable pour l'Eleûteur. Un refus si noble à des avances si flatteuses dût le faire regretter davantage par le Landgrave.

Il alla à la Cour d'Hanovre, où M. Leibnits, ami né de tous les Sçavans, le présenta à l'Eleûteur, aujourd'hui Roi d'Angleterre, & à la Princesse Electorale, si célèbre par son goût, & par ses lumieres. Il reçût un accueil très-favorable, la renommée & M. Leibnits rendoient témoignage à son mérite.

L'Eleûteur Palatin ayant entendu parler avec admiration du miroir ardent de M. Tschirnhaus, demanda à M. Hartsoeker s'il en pourroit faire un pareil. Celui-ci aussi-tôt en fit jetter trois dans la verrerie de Neubourg, de la plus belle matiere qu'il fût possible. Il les eut bien-tôt mis dans leur perfection, & l'Eleûteur lui en donna le plus grand, qui a 3 piés 5 pouces rhinlandiques de diametre, & que deux hommes ont de la peine à transporter. Il est de 9 piés de foyer, & ce foyer est parfaitement rond, & de la grandeur d'un Louïs d'or. Le miroir du Palais royal n'est pas si grand.

En 1710 il publia un volume intitulé *Eclaircissemens sur les Conjectures Physiques*. Ce sont des réponses à des objections,

dont il a dit depuis que la plupart étoient de M. Leibnits. Dans cet ouvrage il devient un homme presque entierement différent de ce qu'il avoit été jusqu'alors. Il n'avoit jamais attaqué personne, ici il est un censeur très-sévère, & c'est principalement sur les volumes donnés tous les ans par l'Académie que tombe sa censure. Il est vrai qu'il a souvent déclaré qu'il ne critiquoit que ce qu'il estimoit, & qu'il se tiendroit honoré de la même marque d'estime. L'Académie, qui ne se croit nullement irrepréhensible, ne fut point offensée, elle le traita toujours comme un de ses membres, sujet seulement à quelque mauvaise humeur, & les Particuliers attaqués ne voulurent point interrompre le cours de leurs occupations, pour travailler à des réponses, qui le plus souvent sont négligées du public, & tout au plus soulagent un peu la vanité des Auteurs.

Les Eclaircissemens sur les Conjectures Physiques eurent une Suite assez ample qui parut en 1712. L'Auteur y étend beaucoup plus loin qu'il n'avoit encore fait le système des ames plastiques. Dans l'homme, l'ame raisonnable donne les ordres, & une ame *végétative* qui est la plastique, intelligente & plus intelligente que la raisonnable même, exécute dans l'instant & non-seulement exécute les mouvemens volontaires, mais prend soin de toute l'œconomie animale, de la circulation des liqueurs, de la nutrition, de l'accrétion, &c. opérations trop difficiles pour n'être l'effet que du seul mécanisme. Mais, dit-on aussi-tôt, cette ame raisonnable, cette ame végétative, c'est nous-mêmes, & comment faisons-nous tout cela sans en sçavoir rien ? M. Hartsoeker répond par une comparaison, qui du moins est assez ingénieuse. Un sourd est seul dans une chambre, & il y a dans des chambres voisines des gens destinés à le servir. On lui a fait comprendre que quand il voudroit manger, il n'avoit qu'à frapper avec un baton. Il frappe, & aussi-tôt des gens viennent qui apportent des plats. Comment peut-il concevoir que ce bruit qu'il n'a pas entendu, & dont il n'a pas l'idée, les ait fait venir ?

Après cela on s'attend assez à une ame végétative intelligente dans les bêtes , qui en paroissent effectivement assez dignes. On ne fera pas même trop surpris qu'il y en ait une dans les plantes , où elle réparera , comme dans les Ecrevisses , les parties perdues , aura attention à ne les laisser sortir de terre que par la tige , tiendra cette tige toujours verticale , fera enfin tout ce que le mécanisme n'explique pas commodément. Mais M. Hartsoeker ne s'en tient pas là. A ce nombre prodigieux d'intelligences répandues par-tout , il en ajoute qui président aux mouvemens célestes , & qu'on croyoit abolies pour jamais. Ce n'est pas là le seul exemple qui fasse voir qu'aucune idée de la Philosophie ancienne n'a été assez proscrite pour devoir désespérer de revenir dans la moderne.

Cette *Suite des Eclaircissemens* , contient outre plusieurs morceaux de Physique destinés à l'usage de l'Electeur , différens morceaux particuliers , qui sont presque tous des critiques qu'il fait de plusieurs Auteurs célèbres , ou des réponses à des critiques qu'on lui avoit faites. Sur-tout il répond à des Journalistes , dont il n'étoit pas content ; ce sont des especes de Juges fort sujets à être pris à partie.

L'Electeur Palatin mourut en 1716. M. Hartsoeker ne quitta point la Cour Palatine , tant que l'Electrice veuve , Princesse de la Maison de Médicis , née avec le goût héréditaire de protéger les Sciences , & à laquelle il étoit fort attaché , demeura en Allemagne. Mais elle se retira en Italie au bout d'un an , après avoir fait ses adieux en Princesse par des libéralités qu'elle répandit sur ses anciens Courtisans. M. Hartsoeker n'y fut pas oublié. Dès que le Landgrave de Hesse le vit libre , il recommença à lui faire l'honneur de le solliciter : mais il se crut déjà trop avancé en âge pour prendre de nouveaux engagements , il avoit assez vécu dans une Cour , & quelques agrémens qu'un Philosophe y puisse avoir , il ne peut s'empêcher de sentir qu'il est dans un climat étranger. Il se transporta avec toute sa famille à Utrechr.

Ce fut là qu'il fit imprimer en 1722 un *Recueil de plusieurs*

pieces de Physique, toutes détachées les unes des autres. Le titre annonce ensuite que le principal dessein est de faire voir *l'invalidité* du système de M. Newton, de ce système fondé sur la plus sublime géométrie, ou étroitement incorporé avec elle, adopté par tous les Philosophes de toute une nation aussi éclairée que l'Angloise, admiré même & du moins respecté par ceux qui ne l'adoptent pas. M. Hartsoeker sans user de petits ménagemens peu philosophiques entre en lice avec courage, & se déclare nettement contre ces grands espaces vuides où se meuvent les Planetes, obligées à décrire des courbes par des navigations, ou attractions mutuelles. Il y trouve des inconvéniens qu'il ne peut digérer, & quoiqu'il ne soit rien moins que Cartésien, il aime mieux ramener les tourbillons de Descartes. L'idée en est effectivement très-naturelle, & de plus les mouvemens de toutes les Planetes tant principales que subalternes dirigés en même sens, mais principalement le rapport invariable de toutes les distances à toutes les révolutions, indiquent assez fortement que tous les corps célestes qui composent le système Solaire sont assujettis à suivre le cours d'un même fluide. Il faut convenir néanmoins que les Cometes qui se meuvent en tous sens devroient souvent trouver dans ce grand fluide une résistance qui diminueroit beaucoup leur mouvement propre, & pourroit même ne leur laisser à la fin que le mouvement général du tourbillon. M. Hartsoeker tache à se tirer de cette grande difficulté par son système particulier des Cometes, qui n'est pas lui-même sans difficulté.

Dans ce même Recueil il attaque trois Dissertations sur lesquelles M. de Mairan étant encore en Province, & avant que d'être de l'Académie des Sciences, avoit en trois années consécutives remporté le prix à l'Académie de Bordeaux. M. de Mairan répondit dans le Journal des Sçavans en 1722. Il y convient en véritable Sçavant de quelques fautes réelles, & par là il acquiert le droit d'être presque crû sur sa parole à l'égard de celles dont il ne convient pas. M. Hartsoeker dit dans sa Préface que s'il eût eû les autres pieces qui dans les

années suivantes avoient remporté le prix de Bordeaux, il y auroit fait aussi ses remarques. Il prétendoit apparemment faire entendre par là qu'il n'en vouloit point personnellement à M. de Mairan, ni à aucun Auteur particulier plus qu'à tout autre : mais il peut paroître que ce discours marque quelque inclination à reprendre, & même un peu de dessein formé. Il proteste souvent, & avec un grand air de sincérité, qu'il ne prétend donner que de simples conjectures, il seroit donc assez raisonnable de laisser celles des autres en paix ; elles ont toutes un droit égal de se produire au jour, & souvent n'en ont guere de se combattre.

Nous passerons sous silence le reste de ce Recueil, deux Dissertations envoyées à l'Académie pour le prix qu'elle propose tous les ans, l'une sur le principe, l'autre sur les loix du mouvement, un discours sur la Peste, où il prend après le P. Kircher l'hypothese des Insectes, un traité des passions, &c. Mais nous en exceptons une piece, à cause du grand & fameux adverfaire qu'elle a pour objet, M. Bernoulli dont M. Hartsoeker avoit attaqué le sentiment sur la lumiere du Barometre exposé dans l'histoire de 1701.*

* p. 1. &
suiv.

M. Bernoulli fit soutenir à Basle sur ce sujet une These où l'on ne ménageoit pas M. Hartsoeker qui s'en ressentit vivement. Il ramasse de tous côtés les armes qui pouvoient servir sa colere, & comme il étoit accusé d'en vouloir toujours aux plus grands hommes, tels que M^{rs}. Huguens, Leibnits, Newton, il se justifie par en parler plus librement que jamais, peut-être pour faire valoir sa modération passée. Sur-tout M. Leibnits, qui n'entre dans la querelle qu'à cette occasion, & très-incidemment, n'en est pas traité avec plus d'égard, & son *Harmonie préétablie*, ses *Monades* & quelques autres pensées particulieres, sont rudement qualifiées. On croiroit que les Philosophes devoient être plus modérés dans leurs querelles que les Poëtes, les Théologiens plus que les Philosophes, cependant tout est assez égal.

Après que M. Hartsoeker se fut établi à Utrecht, il entreprit un Cours de Physique, auquel il a beaucoup travaillé.

Il y a fait de plus un extrait entier des lettres de M. Leuvenhoeck , parce qu'il trouvoit que dans ce livre beaucoup d'observations rares & curieuses se perdoient dans un tas de choses inutiles qui empêcheroient peut-être qu'on ne se donnât la peine de les y aller déterrer. On doit être bien obligé à ceux qui sont capables de produire , quand ils veulent bien donner leur tems à rendre les productions d'autrui plus utiles au Public.

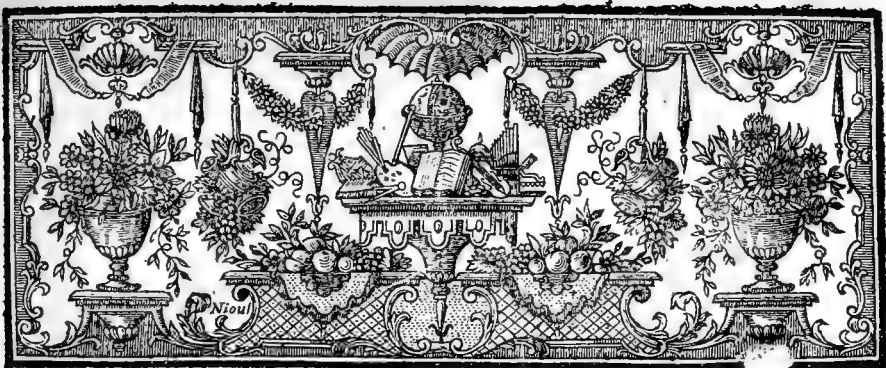
Son application continuelle au travail altéra enfin sa santé , qui jusques-là s'étoit bien soutenue. Peu de tems avant sa mort , sur quelques reproches qui lui étoient revenus de la maniere dont il en avoit usé à l'égard de l'Académie , il voulut se justifier par une espece d'apologie qu'il n'a pû achever entierement. On s'imagine bien sur quoi elle roule , tout ce qu'il y dit est vrai , & il ne reste rien à lui reprocher qu'une chose dont on ne peut le convaincre ; c'est que l'on sent dans ses critiques plus de plaisir , que de besoin de critiquer , mais ce seroit pousser la délicatesse trop loin que de donner du poids à un sentiment , qui peut être incertain & trompeur.

Il mourut le 10 Décembre 1725. Il étoit vif , enjoué , officieux, d'une bonté & d'une facilité , dont de faux amis ont abusé assez souvent. Ces qualités , qui s'accordent si peu avec un fonds critique , naturellement chagrin & malfaisant , sont peut-être sa meilleure Apologie.



1. The first part of the document
describes the general situation
of the country and the
state of the economy.
2. The second part of the document
describes the state of the
economy and the state of the
economy.

3. The third part of the document
describes the state of the
economy and the state of the
economy.
4. The fourth part of the document
describes the state of the
economy and the state of the
economy.



MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRE'S DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences.
De l'Année M. DCCXXV.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES
faites en 1724.

Par M. MARALDI.



N a vû encore cette année, dans le printemps & dans l'automne, l'aurore boréale, mais plus rarement & avec moins d'éclat, que les années précédentes, car elle n'étoit pas aussi étendue que les années précédentes, & elle n'étoit formée que par une lumière uniforme & constante, sans être accompagnée de

10. Janv.
1725.

Mem. 1725.

A

2 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
ces colonnes de lumière perpendiculaires à l'horizon qui
la rendent plus sensible.

Observations sur la quantité de Pluie de 1724.

	lignes		lignes
En Janvier	8 $\frac{1}{2}$	En Juillet	5
Février.	20 $\frac{1}{2}$	Août	4 $\frac{1}{2}$
Mars	15 $\frac{1}{2}$	Septembre	2
Avril	12	Octobre	15 $\frac{1}{2}$
Mai	4 $\frac{1}{2}$	Novembre	8
Juin	29 $\frac{1}{2}$	Decembre	23 $\frac{1}{2}$

Donc la pluie tombée pendant l'année 1724 a été de 148 lignes, qui font 12 pouces 4 lignes. D'où il paroît que cette année a encore été sèche par rapport à la moyenne qu'on avoit établie de 19 pouces.

Il y a eu cependant des années moins pluvieuses, qui sont 1719, durant laquelle il ne plût que 9 pouces 4 lignes, & 1723 qui n'en donna que 7 pouces 8 lignes, & qui de toutes celles qu'on a observées depuis 36 ans a été la plus sèche.

Il paroît par les observations de l'année dernière 1724, que dans les six premiers mois la pluie a été de 7 pouces, & qu'elle a été distribuée assez également, à la réserve du mois de Mai qui n'en a donné que 4 lignes & demie, mais en récompense dans le mois de Juin il en est tombé presque deux pouces & demie. Pour ce qui est des six derniers mois, la pluie a été fort médiocre, n'y en ayant eu que 4 pouces 10 lignes; le seul mois de Décembre en a donné presque deux pouces, & plus que les quatre mois de Juillet, Août, Septembre & Novembre, qui tous ensemble n'en ont donné qu'un pouce 8 lignes, quoique pour l'ordinaire en Juillet & Août il en tombe plus que dans les quatre mois suivans. Dans le mois d'Octobre il a plu un peu plus de 15 lignes; & un seul jour, qui fut le 28, en donna 10 lignes & demie, qui font les deux tiers de ce qui est tombé dans tout le mois.

En parcourant les observations des années précédentes, on

trouve qu'en 1721 il y a eu à peu près la même quantité de pluie qu'en 1724, & que la différence n'est que de trois lignes, dont celle de 1721 a été plus grande. La pluie qui tomba durant les quatre mois, d'Avril, de Mai, Juin & Juillet, & qui contribue beaucoup à l'abondance des grains, en 1721 fut de 4 pouces 5 lignes, & celle qu'il y a eu dans les mêmes mois en 1724 a été de 4 pouces 3 lignes, à deux lignes près de la précédente. Nous remarquâmes que la récolte de 1721 avoit été abondante en toutes sortes de grains, au lieu qu'elle a été médiocre en 1724, ainsi la même quantité de pluie qui est propre en une année pour produire une recolte abondante, ne l'est pas dans une autre, il faut d'autres circonstances qui y concourent. Nous remarquâmes que les chaleurs de l'année 1721 ne commencerent que tard, & furent fort moderées, le Thermometre n'ayant monté qu'à 72 degrés au mois d'Août & de Septembre. Nous remarquâmes encore que les nuages qui durant le cours de l'année 1721 couvrirent souvent le Ciel, n'avoient pas permis d'échauffer la terre, & de la dessécher, ainsi les campagnes n'eurent pas besoin de beaucoup de pluie pour être fécondes, mais en l'année dernière 1724 les chaleurs ayant commencé dès les mois de Juin & de Juillet, & ayant été fort grandes, comme nous le dirons dans la suite, la même quantité de pluie n'a pû rendre les terres aussi fécondes.

Observations sur le Thermometre.

Durant le mois de Janvier 1724 la liqueur du Thermometre est descendue à 30 parties, ce qui arriva le 9 & le 10 par un vent de Sud-est; ensuite s'étant élevé, il descendit au même degré 30, le 25, le 26 & le 27 Février, le vent étant Nord-ouest. Après s'être encore élevé, il descendit de nouveau, & il se trouva au 30^{me} degré le 11, le 13, le 14 & le 15 de Mars par un vent de Nord & de Nord-ouest. C'est là le terme le plus bas où il soit arrivé durant ces trois mois d'hiver, ce qui marque un froid fort moderé.

Le 26 Novembre le Thermometre se trouva à 28 parties;

qui est la plus petite hauteur où il soit arrivé cette année, & où il ne resta qu'un jour; ainsi le plus grand froid de cette année, qui a été fort moderé, est arrivé sur la fin du mois de Novembre, le vent étant Nord-est. Ces observations ont été faites au lever du Soleil, qui est le tems du plus grand froid qui arrive pendant le jour.

Pour ce qui est des grandes chaleurs, elles ont commencé dès le mois de Juin, & elles ont duré long-tems. Le Thermometre a presque toujours été au dessus de 50 parties au lever du Soleil tout le mois de Juin; & durant les mois de Juillet, d'Août, & une partie de Septembre, il s'est tenu entre 53 & 60, ce qui est une marque de grande chaleur. Le 3 Juillet, à 3 heures après midi, tems de la plus grande chaleur du jour, il s'éleva à 80 parties, le vent étant Sud-est. Le 23 Août ayant été à 60 parties au lever du Soleil, il s'éleva à $80\frac{1}{2}$ à 3 heures après midi, le vent étant encore Sud-est. Enfin le premier Septembre, à 3 heures après midi, il s'éleva à 82 parties, ce qui marque la plus grande chaleur de l'année, le vent étant Sud-est, ensuite Sud. La chaleur de cette année est égale aux plus grandes qui sont arrivées depuis 36 ans, le Thermometre n'ayant jamais surmonté ce terme. En 1721 les plus grandes chaleurs arriverent le 7 & le 8 Août, le 7 de Septembre & le 28 du même mois, mais le Thermometre ne surpassa pas le 72^{me} degré, & resta 10 degrés plus bas qu'en 1724. La remarque que nous avons faite plusieurs fois, que les plus grandes chaleurs d'été arrivent par un vent de Sud-est, a été vérifiée encore l'année dernière; car le 3 Juillet & le 23 Août, lorsque le Thermometre monta au 80^{me} degré, il regnoit un vent de Sud-est. De même le premier Septembre, le vent étant Sud-est, le Thermometre monta à 82 degrés.

Le Barometre simple a été à 28 pouces 4 lignes les sept premiers jours de Janvier de l'année précédente, & c'est la plus grande hauteur où il soit arrivé pendant la même année; le Ciel étoit pour lors couvert, & l'air tranquille. Le 19 Décembre dernier il se trouva à 26 pouces 4 lignes & demie, qui est le terme le plus bas où il soit descendu. Il fit

ce jour-là & le précédent 18 un vent de Sud. violent, qui régna avec la même force pendant ces deux jours, qui furent aussi pluvieux. Il est très-rare que le Barometre descende jusqu'à ce point, & dans toutes les observations que nous avons examinées depuis 1696, il n'y a que 1702 où le Mercure descendit à 26 pouces 5 lignes le 20 Décembre avec un vent de Sud médiocre. La variation du Mercure, entre la plus grande & la plus petite hauteur, en l'année 1724 a donc été de presque 2 pouces.

Les vents de Sud-est qui dans ces climats sont rares, ont régné plus qu'à l'ordinaire en 1724. On a eu rarement le vent du Nord, & ceux de Sud, Sud-ouest & Ouest ont les plus dominé, sur-tout dans le printems & dans l'hyver, ce qui a contribué à rendre ces deux saisons aussi tempérées que nous les avons eues dans ce climat. C'est principalement à la diversité des vents qu'on doit attribuer la différente température d'air qui regne dans la même saison en différentes années.

Suivant les nouvelles publiques, ce fut par un vent de Sud-est qu'arriva le 19 Novembre dernier en Portugal, le furieux orage qui a causé de si grandes pertes aux villes & à la campagne par où il a passé. A Paris, le 19 du même mois, nous eûmes un air tranquille, & les deux jours précédens, 17 & 18, le vent étoit Est-nord-est, les deux suivans, 20 & 21, il étoit Nord-est. Ainsi le vent qu'il fit en Portugal le 19 étoit fort différent de ceux que nous eûmes vers ce tems-là à Paris.

Déclinaison de l'Aimant.

La déclinaison de l'Aimant observée le 9 de Novembre dernier & le 3 de Janvier 1725 avec une Bouffole de 4 pouces, a été trouvée de 13 degrés, comme nous l'avons observée depuis le 16 Octobre 1720, ainsi elle est toujours stationnaire.

DISSERTATION

SUR

L'OPERATION DE LA CATARACTE.

Par M. PETIT, Medecin.

7 Février
1725.

DE toutes les parties de notre corps, il n'y en a point de plus composée que les yeux. Il n'y en a point aussi qui soit sujette à un plus grand nombre de maladies.

Les cils, les paupieres, les points lachrymaux, la cornée, la conjonctive, les glandes, la graisse, les vaisseaux sanguins, les nerfs, les muscles, la sclerotide, la choroïde, l'uvée, la rétine, la membrane crystalline, la membrane hyaloïde, les processus ciliaires, l'humeur vitrée, l'humeur aqueuse, enfin le crystallin, ont chacune leurs maladies particulieres, qui sont en très-grand nombre.

Les Medecins ont presque tous été d'accord sur la nature de ces maladies. Il y a eu peu de différence dans leur sentiment. La Cataracte est celle qui a le plus souffert de contestation.

Ruffus, qui vivoit avant Galien au commencement du second siecle, a dit que les Anciens croyoient que la Cataracte & le Glaucome étoient la même chose. On ne le trouve pourtant point dans aucun des ouvrages qui nous restent de lui, & nous ne le sçavons que sur le rapport d'Oribase, & de Paul d'Egine. Celse, qui vivoit avant Ruffus dans le premier siecle, ne parle point de cette opinion. Il croyoit que la Cataracte étoit une concrétion d'humeur formée entre l'uvée & le crystallin. Galien, qui a parlé plus clairement que Celse sur cette matiere, est de ce sentiment.

Ceux qui leur ont succédé, ont crû que cette concrétion formoit une membrane derriere la prunelle, qui empêchoit le passage des rayons de la lumiere.

Plusieurs observations qu'on a faites sur cette maladie, ont

fait voir qu'elle consiste dans l'opacité du crySTALLIN. Cette découverte s'est faite vers le milieu du siècle passé. Borelli & Rolfincius en ont parlé sur les observations de M. Carré, célèbre Medecin de Paris, & presque en même tems Gassendi & Rohaut sur les observations d'un Maître Chirurgien nommé Lafniet.^a

Toutes ces observations ne firent aucun progrès, & tomberent tellement dans l'oubli, que M^{rs}. Brisseau & Antoine qui ont fait la même découverte au commencement de ce siècle, ont crû chacun en particulier être les premiers qui l'avoient fait.

Cette opinion, quoiqu'établie sur de très-bonnes & sûres observations, a été combattue avec d'autant plus de vivacité, que l'on s'imaginait, qu'on ne pouvoit voir sans crySTALLIN. On ne se souvenoit plus que Plempius a dit, il y a un siècle, sur les observations & les expériences de Scheiner, célèbre Mathematicien, qu'on peut voir sans crySTALLIN.

Enfin les difficultés ont été applanies par la quantité d'observations faites au commencement de ce siècle, dont la plupart sont rapportées dans le sçavant Traité de M. Heister, & une infinité d'autres qu'on a faites depuis. Presque tous les Savans, & principalement les Anatomistes, sont présentement persuadés que la Cataracte n'est point une membrane, c'est le crySTALLIN obscurci.

Ce seroit une chose bien curieuse de sçavoir en quel tems vivoit celui qui le premier a eu l'audace de porter une aiguille dans l'œil d'un homme vivant, pour abbattre la Cataracte. Mais une des choses des plus utiles seroit de sçavoir les raisons qu'il a eu de percer l'œil à un endroit plutôt qu'à un autre, & s'il a fait d'abord l'opération de la manière que Celse l'a pratiquée? Nous n'avons point de description de cette opération plus ancienne que celle de Celse. Je ferai voir dans la suite de ce Memoire que cette description est très-obscurc. Celui qui a inventé cette opération, devoit bien connoître

^a Voyez l'excellent Traité de la *suites*, il cite tous ces Auteurs. *Cataracte* de M. Heister, pag. 77. &c.

8 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
& la structure de l'œil, & la vraie cause de la Cataracte.

Cette maladie n'a point été connue avant le tems d'Hippocrate^a, il ne la connoissoit pas bien lui-même. Ce que l'on sçavoit d'Anatomie en ce tems-là étoit bien peu de chose, & selon quelques Auteurs, on ne l'avoit pas encore démontrée sur les cadavres humains. On le reconnoît assez dans les ouvrages d'Hippocrate. Cette découverte ne s'est donc faite qu'après le tems d'Hippocrate. Je ne connois point de Medecins plus capables de l'avoir faite qu'Herophile ou Erasistrate. Ils ont vécu environ 300 ans avant la venue de Notre Seigneur, sous les Ptolémées Soter & Philadelphie, qui ont favorisé les sciences de tout leur pouvoir. Nous n'avons point eu de Medecins qui se soient plus appliqués à l'Anatomie, & qui aient disséqué un plus grand nombre de corps humains. Ils ont mis à profit l'amour que les Ptolémées avoient pour les sciences, & se sont servis utilement de leur autorité pour avoir des cadavres humains. Ils ont donné le nom à un très-grand nombre de parties de notre corps. Ils se sont tous deux fort appliqués au cerveau, aux nerfs & aux organes des sens. Herophile sur-tout a donné le nom à plusieurs parties de l'œil. Il paroît qu'il a fort examiné cet organe; il y a lieu de croire que c'est lui qui a fait la découverte de la Cataracte, & dans les 600 cadavres que l'on dit qu'il a disséqués, il en aura sans doute trouvé un certain nombre attaqué de cette maladie. On n'étoit encore prevenu d'aucune opinion sur cette matiere, rien ne l'a empêché d'en reconnoître la véritable cause, il aura trouvé le cristallin obscurci, & comme il étoit aussi bon Chirurgien qu'Anatomiste, (car pour lors les Medecins exerçoient la Chirurgie) il en aura facilement imaginé l'opération. Il l'aura d'abord tentée sur des criminels attaqués

^a Rhafes, cap. 3. p. 40. dit : *Aristoteles in libro Problematum quare patiens Cataractam, ex percussione in Oculo non curatur.*

Cette citation pourroit faire croire que la Cataracte étoit connue d'Aristote, qui vivoit devant Hippocrate,

mais on ne trouve rien de cela dans les Problèmes d'Aristote, ni dans ses autres ouvrages, dans lesquels on l'a cherchée avec beaucoup d'exactitude. Ainsi c'est une citation faite après coup, les Arabes y sont sujets,

de cette maladie; on ne lui refusoit aucun de ces malheureux pour faire ses expériences. Il n'aura point craint d'abattre le crySTALLIN obscurci, puisque c'étoit la partie malade, & d'ailleurs on ne s'étoit pas encore imaginé, comme on a fait depuis, que la vision se faisoit dans cette partie. Il rapportoit toutes les sensations au cerveau, & selon lui la vûe se faisoit par l'impression de la lumière sur l'expansion du nerf optique, à laquelle il a donné le nom de *Rétine*.

Cette opération une fois inventée, a été depuis pratiquée par ceux qui l'ont suivie. Herophile étant mort, ses écrits se sont dispersés, & se sont entièrement perdus. Il y a apparence que le Livre qui contenoit la découverte de la Cataracte & de son opération, s'est perdu des premiers, puisque Galien, ni les autres Auteurs qui nous ont fait connoître Herophile & Erasistrate, & qui ont fait mention de leurs écrits, n'ont point parlé de ce Livre. Voilà ce qu'on peut soupçonner de l'invention de la Cataracte & de son opération; car Hippocrate ne dit rien de positif de l'un ni de l'autre. Celse en parle comme d'une maladie & d'une opération connue, sans nous instruire, ni comment, ni par qui, ni en quel tems on en a fait la découverte. Ainsi nous ne pouvons établir nos conjectures que sur Herophile ou Erasistrate, comme je viens de le dire.

Les puissances qui succéderent aux Ptolemées n'ayant pas la même inclination pour les Sciences, ne favorisèrent plus les Medecins pour l'Anatomie. On reprit en Egypte les mêmes idées que l'on avoit sur la dissection des cadavres humains. Pour éclaircir ce point, il faut prendre garde qu'en Italie, en Grece & en Egypte, & peut-être dans toutes les autres parties du Monde; les hommes se trouvoient dans la même pensée; c'étoit une cruauté & même une impiété de disséquer des cadavres humains, on s'en étoit fait une espece de religion, du moins il ne se faisoit point de dissection publique sur les corps humains, & cela est si vrai, que Galien n'a pas osé en disséquer, & s'il l'a fait, comme on ne peut guere en douter, ce ne peut être qu'avec beaucoup de précaution & de secret, & si rarement, que l'on alloit retomber dans une parfaite ignorance

10 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de l'Anatomie, s'il ne l'eût continuée, aussi bien que Ruffus ;
en disséquant des animaux au défaut des cadavres humains.

Enfin il s'étoit établi une nouvelle hypothese toute contraire à la connoissance de la véritable cause de la Cataracte ; on s'étoit imaginé que la vision se faisoit dans le crySTALLIN ; on ne sçait point en quel tems, mais il est certain que Galien l'a adoptée, & qu'il l'a soutenue de toutes ses forces. De-là on a cru que l'on s'étoit trompé sur le fait de la Cataracte, & que puisque l'on voyoit après l'opération, ce ne pouvoit être le crySTALLIN qu'on abbattoit, l'on s'est imaginé que c'étoit quelque concrétion d'humeur formée au devant du crySTALLIN. Galien ^a devoit certainement se trouver bien embarrassé, lui qui prétendoit que le crySTALLIN étoit si fort avancé au devant de l'œil qu'il touchoit à l'uvée ; il voyoit bien qu'on ne pouvoit faire l'opération à la maniere ordinaire sans traverser le crySTALLIN. ^b Il y a peut-être voulu apporter quelque changement, en piquant l'œil plus près de l'Iris, comme on peut le reconnoître dans la description qu'il en donne : mais la chose ne lui ayant pas réussi, il l'a abandonnée, & n'a plus voulu s'en mêler.

Aquapendente ^c s'est trouvé dans le même embarras ; il croyoit qu'il étoit impossible de faire cette opération sans traverser le crySTALLIN, & le diviser en deux par le mouvement de l'aiguille ; personne n'a mieux connu que lui sa véritable situation dans l'œil. L'Anatomie lui ^d avoit appris que les fibres

^a De usu part. cap. 4. & cap. 6.

^b Il dit pourtant dans le chap. 4. que lorsque l'on abbat la Cataracte, l'Aiguille agit dans un grand espace. Cela fait voir que malgré ce qu'il avoit vu en disséquant des yeux, lorsqu'il songeoit à l'opération, il lui étoit impossible de ne pas s'imaginer un grand espace entre le crySTALLIN & l'uvée.

^c Chirurgie, p. 58.

^d Néanmoins dans son Anatomie, p. 105. imprimée après sa Chirurgie, où il donne une Figure de l'Œil qui approche si fort du naturel, il de-

mande si le crySTALLIN est plus vers la partie antérieure que vers la postérieure, il abandonne pour lors la vérité que la dissection lui avoit si souvent montrée, il conclut que le crySTALLIN est plus vers la partie postérieure, semblable en cela à Galien, il varie, & se trouve incertain. Enfin l'opération de la Cataracte a fait croire à l'un & à l'autre qu'il doit y avoir un grand espace entre le crySTALLIN & l'uvée ; ils ne pouvoient concilier la maniere dont on faisoit l'opération, avec la situation du crySTALLIN si près de l'uvée,

qui attachent le cryftallin font attachées elles-même à la cornée. Il a cherché les moyens de faire cette opération fans toucher au cryftallin ; il a cru peut-être le pouvoir faire en perçant l'œil tout auprès de la cornée , mais il s'est trouvé trompé , car en le perçant si près de la cornée , il n'est guere possible d'abbattre la Cataracte avec facilité , les accidens qui font arrivés aux opérations qu'il a faites , l'ont absolument dégoûté , & lui ont fait abandonner cette opération , de sorte qu'on peut dire que la trop grande connoissance que Galien & Aquapendente ont eu de la véritable situation des parties de l'œil , les a empêché de réussir , parce qu'ils n'ont pas bien connu la cause de la Cataracte.

Avant Aquapendente on avoit déjà cherché les moyens de rendre cette opération plus facile , mais sans d'autre raison que d'éviter les accidens qui l'accompagnent & qui la suivent.

Avicenne , qui vivoit près de 200 ans avant Aquapendente , s'étant apparemment imaginé que la pointe de l'aiguille caufoit ou en tout , ou en partie , les désordres qui succedent souvent à cette opération , a voulu se servir de deux aiguilles pour la faire. Il appelloit la premiere *Muca da hati* , avec laquelle il perçoit l'œil , il ne dit point en quel endroit : il la retiroit , & introduisoit par le même trou une autre aiguille , qu'il appelloit *Almuhec* , qui étoit moins pointue , avec laquelle il abbattoit la Cataracte.

Nuck a suivi la même idée sans y rien changer : mais Albimus s'est servi d'une aiguille pointue & cannelée , avec laquelle il perçoit l'œil , & introduisoit une aiguille obtuse , en la coulant dans la cannelure , & avec laquelle il prétendoit abattre la Cataracte.

Avant Avicenne , Albucasis avoit cru pouvoir tirer la Cataracte membraneuse hors de l'œil en la suçant , par le moyen d'une aiguille cannelée : mais Mayerne remarque avec raison qu'on suceroit plutôt toute l'humeur aqueuse ; il devoit ajouter que l'humeur aqueuse devoit s'écouler d'elle-même par le canal de l'aiguille , & ainsi l'œil auroit dû se flétrir dans l'instant. D'autres ont cru pouvoir tirer la Cataracte avec un

crochet de fil de leton passé dans cette aiguille cannelée ; ce qui a peut-être donné lieu à Rocho Mathioli, Chirurgien Italien, d'imaginer un pinceau de fil d'or qu'il prétendoit passer à travers une cannule qu'il portoit dans l'œil, & se promettoit d'embarrasser la Cataracte dans son pinceau, puis la tirer avec facilité hors de l'œil. Il semble que Burrhus ait voulu s'attribuer cette invention.

Blancart vouloit qu'on ouvrît l'œil à sa partie supérieure ; & qu'on tirât la Cataracte avec des pinces : mais il n'est pas le premier qui a eu cette idée extraordinaire. Avicenne parle de quelques Operateurs de son tems qui ouvrieroient la partie inférieure de la cornée pour tirer la Cataracte par cette ouverture.

Mais de tous les moyens & les instrumens qu'on a inventés pour tirer la Cataracte hors de l'œil, je n'en vois point de mieux imaginé que celui dont parle Albinus, & qu'il dit avoir vû entre les mains de quelques Operateurs qui courent les Provinces pour abbattre la Cataracte. C'est une aiguille qui forme une pince à ressort, qui, lorsqu'elle est introduite dans l'œil, peut prendre la Cataracte membraneuse, & la tirer hors de l'œil. Quoique cet instrument puisse avoir ses inconvéniens & ses difficultés, il en a beaucoup moins qu'aucun de ceux dont nous avons parlé : il auroit dû mieux réussir étant conduit par les mains d'un homme adroit & intelligent, supposé que la Cataracte fût membraneuse : mais nous ne voyons point qu'il ait jamais réussi, non plus qu'aucun de ceux dont nous avons parlé. Je n'ai trouvé que le hardi Freitag, qui ose assurer que lui & son pere ont tiré hors de l'œil des Cataractes membraneuses avec des aiguilles à crochets. On ne l'en croira pas sur sa parole, la Cataracte n'est point une membrane, c'est le crySTALLIN obscurci. Il n'est pas possible de tirer le crySTALLIN hors de l'œil par aucun des moyens dont nous avons parlé, sans détruire la structure de cet organe.

Il a donc fallu toujours en revenir à l'opération de Celse, qui a paru la meilleure que nous ayons eu jusqu'à présent pour

abbattre le cryftallin cataracté, quoiqu'on ait toujours cru abbattre une membrane. On en fera pleinement convaincu, après les réflexions que je vais faire sur cette opération : mais pour avoir plus de facilité d'entendre ce que j'ai à dire sur cette matiere, faisons quelques observations générales sur la structure de l'œil suivant nos nouvelles découvertes.

Le globe de l'œil de l'homme a dix lignes de diametre jusqu'à onze lignes & demie ; j'en ai trouvé quantité qui avoient dix lignes & demie, & dix lignes & trois quarts. *MO* est le diametre de l'œil. *AN* est l'axe qui, dans beaucoup d'yeux, se trouve plus long que le diametre d'un quart de ligne, & quelquefois de demi ligne, à cause de la convexité de la cornée *ABB* qui est plus grande que celle du globe de l'œil ; car cette cornée fait une portion de cercle dont le diametre a sept lignes ou sept lignes & demie, & souvent huit lignes. La corde *BB* de cette portion de cercle, que j'appelle le *diametre de la cornée*, est longue de quatre lignes deux tiers, jusqu'à cinq lignes & demie, on la trouve le plus souvent de cinq lignes, c'est ce qui fait aussi le diametre du grand cercle de l'uvé *BDDB*. La fleche de cette corde *AG* est de trois quarts de ligne de longueur, jusqu'à une ligne & quart, je l'ai souvent trouvé d'une ligne, elle est la mesure de la convexité de la cornée *ABB*, & de l'épaisseur de la chambre antérieure *CC*, qui a le même diametre de la cornée.

La chambre postérieure *EGE* n'a que demi-quart de ligne d'épaisseur, vis-à-vis la circonférence de la prunelle *DD* jusqu'à demi-ligne, elle est souvent d'un quart de ligne, ce qu'il est important de remarquer. Cette chambre postérieure a le double d'épaisseur vers les côtés *EE*, à cause de la courbure de la circonférence antérieure du cryftallin, elle a cinq lignes ou cinq lignes & demie de diametre.

La prunelle *DD* a une ligne & demie de diametre, jusqu'à trois lignes, je l'ai souvent trouvé de deux lignes & demie ; les jeunes gens l'ont plus dilatée que ceux qui sont avancés en âge.

Le cryftallin *H* a trois lignes & demie de diametre *KHL*, jusqu'à quatre lignes & demie, on le rencontre souvent de

quatre lignes. L'épaisseur ou l'axe de crySTALLIN *GHI* est d'une ligne trois quarts, jusqu'à deux lignes & demie, il est pour l'ordinaire de deux lignes. Sa convexité antérieure *EGE* fait la portion d'un cercle qui a quelquefois un pouce de diametre, quelquefois un pouce & demi, & sa convexité postérieure *KIL* fait la portion d'un cercle qui a cinq lignes, jusqu'à six lignes de diametre. La section de cette convexité postérieure m'a paru dans plusieurs yeux plutôt parabolique que sphérique, comme on le voit dans la seconde figure *KIL*. On lit dans une These soutenue à Altdorff en 1678, à laquelle Jean Christophe Sturmius présidoit, & qui avoit pour répondant Jean André Wolland, que le crySTALLIN est plutôt hyperbolique que sphérique.

L'humeur vitrée remplit tout le reste de l'œil *IKLMNOP*. Le crySTALLIN *H* est enchâssé, comme on le voit, dans la partie antérieure de cette humeur vitrée, & y est retenue par une capsule transparente; elle est plus épaisse & plus forte à sa partie antérieure qu'à la postérieure, qui fait une continuité avec la membrane de l'humeur vitrée, & avec les ligamens & les processus ciliaires. Faisons présentement l'analyse de l'opération de Celse.

Celse après avoir bien préparé son malade, & l'avoir situé, écartoit d'une main les paupieres, & tenant son aiguille de l'autre, il l'a plongeoit droit à travers les membranes, dans le milieu de l'espace qui est entre le noir de l'œil & l'angle le plus proche des tempes; il la pouffoit dans le vuide, après quoi il l'inclinoit du côté de la Cataracte, qu'il abbaissoit peu-à-peu au bas de la prunelle, où il la comprimoit: si elle restoit, l'opération étoit faite; si elle remontoit, il la découpoit en plusieurs parties qui se cachotent plus facilement derriere l'uvéa.

Paul d'Egine, & la plupart de ceux qui depuis ont pratiqué cette opération, n'ont différé de Celse, qu'en ce que si la Cataracte remontoit, ils l'abbaissoient autant de fois qu'elle se trouvoit remontée, & ne la découpoient que lorsqu'ils voyoient qu'ils ne pouvoient la tenir assujettie au bas de la prunelle.

Nous avons trois choses à examiner dans la description de l'opération de Celse.

La premiere, quel est l'endroit où Celse perce les membranes de l'œil.

La seconde, quel est ce lieu qu'il appelle Lieu vuide, *Locus vacuus*, où il porte l'aiguille.

La troisieme, comment cette Cataracte, ou ce crySTALLIN obscurci & cataracté, s'abaisse par la pression de l'aiguille, & quel chemin on lui fait prendre.

Il faut voir si nous pourrons découvrir quel est à peu près l'endroit où Celse perce l'œil ; il dit que c'est dans le milieu de l'espace qui est entre le noir de l'œil & l'angle le plus proche des tempes. Voilà qui est bien obscur, car il faut deviner ce qu'il entend par le *noir* de l'œil ; il a pû prendre le noir de l'œil, ou pour la prunelle seule, qui effectivement paroît toute noire, lorsqu'on l'examine avec attention, ou bien il l'a pris pour toute la cornée, dont la couleur avec celle de l'iris & de la prunelle, la distingue tellement de tout le blanc de l'œil, qu'elle en paroît d'abord brune ou noire, lorsqu'on la regarde sans attention. Nous allons examiner ces deux choses avec toute l'exactitude possible dans les deux premieres figures.

Soient la premiere & la seconde figure. Ce sont deux yeux dont le milieu *A* de la cornée est également éloigné du grand angle que je pose en *Z* pour les deux yeux. Cet éloignement est de huit lignes. Ce même milieu est aussi également éloigné du petit angle dans les deux yeux ; cet éloignement est de neuf lignes dans les yeux suffisamment garnis de graisse, mais dans les gens âgés & fort maigres le centre de la cornée n'est éloigné que de six lignes du grand angle, & de sept lignes du petit angle, parce que l'œil est fort enfoncé. Mais prenons un terme moyen, & supposons que ce grand angle est éloigné de sept lignes, & le petit angle de huit lignes, ce que l'on trouve effectivement dans la plupart des sujets.

Si Celse a pris la prunelle seule pour le noir de l'œil dans cette situation, & qu'on pique l'œil dans le milieu de l'espace qui est entre le rebord de la prunelle *D*, & le petit coin de l'œil *Y*, ou, ce qui est la même chose, de l'endroit de la cornée *C* qui est vis-à-vis le rebord de la prunelle *D*, on le

Fig. 2.

piquera en *F*, à trois lignes trois huitiemes de cet endroit, parce qu'en supposant le diametre de la prunelle de deux lignes, ce sera une ligne pour son demi-diametre qu'il faudra ôter de huit lignes, ainsi il restera sept lignes; dont la moitié est trois lignes & demie, & si l'on ôte encore une ligne & demie qu'il y a de cet endroit de la cornée *C* jusqu'à son rebord *B*, on le piquera donc en *F*, qui se trouve à deux lignes de la cornée. Voilà à la rigueur l'endroit le plus près de la cornée où Celse peut avoir piqué l'œil. Mais si l'on prend garde qu'avant de piquer l'œil, l'on recommande au malade de le tourner du côté du grand angle, comme on le voit dans la troisieme figure, & par ce mouvement on gagne du moins deux lignes & demie, qui est le demi diametre de la cornée depuis *A* jusqu'en *B*, il y a pour lors neuf lignes & demie de champ depuis l'endroit de la cornée *E*, qui est vis-à-vis le rebord de la prunelle *D*, jusqu'au petit coin de l'œil, dont le milieu est de quatre lignes trois quarts. Si l'on ôte une ligne & demie de la cornée, Celse a dû piquer l'œil à trois lignes un quart du rebord de la cornée, s'il faisoit tourner l'œil du côté du grand angle, comme je viens de le dire. Il ne parle point de cette circonstance dans sa description. Mais selon toute apparence Celse prenoit toute la cornée pour le noir de l'œil. En veut-on une preuve? c'est que dans presque toutes les Cataractes la prunelle n'a plus rien de noir, hors un cercle fort fin qu'il faut regarder avec beaucoup d'attention pour l'appercevoir, & c'est sans doute du rebord de la cornée qu'il dirigeoit son espace. S'il ne faisoit point tourner l'œil, il le piquoit à deux lignes trois quarts, tout proche de *F*: mais en le faisant tourner, il le piquoit à quatre lignes en *G*. L'on voit par tout ce que je viens de dire, qu'il n'est guere possible de découvrir précisément l'endroit où Celse piquoit l'œil.

Fig. 2.

Fig. 3.

Tous les Auteurs qui sont venus après Celse, & qui ont décrit cette opération, n'ont osé déterminer l'endroit où il faut piquer l'œil, ils ont tous gardé la même obscurité que lui, ou bien ils n'en parlent point. Paul d'Egine qui semble vouloir le désigner, dit que cette distance de la cornée est de
l'épaisseur

l'épaisseur du manche de l'aiguille : mais quelle est l'épaisseur de ce manche, ceux de moyenne grosseur sont de quatre lignes ? Il n'est pas aisé de décider de quelle grosseur ils étoient du tems de Paul d'Egine. Nuck pique l'œil à la distance de l'iris, de la grosseur d'un tuyau de paille. Theodore de Mayerne, entre la cornée & l'angle externe. Blanco, à la distance de deux ou trois testons. Ne voilà-t-il pas des endroits bien déterminés ? Avicenne ne marque point l'endroit où il piquoit l'œil. Paré donne la même description que Celse. Vigier a copié Paré, & Dolé renvoie à Vigier.

M. Heister, qui est dans la nouvelle hypothese, ne paroît pas plus hardi que les Anciens, il s'est servi des mêmes expressions de Celse. M. Antoine perce l'œil à deux lignes plus ou moins du cercle extérieur de l'iris. Nous voyons dans le Livre de M. Brisseau trois endroits où il doit avoir piqué l'œil, sçavoir à deux lignes, à quatre lignes, & à quatre lignes & demie. Mais revenons à Celse : examinons le second article.

Celse, après avoir percé les membranes de l'œil, pousse son aiguille dans un endroit qu'il appelle lieu vuide, *Locus vacuus*, *Locus inanis*, ce qui n'est pas moins obscur que le premier article que nous venons d'examiner. Il est vrai pourtant qu'il dit que ce lieu est derriere la prunelle. Il s'imaginait sans doute un grand espace entre l'uvée & le crySTALLIN, & tel que l'ont représenté Vesale & Briggs ; mais l'endroit le plus spacieux n'est que de demi-ligne, comme on le voit en *E*, ainsi moins large que l'aiguille, & pour y parvenir il faut traverser le crySTALLIN. Mais pour bien déterminer l'endroit où Celse pouvoit son aiguille, on doit prendre garde qu'il dit qu'il faut la pousser droite (*recta*) à travers les membranes, ce qui peut signifier l'une de ces deux choses, ou bien l'aiguille est poussée droite suivant la perpendiculaire *SG* à la tangente *QG*, & pour lors elle doit se rendre au centre *R* par la ligne *SGR*, ou bien l'aiguille y est poussée par une ligne *TGV*, parallele au diametre *ORM*. Si l'on perce l'œil à trois lignes de la cornée en *G*, & qu'on pousse l'aiguille par la parallele *GV* au diametre *OM*, l'expérience fait voir qu'elle doit passer

Mem. 1725.

C

Fig. 1.

Fig. 2.

auprès de la partie postérieure du crystallin, ce qui est conforme à la situation des parties de l'œil dont nous avons parlé ci-dessus, & ce que l'on voit très-bien dans cette figure, qui est faite suivant les proportions naturelles.

Si l'on perce l'œil à trois lignes & demie ou à quatre lignes par la ligne NP , les paralleles se trouveront d'autant plus près du diametre de l'œil, & plus éloignés du crystallin, ainsi le lieu vuide de Celse doit être au point R ou au point I , & toujours à la partie postérieure du crystallin. Il ne faut pas croire que Celse ait d'abord porté son aiguille vers la partie antérieure de l'œil, il n'auroit pas trouvé ce vuide, il auroit rencontré le crystallin. Il dit positivement qu'il faut porter son aiguille dans le vuide. Il l'appelloit ainsi, parce qu'il ne sentoit point de résistance au mouvement de l'aiguille; effectivement l'humeur vitrée n'y en apporte pas. Lorsque l'aiguille est parvenue dans le vuide, il la faut incliner, dit-il, vers la suffusion, c'est-à-dire, de la partie postérieure vers la partie antérieure, ce qui prouve bien qu'il n'est pas possible de trouver ce prétendu vuide que dans l'endroit I ou R que nous venons de marquer dans l'humeur vitrée, & si l'on prend bien garde à l'aiguille de la plupart de ceux qui font cette opération, on voit bien par la maniere dont ils la dirigent, qu'elle doit d'abord être portée à la partie postérieure du crystallin.

Examinons présentement le troisieme article, sçavoir de quelle maniere Celse abbaïsse la Cataracte par la pression de l'aiguille, & quel chemin il lui fait prendre. Il dit qu'il faut incliner son aiguille vers la suffusion, & la pousser peu-à-peu vers le bas de la prunelle, & l'y assujettir.

Lorsqu'il fait incliner son aiguille vers la suffusion, il la transporte de I en L , qui est la partie supérieure du crystallin H (on ne peut la déterminer autrement dans cette figure) sur lequel il appuie, & le pousse en bas. Si en même tems cette partie supérieure L est tant soit peu poussée en devant, la partie inférieure K est obligée de se pancher un peu en arriere, rompt la membrane crystalline en cet endroit K , & se fait passage en parcourant la ligne HO dans l'humeur vitrée, où le crystallin

Fig. 3.

est logé entre *K* & *M*, & pour lors l'opération est prompte, heureuse, & n'est suivie d'aucun accident fâcheux : mais cette réussite est rare, c'est toujours le hasard qui la produit, parce qu'on n'a jamais bien sçu ce que l'on faisoit, faute de bien connoître la véritable situation des parties de l'œil, & c'est même contre l'intention de Celse, & de ceux qui l'ont suivie. Ils ont tous recommandé de loger la Cataracte au bas de la prunelle, ce qu'ils ont exécuté très-souvent, parce qu'ils ont presque toujours poussé leur aiguille jusques dans la chambre postérieure, ils ont déchiré la partie antérieure de la capsule, & le crySTALLIN est poussé dans la chambre postérieure par le mouvement de l'aiguille, & par le ressort de l'humeur vitrée; pour lors le crySTALLIN est appuyé sur la partie postérieure de l'uvée, comme on le voit dans la quatrième figure. *K L* est le crySTALLIN dans sa situation naturelle, il est marqué simplement avec des points. *M N* est le même crySTALLIN poussé dans la chambre postérieure, & appuyé sur la partie postérieure de l'uvée *D*, & comme il bouche toujours la prunelle, il faut le tirer de cet endroit, & le loger ailleurs. On appuie son aiguille sur la partie supérieure *M* du crySTALLIN *M N*, on le pousse en bas, & peu-à-peu on le loge sous l'humeur vitrée, entre *N* & *O* : mais pour cela il faut rompre les ligamens ciliaires *E B* qui viennent du rebord de l'uvée se rendre à la circonférence de la membrane crySTALLINE; il faut séparer les processus ciliaires *K F* d'avec la choroïde à laquelle ils sont attachés, c'est avec la partie inférieure du crySTALLIN qu'on doit faire cet ouvrage, & que l'on doit forcer l'humeur vitrée, & l'obliger de reculer pour loger le crySTALLIN entre elle & la choroïde. Mais l'on ne peut venir à bout de tant de choses. Si le crySTALLIN n'a assez de fermeté & de solidité pour résister à l'aiguille, les ligamens ciliaires doivent se rompre avec facilité, la séparation des processus d'avec la choroïde doit être aisée; enfin il faut appuyer sur le crySTALLIN d'une manière à pouvoir le faire glisser sur le penchant de la choroïde. Voilà bien des choses à concilier, auxquelles ni Celse ni pas un de ceux qui ont pratiqué cette opération n'ont jamais pensé, ils

Fig. 2.

20 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
ne croyoient pas avoir affaire au crySTALLIN, ni être obligés de faire un si grand passage.

Si le crySTALLIN se trouve trop mou, l'aiguille passe facilement au travers, il ne faut pas s'attendre de loger de tels crySTALLINS entiers sous l'humeur vitrée.

Si les ligamens ciliaires sont difficiles à rompre, on est obligé d'appuyer davantage sur le crySTALLIN, il est encore plus en risque d'être mis en pieces, il en passe quelquefois dans la chambre antérieure, qui lorsqu'elles y restent, y causent de vives douleurs. Mais supposé qu'il résiste, & qu'il soit capable de bien presser les ligamens ciliaires, comme ces ligamens sont attachés à l'uvée, ils la tiraillent, ils lui font faire divers mouvemens qui font prendre différentes figures à la prunelle, & pour lors on s'imagine que la Cataracte est adhérente à l'uvée; je ferai voir la fausseté de cette opinion dans un autre Memoire. Si avec cela on appuie trop perpendiculairement sur le crySTALLIN, il trouve une trop grande résistance par la proximité des membranes sur lesquelles il s'appuie, & ne peut facilement glisser sur le penchant de la choroïde pour se loger sous la vitrée.

Il arrive souvent que l'aiguille, par son mouvement de haut en bas, passe au côté du crySTALLIN, va couper les ligamens ciliaires, & fait un passage; pour lors on loge le crySTALLIN, si l'humeur vitrée se sépare facilement. Mais cette humeur, ou pour mieux dire la membrane qui la contient, résiste quelquefois, & a tant de ressort, que le crySTALLIN ne fait que la comprimer, & ne la sépare pas, ou bien il la sépare très-peu, ce qui fait que dans le tems qu'on croit la Cataracte abbattue, le ressort de l'humeur vitrée la relève dans la chambre postérieure, & lorsque l'on voit que cela arrive plusieurs fois, & que l'on ne peut retenir la Cataracte assujettie, Celse & les autres conseillent de la découper pour la loger plus commodément derrière l'uvée, & c'est un grand hazard si dans une opération aussi laborieuse on ne découpe l'uvée, & si l'on n'ouvre quelques vaisseaux.

Fig. 2.

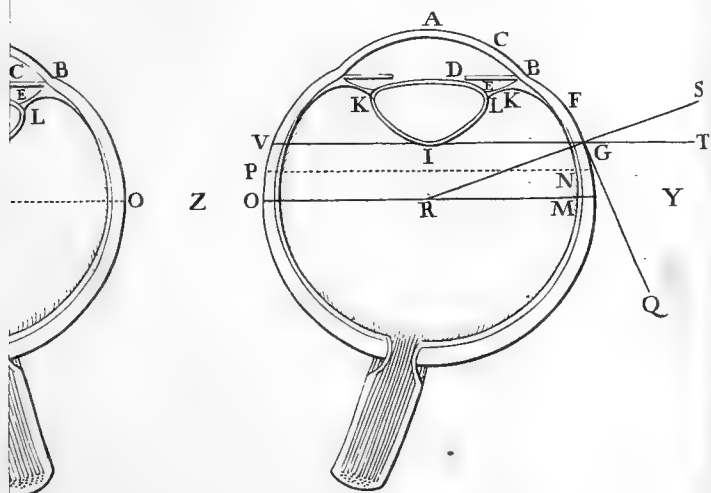


Fig. 4.

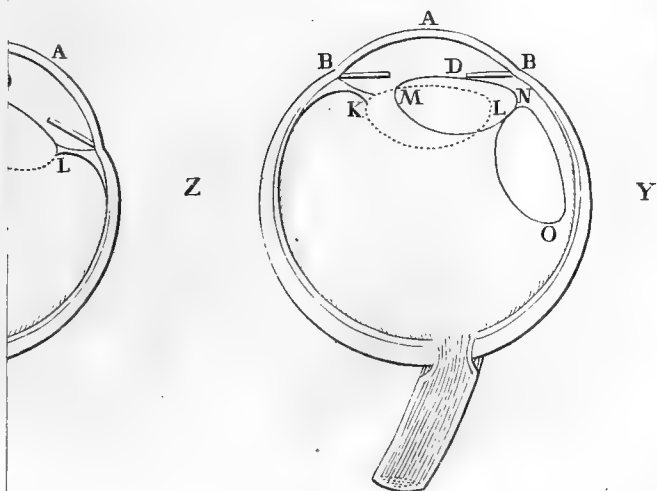


Fig 1

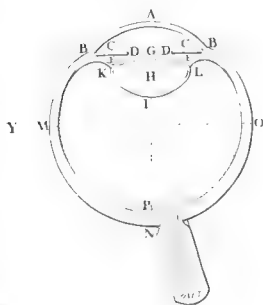


Fig 2

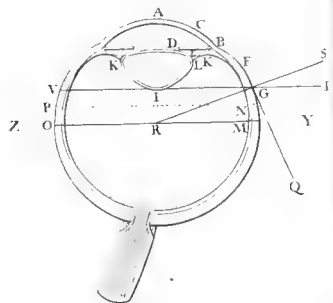
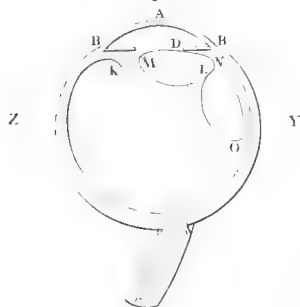


Fig 3



Fig 4



PROPOSITION NOUVELLE

DE

GEOMETRIE ELEMENTAIRE.

Par M. NICOLE.

SI sur les trois côtés d'un triangle quelconque ABC , on fait les trois quarrés $ABED$, $CBFG$, $ACHI$, & que l'on joigne ces trois quarrés par les lignes FE , DI , GH , les trois triangles BEF , ADI , GCH , seront chacun égaux au triangle ABC .

21 Mars
1725.
Fig. 1.

DÉMONSTRATION.

Premier cas. Lorsque le triangle ABC est rectangle en C .

Soit prolongé les deux lignes EB , DA , & des points F & I soit abaissé les perpendiculaires FM , IN , sur ces prolongemens. Soit aussi abaissé la perpendiculaire CL sur la base AB .

Les triangles BMF , BLC , sont égaux & semblables, puisque les angles L & M sont droits; que les angles LBC & MBF , complémens à un droit du même angle CBM sont aussi égaux, & que de plus le côté BC est égal au côté BF . La perpendiculaire FM est donc égale à la perpendiculaire CL .

Les triangles ALC , ANI , sont aussi égaux & semblables, les angles L & N étant droits, & les angles CAL & NAI complémens à un droit du même angle CAN , étant égaux; de plus le côté AI est égal au côté AC . La perpendiculaire IN est donc aussi égale à la perpendiculaire CL . Donc les trois triangles ABC , EBF , DAI , ayant pour base les trois lignes égales AB , BE , AD , & pour perpendiculaires les trois lignes égales CL , FM , IN , seront égaux, le triangle HCG est aussi égal au triangle ACB . Donc, &c.

C iij

Fig. 2. *Second cas.* Lorsque l'angle C est obtus.

Soit tiré les mêmes lignes que l'on a tirées dans le premier cas, & de plus soit abaissés les perpendiculaires HP sur CG , & AO sur BC prolongée.

On démontrera, comme dans le premier cas, que les triangles ACB , EBF , DAI , seront égaux.

Les triangles CPH & COA seront aussi égaux & semblables, puisqu'ils ont les angles O & P droits, & les angles ACO & PCH complémens à un droit du même angle OCH égaux, & de plus le côté AC égal au côté CH , la perpendiculaire AO est donc égale à la perpendiculaire HP , & partant les triangles ACB & CHG , ayant les bases égales BC & CG , & les perpendiculaires AO & HP aussi égales seront égaux. Donc, &c.

Fig. 3. *Troisième cas.* Lorsque l'angle ACB est aigu.

Ce troisième cas ne diffère du second, qu'en ce que la perpendiculaire AO tombe au dedans du triangle ACB dans le troisième cas, & que dans le second elle tomboit hors de ce triangle, & que la perpendiculaire HP tombe hors du triangle GCH dans le troisième cas, & qu'elle tomboit au dedans de ce triangle dans le second, mais ces deux perpendiculaires seront toujours égales. D'où il suit la même démonstration.

COROLLAIRE I.

Fig. 4. Il suit de cette proposition, que si sur les trois lignes FE , GH , ID , on fait les trois nouveaux quarrés $ELMF$, $GHON$, $IDQP$, & que l'on tire les lignes LD , MG , QE , PH , OI , NF , les six triangles LED , QDE , MFG , NGF , OHI , PIH , seront tous égaux entr'eux, & seront aussi égaux aux quatre premiers triangles ABC , EBF , CGH , ADI . D'où il suit encore que si l'on mene les trois lignes LQ , MN , OP , elles seront paralleles aux lignes DE , GF , IH , puisque les triangles LED , QDE , étant égaux, & ayant la même base DE , doivent être entre mêmes paralleles. Il en est de

Fig. 3.

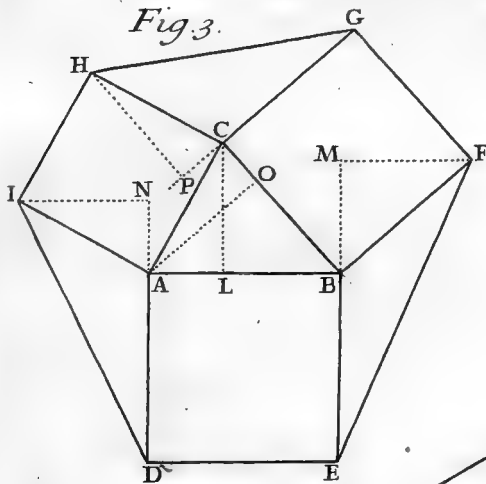


Fig. 1.

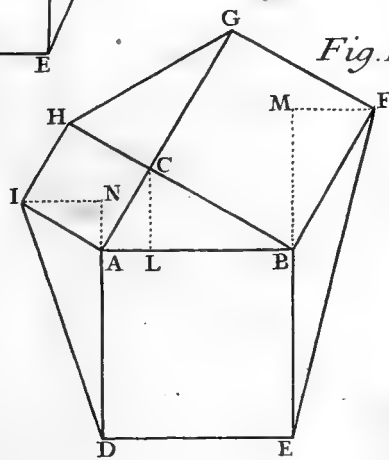


Fig. 4.

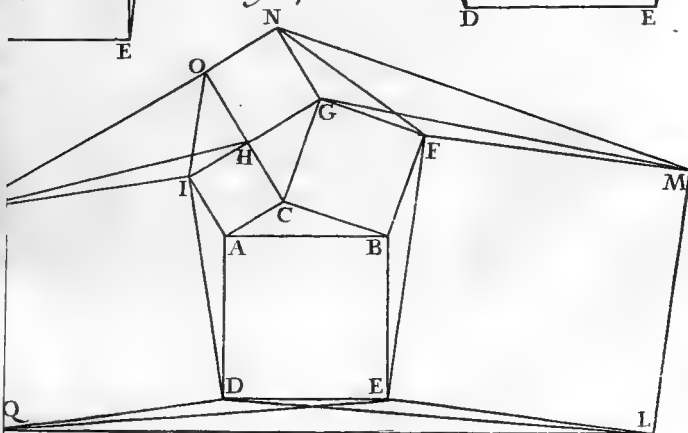


Fig 3

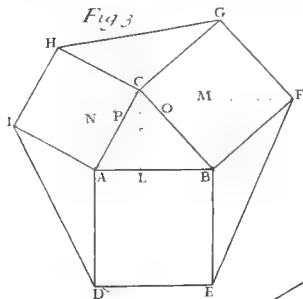


Fig 2

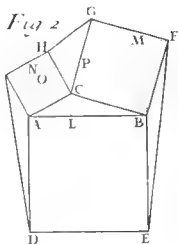


Fig 1

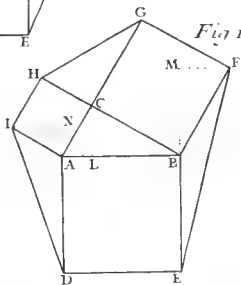
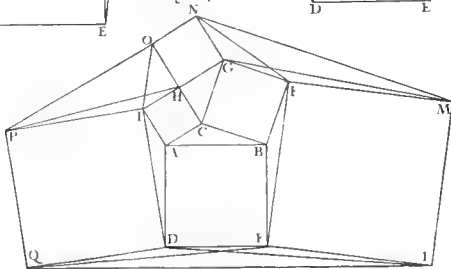


Fig 4



même des triangles MGF , NFG , & des triangles OHI & PIH .

COROLLAIRE II.

Il suit aussi que la nouvelle figure $QLMNOPQ$, qui a le même nombre de côtés que la première $DEFGHID$, est aussi telle que tous ses angles sont égaux aux angles de la première, chacun à son correspondant, puisque les trois lignes QL , MN , DP , sont parallèles aux trois lignes DE , FG , HI ; & les trois lignes ML , ND , PQ , étant côtés des trois quarrés faits sur les lignes FE , GH , ID , sont aussi parallèles à ces lignes. Les deux figures $DEFGHID$ & $QLMNOPQ$ ont donc tous leurs angles égaux, sans que ces figures soient semblables.

ECLAIRCISSEMENTS

Sur un Memoire de 1717, qui traite de la circulation du Sang dans le Fœtus.

Et quelques remarques sur un système particulier de M. Vieussens, & sur un écrit de M. Rouhaut sur cette même matiere.

Par M. WINSLOW.

LE Memoire que je donnai à l'Académie en 1717 sur la circulation du sang dans le fœtus, n'auroit été publié alors, ni long-tems après, si M. l'Abbé Bignon ne m'y avoit poussé, avec assurance que loin de réveiller ou d'augmenter la fameuse guerre qui avoit duré près de vingt ans, il ameneroit la paix. Je fus même obligé de le lire dans une Assemblée publique, & peu de tems après on m'avertit qu'on alloit écrire très-vigoureusement contre moi non-seulement dans le Royaume, mais principalement d'autres pays. M. Mery donna incontinent après un Memoire là-dessus à l'Académie, mais qui ne rouloit que sur la même défense de son système qu'il

27. Juin
1725

24 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
avoit donné dans ses Memoires précédens. M. Duverney n'avoit pas assisté à ces assemblées, étant encore convalescent d'une grande maladie. Mais quelque tems après il apporta à la Compagnie une grande quantité de belles préparations anatomiques des parties dont il étoit question, sans néanmoins rien montrer qui fût contraire à ce que j'avois dit dans mon Memoire sur le trou de communication & sur sa valvule. Il apporta en même tems les observations qu'il avoit faites sur la valvule d'Eustachius dans environ quarante Sujets de différens âges. Il en avoit examiné dix-neuf en ma présence dans des conférences particulieres, dont nous étions convenus.

Dans cette démonstration M. Duverney fit principalement voir les fibres charnues de l'une & de l'autre veine-cave; celles de leur conflant, tant externes qu'internes; celles qui sont communes aux sacs des deux oreillettes du cœur; celles qui sont communes à la veine-cave & au sac de l'oreillette droite; celles qui sont communes au sac des veines pulmonaires & à l'oreillette gauche; les fibres circulaires qui sont une espece de sphincter de l'ouverture de la cloison des oreillettes dans le fœtus; & enfin un plan double de fibres charnues très-minces de la membrane valviforme de cette ouverture, dont les principales étoient transverses. Il fit voir dans un grand cœur humain le développement des fibres charnues de la cloison des oreillettes; il avoit même divisé cette cloison par son épaisseur en deux plans charnus, de maniere que chaque oreillette, qu'il avoit remplie de coton, restoit séparée avec un plan entier. Il ouvrit l'oreillette gauche d'un Veau mort né, & nous fit voir que la membrane valviforme s'étend au de-là du bord de l'ouverture de communication; c'est ainsi qu'on étoit convenu d'appeller le trou ovale. Dans un autre cœur de Veau, après en avoir ouvert l'oreillette droite, il fit souffler par une des veines pulmonaires dans le sac de l'oreillette gauche, & la valvule s'appliqua au trou, & le ferma, en se voûtant de gauche à droit. Nous vîmes aussi dans un cœur humain la valvule assez longue pour
pouvoir,

pouvoir, sans être tirillée, couvrir le trou. Enfin il démontra que la direction de l'ouverture est telle, qu'elle est tournée un peu obliquement de bas en haut, de droit à gauche, & de derriere en devant.

Pour démontrer les dix-neuf cœurs avec la valvule d'Eustachius, dont j'ai parlé ci-dessus, il en avoit fait trois classes, dont la premiere étoit de quatre grands sujets, la seconde de treize, depuis un an jusqu'à huit, & la troisieme de quatre sujets plus petits. Des quatre grands sujets, un avoit la valvule d'Eustachius fort large & en état de fermer l'embouchure de la veine-cave inférieure; elle étoit mince & garnie de son tissu réticulaire. Dans deux autres elle étoit un peu épaisse, & occupoit environ le quart de l'embouchure. Dans le quatrieme elle étoit encore plus étroite & fort mince. Le trou ovale étoit fermé dans tous les quatre.

Des treize sujets de la seconde classe, quatre au dessous de trois ou quatre ans avoient le trou ouvert: un de deux ans & les autres huit plus âgés l'avoient fermé. Les quatre sujets dont le trou étoit ouvert, avoient la valvule d'Eustachius étroite & mince, avec cette différence que dans deux elles occupoient environ la moitié de l'embouchure de la veine cave inférieure, & moins dans les deux autres. Parmi les neuf sujets dont le trou étoit fermé, celui de deux ans avoit la valvule d'Eustachius fort mince & étroite. Les huit autres avoient pour la plûpart la valvule d'Eustachius fort large. Dans un de ceux-ci elle occupoit environ le tiers de l'embouchure de la veine-cave, & dans deux autres elle en occupoit environ la moitié. Ces trois sujets paroissoient avoir sept ans, plus ou moins.

Des quatre plus petits sujets qui faisoient la troisieme classe, & dont le trou de communication étoit ouvert, un avoit la valvule d'Eustachius un peu plus large que le tiers de l'embouchure de la veine-cave. Dans un autre elle n'en occupoit que le tiers, & dans les deux restans elle étoit encore plus étroite.

Les conférences particulieres se firent dans les mois de
Mem. 1725.

Juillet & d'Août de la même année 1717 au Jardin du Roi chez M. Duverney, & on écrivit nos observations sur le champ, à mesure que nous en étions d'accord. Il fit ensuite ses démonstrations à l'Académie dans les premières Assemblées du mois de Septembre suivant. Mais comme les grandes vacances de l'Académie commençoient immédiatement après, on est demeuré là sans rien déterminer. Avant ces démonstrations M. Duverney avoit encore proposé celle d'une expérience qu'il avoit faite chez lui sur le cœur d'un petit chat, & par laquelle il avoit vu le trou se resserrer de tems en tems en maniere de sphincter, & la valvule s'y appliquer entièrement. Mais on n'en pouvoit rien conclure par rapport au cours du sang dans l'état naturel ; car dans cette expérience l'oreillette droite étant ouverte, il n'y a rien qui empêche le sang du Sac pulmonaire & de l'oreille gauche de pousser la valvule du côté où il n'y a plus de résistance. M. l'Abbé Bignon a trouvé à propos que j'insérasse ici le rapport que je viens de faire, parce qu'on ne trouve rien là-dessus dans les Memoires de l'Académie.

J'avoüe ingénument que si les nouvelles démonstrations de M. Duverney n'avoient rien produit contre ce que j'avois proposé par rapport au trou ovale & à sa valvule, celles qu'il m'avoit faites de la valvule d'Eustachius dans les dix-neuf sujets, dont j'ai parlé, me firent bien-tôt abandonner ce que j'avois avancé en particulier sur l'usage de cette valvule. D'ailleurs comme dans le tems que je donnois mon Memoire, je n'avois eu occasion de l'examiner que dans un petit nombre de sujets, je me contentois de dire, *qu'attendu qu'elle se trouve plus ordinairement avec toute son étendue dans le fœtus elle paroît être nécessaire pour empêcher, &c.* J'avois ajouté *que je répondrois dans la suite à ce qu'on pourroit m'objecter là-dessus par rapport aux adultes, &c.* Mais j'avoue encore nettement que je n'ai rien pû trouver de satisfaisant là-dessus.

Depuis ce tems-là personne n'avoit rien publié là-dessus, jusqu'au mois de Février 1718, que M. Rouhaut porta quelques pieces à l'Académie, pour montrer que la circulation du

sang dans le fœtus pourroit se faire encore d'une maniere différente de ce que les deffenseurs d'Harvé, M. Mery & moi nous avons avancé. Il ne poussa pas alors ces premieres tentatives plus loin, & il fut dans la suite appelé à Turin pour être premier Chirurgien du Roi de Sardaigne.

A la fin de l'année l'Académie me demanda la suite de mon Memoire : mais comme il n'étoit pas encore imprimé, M. l'Abbé Bignon trouva à propos d'attendre jusqu'à ce qu'on en eût connoissance par-tout dans la république des Lettres, afin que si quelqu'un en écrivoit, je pusse en même tems y joindre les réponses & les éclaircissmens convenables. Insensiblement plusieurs années se sont écoulées depuis dans un grand silence de toute part sur cette matiere, jusqu'au mois d'Août 1723, que M. Rouhaut envoya à l'Académie un Manuscrit intitulé : *De la circulation du sang dans le fœtus.*

Je parlerai plus amplement de cet écrit dans la suite. A présent je vais donner des éclaircissmens sur quelques points de mon Memoire de l'année 1717.

J'ai dit dans ce Memoire (page 220) que *pour abrégér le chemin de la circulation dans le fœtus, il me sembloit que selon l'ancien système le trou suffiroit sans canal artériel, & que selon le nouveau ce trou seroit inutile, & le canal seul y auroit satisfait.* C'est ce que je devois dire; car dans l'impression il s'est glissé une transposition, en mettant l'ancien pour le nouveau, & le nouveau au lieu de l'ancien. Et comme j'avois ajouté en même tems que je donnerois dans la suite l'explication de ce que je venois de dire, la voici en peu de mots.

Dans le système des Harvéens, le seul trou de communication avec plus de capacité de l'oreillette gauche, du ventricule gauche & du tronc de l'aorte ascendante, suffiroit sans le canal de communication, qui de cette maniere seroit inutile. Car le ventricule droit auroit assez de sang pour les poumons, qui, selon eux, n'en peut pas recevoir beaucoup dans le fœtus. Le ventricule gauche en auroit la plus grande portion pour être envoyée à toutes les parties du fœtus, tant supérieures qu'inférieures, & au placenta par le cordon om-

bilical. Ceci fatisferoit encore à l'autre point dont les deux partis font d'accord, ſçavoir que le ſang du fœtus a beſoin d'être ranimé par les particules aériennes du ſang de la Mere ; & même la diſtribution en ſeroit plus égale.

Dans le ſyſtème de M. Mery , ſelon lequel le ſang du fœtus paſſe librement par les poumons , le ſeul canal artériel , avec augmentation des capacités gauches , ſuffiroit pour abrégér le chemin de la circulation à une partie du ſang ſans le trou ovale. Car le ſang revenu des poumons trouveroit aſſez de place dans l'oreillette & dans le ventricule gauches , pour aller enſuite dans l'aorte joindre le ſang du canal artériel. De cette maniere le trou ovale ſeroit inutile , qui d'ailleurs loin d'accourcir le chemin à une portion du ſang , ſelon le ſyſtème de M. Mery , l'allonge au contraire , en ce que cette portion doit , ſelon lui , paſſer deux fois par le ventricule droit , avant que de paſſer une fois dans l'aorte.

A la page 221 de mon Memoire , on lit ces mots : *Je remettrai à une autrefois à dire de quelle maniere j'ai ſurmonté le dernier obſtacle.* Ces mots y ſont reſtés par inadvertance , après que j'avois changé le deſſein de différer : car dans ce même Memoire , après avoir avancé ma penſée ſur une conformité particuliere qui ſe rencontroit dans l'exécution des expériences des deux partis contre leur deſſein , j'ai dit (p. 224.) que par-là on n'avoit pas beſoin de ſe tourmenter ſur le calcul des capacités , des réſiſtances , des viteſſes , &c. En effet , le paſſage par le trou de communication ſ'eſt trouvé libre de côté & d'autre dans les expériences de l'un & de l'autre parti ; & les deffenſeurs d'Harvé n'ont pû produire une ſeule expérience ſolide pour prouver l'impoſſibilité du paſſage de gauche à droit , ni ceux de M. Mery une ſeule pour montrer ce qui empêcheroit le ſang de paſſer de droit à gauche. C'eſt ce qui m'avoit encore fait dire à la p. 222 : *Le tout bien conſidéré , ces faits & ces expériences ne prouvent autre choſe à mon égard que la liberté réciproque du paſſage du ſang. Les conſéquences que chacun tire à ſa façon des capacités , des puiſſances , des réſiſtances , des viteſſes , &c. ſont enveloppés de trop de difficultés pour engager ceux*

qui veulent voir clair, de prendre un parti préférablement à l'autre.

Il ne fera pas hors de propos de rapporter ici deux cas extraordinaires & bien avérés, l'un d'un fœtus sans trou ovale, & l'autre d'un fœtus sans canal artériel. Le premier a été disséqué par feu M. Vieussens, & l'autre par Stenon.

J'avois fait mention de celui de M. Vieussens à la fin de mon Memoire de 1717. En voici l'histoire en abrégé, tirée de son traité *du cœur*, imprimé à Toulouse 1715, page 15. D'abord que la mere eut mis cet enfant au jour, il parut bien nourri & bien formé, mais il eut toujours la respiration fort gênée, & la voix basse & enrouée; toute la surface de son corps resta toujours d'une couleur plombée, & les extrémités n'en furent jamais chaudes, & ses yeux parurent toujours abattus & comme éteints. Il mourut dans l'espace de trente heures ou environ. Son cadavre fut ouvert. Il n'y eut d'altération sensible dans les parties du bas ventre qu'un gonflement trop grand des vaisseaux sanguins. Le poumon parut extraordinairement gonflé. On trouva son ventricule droit beaucoup plus grand qu'il n'auroit dû être, & le tronc de l'artere pulmonaire étoit extraordinairement dilaté. On ne trouva aucun vestige du trou ovale. Le tissu du poumon étoit abreuvé des suc's phlegmatiques, & ses vaisseaux étoient fort dilatés. M. Vieussens attribue les incommodités de ce nouveau né au défaut du trou ovale, & à l'engorgement du poumon qui empêchoit le sang de passer librement par les vaisseaux de ce viscere pour aller au ventricule gauche, & de-là être envoyé aux parties externes du corps.

L'exemple du défaut du canal artériel, observé par Stenon, est rapporté dans les *Acta Hafniensia* de Th. Bartholin, vol. 1. obs. 110. Ayant disséqué un veau fœtus à Paris, il y trouva d'abord l'artere pulmonaire beaucoup plus étroite que l'aorte, & ayant fendu cette artere depuis le ventricule droit jusques vers le poumon, il apperçut que le canal artériel y manquait tout-à-fait. Il observa ensuite trois ouvertures dans ce même ventricule, du côté de l'oreillette, & deux qui s'ouvroient dans les arteres. La cavité de l'aorte étoit commune aux

deux ventricules, & formoit par le moyen de leur cloison deux ouvertures. A l'égard des oreillettes, il n'y avoit rien de différent de leur conformation ordinaire dans le fœtus.

Ces deux observations ont quelque rapport avec ce que j'ai dit ci-dessus de l'abrégé de la circulation du sang dans le fœtus selon les deux systèmes opposés. Dans le fœtus de Stenon la communication immédiate du ventricule gauche avec la base du tronc de l'aorte suppléoit au défaut du canal artériel. Dans le fœtus de M. Vieussens il ne s'est point trouvé de supplément du défaut du trou ovale. Si M. Vieussens avoit ouvert la veine-cave supérieure, il y auroit peut-être rencontré de petits trous de communication entre elle & la veine pulmonaire, comme j'en ai trouvé dans un adulte dont j'ai fait mention dans mon Memoire. Ces trous auroient pû en quelque maniere suppléer au trou ovale.

J'ai dit à la page 221 du Memoire, que *la membrane valviforme n'est pas disposée pour faire la fonction des vraies valvules, qui sont situées de maniere, que pour s'opposer au retour du sang, elles s'écartent des parois auxquelles elles sont attachées.* Je croyois que la structure de ces valvules étoit assez connue pour comprendre ce que je voulois dire; sçavoir, que pour faire leur fonction, leur bord libre ou flottant s'écarte des parois auxquelles leur fond est attaché, & s'applique aux parois opposées; car toutes ces valvules empêchent le retour du sang, en s'y opposant par leur face concave, & non pas par leur face convexe, & elles se voutent plus ou moins selon l'effort de ce retour. Au contraire pour céder au cours ordinaire du sang, & lui faire passage, leur bord flottant ou libre s'approche des parois auxquelles leur fond est attaché.

Ce n'est pas de même dans la fonction de la membrane valviforme: car, selon l'idée de l'ancien système, pour permettre au sang d'aller à gauche par le trou de communication, le bord libre de cette membrane doit s'écarter de la parois, à laquelle son fond est attaché: & pour empêcher le retour du sang de gauche à droit, elle doit s'appliquer à cette parois pour boucher le trou de communication.

Enfin j'ai promis à la fin de mon Memoire de parler dans la suite de ce que M. Vieussens a avancé dans son traité *du cœur*, sur le changement de forme de la valvule par la systole & la diastole des oreillettes; d'autant plus qu'il paroît qu'on n'en fait pas mention, ou qu'on l'ignore, soit que le titre général de ce traité du cœur n'ait pas porté les curieux à l'y chercher, soit que la longueur les en ait détournés. Cela m'oblige nécessairement d'en donner l'extrait que voici : M. Vieussens appelle *fosse de la veine-cave*, l'enfoncement superficiel, plat & presque circulaire, qui paroît dans l'adulte à l'endroit où le trou de communication avoit été dans le fœtus. Il donne à la portion la plus élevée ou saillante du rebord de cet enfoncement, & qui est comme la base de la veine-cave supérieure, le nom d'*Isthme*. Il fait observer que ce contour est formé de fibres charnues, & il le regarde comme une espece de sphincter, qui se peut resserrer & se dilater par la contraction & l'allongement de ses fibres. Il fait faire attention aux fibres charnues qui sont communes à la veine-cave, & à la partie voisine de l'oreillette droite, & sur celles qui sont communes à cette même oreillette & au sac des veines pulmonaires qui appartiennent à l'oreillette gauche. Il dit que toutes ces fibres établissent une liaison particuliere entre les oreillettes & la portion de la veine-cave, à laquelle ces troncs aboutissent, & qui est aussi garnie de fibres circulaires en maniere de sphincter. Il appelle trou ovale l'ouverture qui dans le fœtus & dans quelques adultes se trouve en haut, entre la fosse orbiculaire & le bord de la valvule, qu'il reconnoît à peu-près comme les deffenseurs d'Harvé. Je retiens ici le terme ordinaire des fibres charnues, quoique l'Auteur employe celui de conduits charneux.

Sur cette description M. Vieussens raisonne ainsi, pag. 35 de son traité. Puisque l'Isthme, dit-il, se contracte & s'allonge de la maniere dont je l'ai expliqué ci-dessus, il est constant qu'il ne sçauroit se contracter sans diminuer l'étendue de la veine-cave, sans relâcher dans le fœtus la valvule située derriere le trou ovale, sans faire entr'ouvrir ce trou,

» & sans faire passer par lui dans le tronc de la veine pulmo-
 » naire , une partie du sang , qui se trouve dans le tems de sa
 » contraction près de l'embouchure de l'oreillette droite &
 » du ventricule droit du cœur. Si l'isthme fait entr'ouvrir par
 » sa contraction le trou ovale , & relâche la valvule couchée
 » derriere lui dans le fœtus , il est certain qu'il bouche ce trou ,
 » & tend cette valvule lorsqu'il s'allonge ; c'est pourquoi le
 » trou ovale ne sçauroit laisser passer dans le fœtus & les adul-
 » tes dans lesquels il se trouve ouvert, du sang de la veine-cave
 » dans la veine pulmonaire , tandis que l'isthme reste allongé.
 » Et page 51 : Comme les conduits charneux (fibres char-
 » nues) du tronc de la veine pulmonaire se ferment dans le
 » même tems que l'isthme ferme le commencement du tronc
 » supérieur de la veine-cave , on peut assurer qu'ils (qu'elles)
 » concourent avec lui à entr'ouvrir le trou ovale , pour que
 » dans le fœtus il laisse passer du sang de la dernière de ces
 » deux veines dans la cavité de la première. (C'est-à-dire , de
 » la veine-cave dans le sac des veines pulmonaires.)

La description que M. Vieussens donne ici des fibres char-
 nées qui sont communes aux deux oreillettes , & de celles
 qui forment une espece de sphincter du trou ovale ; cette
 description , dis-je , est confirmée par les démonstrations de
 M. Duverney , dont j'ai fait le récit ci-dessus. Feu M. Mery ,
 dans son traité de la circulation du sang dans le fœtus , 1700 ,
 avoit déjà averti (p. 37) que les fibres charnues de la cloison
 des oreillettes environnent le trou ovale , & forment une espece de
 sphincter à son entrée ; & (p. 39.) que l'union des deux veines-
 caves avec l'oreillette gauche forme un cercle de quatre ou cinq
 lignes de diametre , & élevé d'environ demi-ligne d'épaisseur. Cette
 élévation ou épaisseur du cercle de M. Mery répond au bord
 de l'enfoncement que M. Vieussens appelle fosse de la veine-
 cave. Ce que M. Mery dit au même endroit que les fibres
 charnues environnent le trou sans être circulaires , m'avoit d'abord
 paru contradictoire : mais ayant bien examiné & développé
 ces fibres , j'ai trouvé effectivement que leur contour fait dans
 un endroit plutôt une espece d'angle qu'une portion de cercle.

Sans

Sans ce développement, la portion supérieure du cercle, plus saillante & plus épaisse que le reste, paroît d'abord comme une arcade, dont les extrémités s'enfoncent dans l'épaisseur de la cloison, & sont cachées par la membrane qui la tapisse.

C'est de cette arcade charnue que j'ai dit dans mon Mémoire de 1717 qu'elle forme en partie l'ouverture ovale, & j'avois donné à ses extrémités le nom de *cornes*. M. Rouhaut dans son Mémoire de 1723, appelle ces extrémités *piliers*, & dit que *ces deux piliers laissent entre eux une ouverture qu'on nomme trou ovale*. Il ajoute que *cette ouverture n'est faite que par l'écartement des fibres charnues qui sont dans l'épaisseur de la cloison*. Ensuite, en parlant de la valvule, il dit avoir trouvé entre les deux membranes, dont elle est composée, quelques fibres charnues qui se portent de la partie inférieure de cette valvule vers la partie supérieure. Ces fibres sont de celles dont M. Duverney avoit fait voir plusieurs plans dans les démonstrations que j'ai citées ci-dessus, & auxquelles M. Rouhaut étoit aussi présent. Elles paroissent même assez visiblement dans les préparations seches qui se sont trouvées dans le cabinet de feu M. Mery. Il est bon d'avertir ici en passant que M. Mery a aussi parlé des fibres charnues dans son traité de 1700, pages 13, 22.

Mais pour revenir à M. Vieussens, l'explication qu'il fait des usages du trou ovale & de la valvule, mérite une attention particuliere, & peut être regardée comme un système particulier. Car quoiqu'il convienne avec les Harvéens, que le sang passe de droit à gauche, &c. il en differe, en ce qu'il dit que *le sang passe par le trou ovale dans la systole ou contraction des oreillettes, & que dans leur diastole ou dilatation la valvule ferme ce trou, & s'oppose au retour du sang*. C'est ce qui m'a engagé d'en faire ici le rapport, d'autant plus que M. Rouhaut n'en a pas fait mention dans le Mémoire qu'il a envoyé. Avant que de m'expliquer sur ces particularités, & de donner le reste des éclaircissmens des points mentionnés à la fin de mon Mémoire de 1717, il est fort à propos de faire par un Mémoire particulier quelques remarques sur l'écrit de

M. Rouhaut, qu'on peut réduire à sept ou huit articles, dont voici le plan. Il fait d'abord une espece de préliminaire sur la prévention & l'obstination, même par rapport aux expériences. Il donne ensuite une description des parties dont il s'agit. Après cela il examine pourquoi ces mêmes parties, qui ont été démontrées à M^{re}. les Commissaires de l'Académie, se sont trouvées si différentes; & il examine encore, si les préparations de M. Mery sont préférables à celles de ses adversaires. Enfin il rapporte les différens sentimens touchant la maniere dont se fait la circulation du sang dans le fœtus, & il en fait des articles particuliers sous ces quatre titres : *Circulation du sang dans le fœtus selon Harvée : système de M. Winslow sur la circulation du sang du fœtus : système de M. Mery : système de M. Rouhaut, de l'usage du trou ovale & du canal de communication*. L'année suivante il a fait imprimer le même Mémoire en Italien, avec très peu de différence. Il a jugé à propos d'en ôter tout ce qui me regarde, ayant seulement traduit la description de la valvule d'Eustachius que j'ai donnée en 1717, & dit plus décisivement que moi (sans me nommer) qu'elle ne se trouve pour l'ordinaire que dans les fœtus.



DESCRIPTION

D'UNE POMPE

Qui peut servir utilement dans les Incendies.

Par M. DU FAY.

IL y a quelques années qu'il parut un petit écrit de quatre pages en Allemand, imprimé à Leipfick, qui annonce la découverte d'une pompe très-utile pour les incendies, dont le Sr. Jacob Leupold Mathématicien & Mécanicien de S. M. le Roi de Prusse, Conseiller du Conseil de Commerce, & membre de la Société des Sciences est l'inventeur. Cet Auteur entre d'abord dans le détail des inconvénients, presque inséparables des remèdes ordinaires qu'on apporte aux incendies, comme le peu d'ordre & de police qui s'y observe, l'embarras même de ceux qui s'empresse pour y donner du secours, la quantité d'eau qui y est employée sans succès avec des seaux & autres pareils instrumens, pendant qu'une quantité d'eau beaucoup moindre, mais employée à propos, pourroit suffire pour les éteindre. Il vient ensuite aux pompes foulantes & aspirantes ordinaires, dont il dit qu'on ne peut pas tirer un grand secours, parce que n'ayant qu'un seul corps de pompe, elles ne dardent l'eau que par secouffes, c'est-à-dire, lorsqu'on abaisse le piston seulement, & ne font aucun effet lorsqu'on l'élève, ce qui donne au feu le tems de se rallumer. Il avoue en même tems la beauté de l'invention, & même l'utilité des pompes doubles, telles que sont celles dont on se sert aujourd'hui, qui n'ont point ce défaut, parce qu'ayant deux corps de pompe qui aboutissent au même tuyau, l'un des deux pistons est toujours abaissé lorsqu'on élève l'autre, ce qui fournit de l'eau continuellement & sans aucune interruption; mais il y trouve encore plusieurs inconvénients :

28. Février
1725.

Premierement, qu'il faut beaucoup de tems & d'hommes pour les amener des endroits où elles sont gardées dans celui où peut arriver l'incendie. Secondement, qu'elles ont besoin d'un soin continuel & d'un entretien considerable, afin que le piston & les cuirs des tuyaux ne se dessechent point, & soient toujours en état de servir. En troisieme lieu, qu'il faut un grand nombre d'hommes pour les faire agir, & qu'elles occupent un terrain considerable, étant même d'un transport fort difficile par leur pesanteur & leur volume, lorsqu'on les veut changer de place.

De ces considerations, qu'on peut dire assez bien fondées, il conclut qu'une pompe qui pourroit avoir les avantages de ces grandes, & qui n'en auroit point les incommodités, seroit préférable à toutes les autres especes. Il remarque que depuis quelques années on en a inventé une en Dannemarck qui a toutes ces qualités, mais qu'elle est mal exécutée, par le peu d'habileté de l'inventeur ou de l'ouvrier, n'ayant qu'une soupape ou clapet fort mince soudée avec de l'étain, & qu'elle a beaucoup d'autres incommodités qui l'ont déterminé à la changer entierement, & à en faire une à laquelle il croit qu'on ne peut rien desirer. 1°. Elle est légère & portative, ne pesant que 15 ou 16 livres. 2°. Elle est petite, & ne tient pas plus de place que celle qu'un seul homme occupe. 3°. Un homme seul peut par son moyen élever l'eau à 20 ou 30 piés de haut avec une main, tandis qu'avec l'autre il dirige le tuyau à l'endroit où il veut. 4°. Elle darde l'eau sans interruption, n'ayant cependant qu'un seul corps de pompe & un seul piston. 5°. Elle en fournit une assez grande quantité, quoiqu'elle en donne moins que les pompes doubles ordinaires.

Voilà les avantages que cet Auteur prétend tirer de la pompe qu'il a imaginée, & dont il ne donne aucune description, mais seulement la figure extérieure qu'il a fait graver, avec une planche de bois à peu-près telle qu'on la voit *Fig. 1.*

Il prend la même précaution pour cacher son secret, lorsqu'il vend quelqu'une de ces pompes, car on n'y voit rien de plus que ce qui paroît dans le dessein, n'y ayant autre chose

qu'un seau de cuivre dans lequel est une espece de cone de cuivre posé sur sa base, arrondi par sa partie supérieure. Ce cone renferme sans doute un corps de pompe : mais on ne le voit point ; il paroît seulement le manche du piston, la main pour le mouvoir, un tuyau qui s'éleve du fonds du vaisseau, & qui se dirige où l'on veut par le moyen d'une espece de charniere.

Voilà tout ce qui se peut découvrir de cette machine, le reste étant entierement renfermé, & soudé de soudure forte. Cette pompe que j'ai vûe, telle que je viens de la décrire, chez M. de Rathsemhausen à Strasbourg, paroît avoir en effet tous les avantages que l'Auteur promet : premierement, ceux qui résultent de son peu de volume, de sa légereté, & par conséquent de la facilité de son transport sont visibles. En second lieu elle darde l'eau très-haut, sans interruption, soit qu'on eleve ou qu'on abbaisse le piston, & en fournit à peu-près la quantité que l'on souhaite par les différens ajutages qu'on peut y mettre.

Voyant qu'il ne m'étoit pas possible de deviner la construction intérieure de cette pompe par ce qui en paroissoit au dehors, j'ai tâché d'en imaginer une qui pût avoir la même forme apparente, & qui fit les mêmes effets, ce qui devoit nécessairement procurer les mêmes avantages. Je n'assûrerai pas que celle que je propose soit précisément la même chose, puisque le même effet peut être produit par différentes causes : mais on verra du moins par la description que je vais en donner, qu'il n'y a aucune différence dans la construction extérieure, non plus que dans les effets & les avantages de l'une & de l'autre.

A, B, est un corps de pompe de cuivre long d'un pied ou environ, & de deux pouces de diametre intérieur. *A* son extrémité inférieure *B* est soudée une soupape de cuivre qui, s'élevant en même tems que le piston, laisse entrer l'eau dans le corps de pompe, & retombant ensuite, l'empêche de sortir. *C* est un tuyau de cuivre recourbé qui est soudé au corps de pompe avec lequel il a communication, & qui s'élargit à sa

Fig. 22

partie supérieure en forme d'entonnoir pour recevoir une seconde soupape aussi de cuivre, qui y est soudée. Cette première pièce, ainsi construite, sera renfermée dans l'ellipsoïde de cuivre *D*, de manière cependant que le corps de pompe en sorte par ses deux extrémités, comme on le voit *Fig. 3.*

Vers le bas de cet ellipsoïde ou balon, comme en *E*, on soudera un tuyau de cuivre assez long pour qu'il puisse remonter jusques au haut de la pompe on environ; à l'extrémité supérieure *F* de ce tuyau on en peut ajuster un de cuir à la façon des pompes ordinaires, au bout duquel sera un ajutage pour donner la quantité d'eau qu'on jugera à propos.

Toute la machine étant ainsi finie, & l'enveloppe de cuivre très-exactement soudée, ou la disposera dans un bacquet de bois ou dans un seau de cuivre de la grandeur que l'on voudra, & on l'y arrêtera bien de la manière qu'elle l'est *Fig. 4.* ou de telle autre qu'on voudra imaginer.

Fig. 4. *G*, est une planche épaisse cloüée au fonds du bacquet, & percée d'un trou égal au bout inférieur de la pompe pour la recevoir & la retenir sans aucun mouvement; elle peut aussi avoir plusieurs autres trous en *H* pour laisser entrer l'eau dans le corps de pompe: on arrêtera de même l'extrémité supérieure de la pompe qui sort au dessus de l'ellipsoïde avec une pièce de fer ou de bois qui aura un collet qui entourera la pompe, & sera attachée par ses deux extrémités aux bords du bacquet de bois; si c'est un seau de cuivre, il sera encore plus facile de l'assurer sans aucun mouvement: on peut l'y arrêter à demeure ou simplement avec un crochet pour pouvoir retirer, quand on le juge à propos, la pompe du bacquet.

Fig. 4. Le tout étant ainsi préparé & disposé de la façon qu'on le voit dans la *Fig. 4.* & le bacquet étant rempli d'eau, on bouchera avec le doigt le trou de l'ajutage *L*, & avec l'autre main on élèvera & on abaissera le piston à plusieurs reprises; chaque fois que le piston sera élevé, l'eau entrera par la soupape dans le corps de pompe, & lorsque le piston sera abaissé, elle sortira du corps de pompe, & passant par la soupape *K* de la troisième figure, elle entrera dans le balon *D*, où elle

demeurera ; ne pouvant en sortir par le tuyau *E* , parce qu'on en a bouché l'extrémité avec le doigt ; par conséquent l'air qui occupoit toute la capacité *D* est comprimé dans la partie supérieure , & l'y est d'autant plus fortement , qu'on y introduit une plus grande quantité d'eau.

Lorsqu'on jugera par la résistance qu'on trouvera à faire jouer le piston , que l'air est suffisamment comprimé , on ôtera le doigt de l'ajutage *L* , & l'on dirigera le tuyau à l'endroit où l'on veut faire aller l'eau ; on continuera ensuite de pomper , & on remettra de l'eau dans le bacquet à mesure que celle qui y est s'épuisera.

Il est aisé de voir que cette pompe doit darder l'eau sans interruption , & toujours à la même hauteur , parce que la compression de l'air diminue de si peu de chose pendant qu'on élève le piston , qu'il ne peut pas y avoir de différence sensible , & qu'on peut fournir dans la capacité *D* une beaucoup plus grande quantité d'eau que celle qui en peut sortir par le bout de l'ajutage. Ainsi la compression de l'air agissant continuellement dans la partie supérieure de la capacité du balon , elle aura toujours la même force pour élever l'eau dans le tuyau *E* , & la faire sortir avec violence par le trou de l'ajutage.

On peut , si l'on veut , au lieu de tuyau de cuir , se servir d'un de cuivre avec une espece de charnière pareille à celle qui est à la pompe du S. Leupold ; ce sont deux pieces de cuivre telles qu'on les voit en *M* & *N* , qui étant assemblées , Fig. 5. ont la figure *O* ; à la cavité intérieure de l'une de ces deux pieces , répond le tuyau qui monte depuis le bas de l'enveloppe de cuivre , & à l'autre est attaché le bout du tuyau qui porte l'ajutage : ces deux pieces de cuivre sont bien graissées dans les parties qui se touchent , & sont serrées l'une contre l'autre par une vis , comme on le voit *Fig. 5.* Il seroit encore mieux cependant , & plus aisé à exécuter , de placer à l'extrémité du tuyau de cuivre un robinet tel qu'on le voit *Fig. 6.* La clef de ce robinet est percée suivant sa longueur ; & son extrémité qui est prolongée , porte une vis qui entre dans l'écrou de l'ajutage recourbé *P* ; trois trous qui percent de

part en part cette clef, communiquent à l'ouverture faite suivant sa longueur, & laissent un passage libre à l'eau, de quelcôté qu'on tourne la clef pour diriger l'ajutage vers l'endroit où l'on veut élever l'eau; on peut laisser un des trous de cette clef bouché, afin de se dispenser de tenir le doigt au bout de l'ajutage.

Cette disposition demande un peu plus d'appareil que le tuyau de cuir, mais aussi elle a deux avantages considérables; l'un, qu'elle ne demande aucun soin pour l'entretenir comme le tuyau de cuir, qu'il faut nécessairement conserver dans un lieu humide pour pouvoir s'en servir, & l'autre, que l'ajutage reste toujours dirigé dans l'endroit où l'on le met, sans qu'il soit besoin de le tenir avec la main, ce qui fait que celui qui pompe n'est aucunement fatigué, pouvant se servir des deux mains, ou alternativement de l'une & de l'autre.

Ayant par ce moyen évité la nécessité de l'entretien dans une chose qui paroïssoit d'abord en demander, il restoit à faire en sorte que le piston n'en eût pas besoin non plus: le S^r. Leupold dit bien que sa pompe est telle que le piston ne s'en desseche point, & qu'il n'y a aucun soin à en avoir, mais il ne décrit point la façon dont il est construit, & même dans la pompe de sa façon que j'ai vûe, il y est enfermé par le corps de pompe qui est retréci par en haut, ainsi on ne peut y rien voir.

Ce que j'ai trouvé qui réussissoit le mieux est un assemblage de morceaux de chapeau coupés bien exactement sur le diametre du corps de pompe, & ferrés médiocrement fort entre deux plaques de cuivre: ce piston ayant été une fois bien graissé, ne demande aucun soin, & fait toujours le même effet, quand on auroit été un an ou plus sans en faire usage.

Comme le Levier dont on se sert pour élever le piston a un mouvement circulaire autour de son point d'appui, & que par conséquent le piston ne monte pas perpendiculairement, j'ai pris la précaution de faire au haut du piston un canon de cuivre d'un pouce de diametre dans lequel le manche du piston joue librement, n'y étant arrêté que par une goupille; par ce
moyen

moyen on peut faire aller très-aisément le piston d'un bout à l'autre du corps de pompe, quoiqu'il suffise de lui faire faire quatre à cinq pouces de chemin pour avoir tout l'effet qu'on en peut attendre.

Il y a déjà eu quelques pompes faites sur ce principe, & entre autres une dont la description se trouve dans les Registres de l'Académie : mais la construction en étoit très-différente, & elle perdoit une partie de ses avantages, parce que la capacité dans laquelle l'air se condensoit, étoit séparée du corps de pompe, & qu'il falloit un coffre de bois d'un grand volume pour contenir le corps de pompe, & cette capacité, qu'on avoit cependant faite très-petite, & qui par conséquent ne pouvoit faire qu'un effet médiocre, au lieu que dans celle-ci la compression se faisant sur une assez grande quantité d'air, l'effet en est bien plus considérable, quoique le volume de toute la machine soit si petit qu'il excède de très-peu celui d'un seau ordinaire.

Quelque avantageuse & quelque commode que paroisse cette sorte de pompe, il est certain néanmoins qu'on n'en tireroit pas une grande utilité, si on se contentoit d'en faire garder quelques-unes dans certains lieux de la ville, comme on fait aujourd'hui des pompes doubles ordinaires : car il seroit impossible de les amener assez promptement dans les lieux où arrive l'incendie pour qu'il n'eût pas déjà fait un progrès considérable, & cependant on sçait qu'indépendamment de la perte que cause ordinairement un incendie qui a duré quelques heures, il devient encore beaucoup plus difficile à éteindre, au lieu que dans le commencement le moindre secours appliqué utilement le pourroit arrêter. On voit par-là combien il seroit à souhaiter qu'on pût avoir de ces pompes assez à portée de tous les incendies qui arrivent, pour pouvoir s'en servir dès le commencement.

Voici donc ce que je croirois nécessaire pour tirer de cette sorte de pompe toute l'utilité qu'elle peut avoir : il faudroit qu'on fût obligé d'en avoir une dans plusieurs maisons de chaque ville, ce qui se pouvant répartir sur tous les propriétaires,

ne feroit qu'un petit objet pour chacun, & ne feroit point à charge à celui qui l'auroit chez lui, puisque, comme nous l'avons vû, elles n'exigent aucun soin, ni aucun entretien. Il est certain que pour lors, si-tôt qu'il arriveroit le moindre incendie, on y auroit en un quart d'heure vingt pompes en état de servir, ce qui arrêteroit à coup sûr le feu dans le moment de sa naissance; les puits qu'on n'auroit point taris avec des seaux, comme on fait ordinairement avant d'avoir recours aux pompes, fourniroient une quantité d'eau suffisante, puisqu'il n'y en auroit point de jettée inutilement. Si la violence du feu étoit telle qu'on eût mis à sec tous les puits du voisinage, on sçait les autres moyens auxquels on a recours, comme d'arrêter le ruisseau des rues, ou de rompre les tuyaux dans celles où il en passe, ce qui se pratique avec les pompes ordinaires; mais cette eau étant sale, & presque toujours remplie d'ordures qui pourroient entrer dans les soupapes, & en empêcher le jeu, ou boucher le trou de l'ajutage, on auroit recours à une grosse toile ou treillis dont on couvreroit le bacquet, & à travers laquelle l'eau passeroit, moyennant quoi elle seroit tout aussi pure qu'il est nécessaire pour ne point empêcher le jeu de la pompe: mais on pourroit être sûr qu'on ne seroit jamais obligé de recourir à cet expédient, puisque ayant le secours des pompes dans le moment que l'incendie commence, on ne mettroit pas les puits à sec comme on fait d'ordinaire avec des seaux, ce qui fait que lorsque les pompes sont arrivées, il ne se trouve plus d'eau dans tout le voisinage. On pourra souvent par les maisons voisines donner plus de secours que par celle où sera le feu par la commodité de placer ces pompes sur des fenêtres, ou même sur des toits, au lieu qu'avec les pompes doubles ordinaires cela ne se peut pratiquer qu'à force de tuyaux de cuir ajustés les uns au bout des autres, ce qui, indépendamment de l'entretien, est un embarras considérable. Il y a de grandes maisons aux extrémités de Paris qui sont trop éloignées des autres, pour qu'on pût aisément se passer à n'avoir qu'une pompe pour plusieurs maisons; chaque propriétaire pour lors en pourroit avoir une.

Enfin on jugera aisément que plus on multipliera ces pompes , & plus on augmentera l'avantage qu'il est vrai-semblable qu'on en retirera.

On peut ajouter encore que rien n'est plus facile que l'exécution de ces pompes , tous les ouvriers en cuivre & en fer blanc sont en état de les faire , ou ceux qui pourroient n'y pas être d'abord , les feroient aussi facilement que les autres , si-tôt qu'ils en auroient vû faire une. Il n'est pas même besoin d'avoir des gens exprès pour faire jouer ces pompes , car il n'y a pas d'autre façon que de jeter de l'eau dans le bacquet , de tenir le doigt sur l'ajutage pendant les premiers coups de piston jusques à ce qu'on sente de la résistance à le mouvoir , & ensuite de continuer de pomper autant qu'il en est besoin ; on peut ; si l'on veut , placer en quelque endroit du tuyau une clef de robinet pour se dispenser d'y tenir le doigt. Il faut remarquer cependant que cette précaution de boucher l'ajutage n'est aucunement nécessaire , & que la pompe n'en feroit pas moins son effet sans cela : mais elle darderoit l'eau à une petite hauteur d'abord , & s'éleveroit toujours jusques à ce que l'air renfermé dans l'enveloppe de cuivre fût comprimé autant qu'il le peut être , après quoi l'eau continueroit toujours d'aller à la même hauteur.

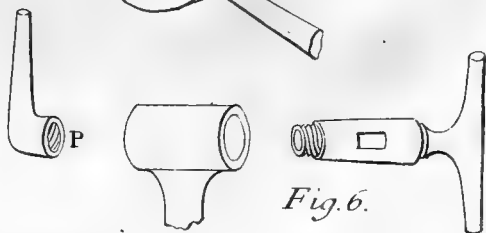
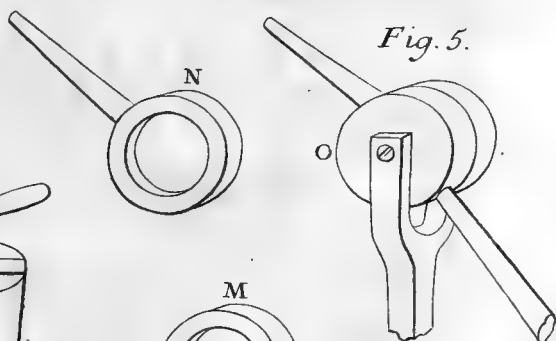
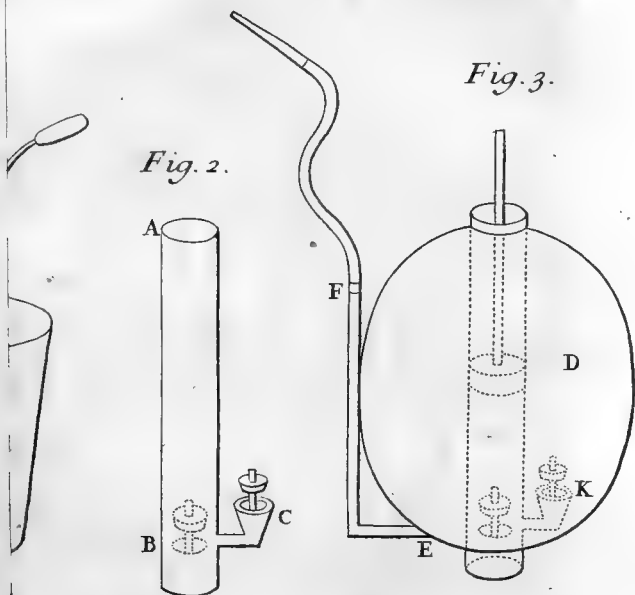
On voit par tout ce que je viens de dire , que les avantages particuliers de la plûpart des pompes sont réunis dans celle-ci : il ne faut qu'un seul homme pour la mouvoir , il n'est point nécessaire d'avoir de ces longs tuyaux de cuir qui entraînent avec eux de grands inconvéniens , puisqu'on peut poser cette pompe en quelque endroit que ce soit pour être à portée de l'incendie. On me dira peut-être que la peine & le tems nécessaires pour transporter l'eau du lieu où on la puise , dans celui où est la pompe , sont un inconvénient que n'ont point les pompes doubles ordinaires : mais je réponds que si l'on compare ce travail , auquel deux hommes peuvent facilement suffire , à la peine qu'on a à élever l'eau avec les pompes doubles , lorsque le tuyau de cuir est un peu long , & qu'il est situé perpendiculairement , on verra que cela même est un nouvel

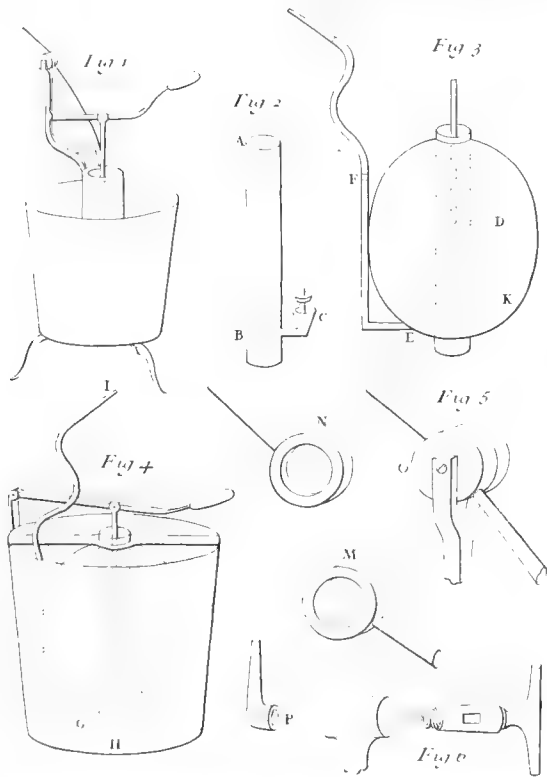
44 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
avantage de notre pompe , & que deux hommes transportant
l'eau avec des seaux , feront très-facilement ce que quatre
hommes qu'on met sur les pompes doubles ordinaires ne font
qu'avec des efforts considérables.

Enfin on ne peut douter que l'utilité de cette pompe ne
fût infiniment plus grande , si l'on obligeoit les propriétaires
de la moitié des maisons des grandes villes d'en avoir une ,
puisque'il seroit alors si facile d'arrêter le feu dans le moment
de sa naissance , qu'il est à présumer qu'il n'arriveroit jamais
d'incendie considérable. D'ailleurs cette pompe étant de si
peu de dépense , & ne demandant aucun soin pour l'entrete-
nir , il n'y a personne qui ne soit à portée d'en avoir , même
plusieurs , dans des maisons éloignées , & où par conséquent
on est long-tems à avoir du secours , ce qui fait que souvent ,
lorsque les secours arrivent , le mal est venu au point qu'on
ne peut plus y remédier.

Ces pompes ne fournissant pas la même quantité d'eau , &
même ne l'élevant pas si haut que les pompes doubles ordi-
naires , il est nécessaire que le nombre y supplée : mais si on
vouloit augmenter le volume de cette pompe , l'effet en seroit
beaucoup plus considérable , & égaleroit celui des pompes
doubles : il est vrai qu'on perdrait par-là plusieurs de ses
avantages , comme la facilité du transport , le peu de dépense ,
le peu de force nécessaire pour s'en servir ; c'est pourquoi il
me semble que tout bien compensé , il seroit beaucoup plus à
propos de s'en tenir à la grandeur que nous venons de pres-
crire , ou quelque peu au dessus , & multiplier extrêmement
ces pompes pour en tirer toute l'utilité que l'on doit raison-
nablement en attendre.







PROPRIETES ELEMENTAIRES

DES

POLYGONES IRREGULIERS

CIRCONSCRITS AUTOUR DU CERCLE.

Par M. PITOT.

PROPOSITION I.

EN tout Polygone irrégulier circonscrit au cercle, dont le nombre des côtés est pair : je dis que la somme de la moitié de ces côtés, pris alternativement, est égale à la somme de l'autre moitié. 16. May 1725.

Soit $ABCD$, &c. un polygone irrégulier autour du cercle de tant de côtés qu'on voudra en nombre pair : il faut démontrer que $AB + CD + EF$, &c. $= BC + DE + FA$, &c. Fig. 1. &c. 2.

Ayant mené les rayons du cercle PM, PN, PO, PQ , &c. aux points d'attouchement de chaque côté, & les lignes droites PA, PB , &c. il est clair que les segmens AM, AQ (Fig. 1.) sont égaux ; de même que AM & AS (Fig. 2.) & que $BM = BN$, $CN = CO$, &c. car par la 18^{me} du 3^{me} les angles $AMP, AQP : ASP, BMP, BPN$, &c. sont droits ; ainsi les triangles rectangles APM, APQ , sont égaux & semblables, de même que les triangles BPM, BPN , &c. ayant chacun un côté égal au rayon du cercle, & l'hypoténuse AP commune aux triangles APM, APQ ; de même BP est l'hypoténuse commune des triangles BPM, BPN , ce qui montre clairement que $AM = AQ$, $BM = BN$, $CN = CO$, &c. D'où l'on voit, 1^o. qu'au quadrilatère $ABCD$ (Fig. 1.) le côté AB est égal aux deux segmens $AQ + BN$, & le côté CD égal à $CN + DQ$. Mais $AQ + BN + CN$

+ $DQ = AD + BC$. Donc $AB + CD = AD + BC$.

On peut faire la même démonstration pour les Polygones de 6, 8, 10 côtés, &c. Mais voici un moyen de la faire plus facilement.

Fig. 2.

Soit un des segmens AM ou $AS = x$. Le côté $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DE = d$, $EF = e$, $FA = f$. On aura $BM = a - x = BN$. $NC = b - a + x = CO$. $OD = c - b + a - x = DQ$. $QE = d - c + b - a + x = ER$. $RF = e - d + c - b + a - x = ES$, & enfin $SA = f - e + d - c + b - a + x$. Mais $SA = AM = x$. Donc $f - e + d - c + b - a + x = x$. Ce qui donne $a + c + d = b + e + f$. On auroit fait la même opération si le Polygone avoit eu plus de six côtés.

PROPOSITION II.

En tout Polygone irrégulier, circonscrit autour du cercle, & dont le nombre de côtés est impair : la somme des côtés pris alternativement, sçavoir du 1^{er}, 3^{me}, 5^{me}, &c. est égale à la somme du 2^d, 4^{me}, 6^{me}, &c. plus deux fois le premier segment.

Fig. 3.

Soit le Polygone irrégulier $ABCDE$, &c. on peut prendre le côté qu'on voudra pour le premier, ce sera AB dans cet exemple ; ainsi BC sera le second, CD le troisieme, &c. & le premier segment sera AM . Il faut démontrer que $AB + CD + EA = BC + DE + 2AM$.

Soit, comme dans la Proposition précédente, $AB = a$, $BC = b$, &c. & le premier segment $AM = x$. Nous avons démontré ci-dessus que $AM = AR$, $BM = BN$, $CN = CO$, &c. Ainsi $BM = a - x = BN$, $CN = b - a + x = CO$. $DO = c - b + a - x = DQ$. $QE = d - c + b - a + x = FR$, & enfin dans cet exemple $RA = e - d + c - b + a - x$. Mais $RA = AM = x$. Donc $e - d + c - b + a - x = x$. Ce qui donne $a + c + e = b + d + 2x$.

COROLLAIRE I.

On voit par-là qu'en tout Polygone irrégulier circonscrit

au cercle d'un nombre impair de côtés, on trouvera la valeur de tous les segmens faits par les rayons du cercle tiré sur chaque côté. Car ayant dans l'exemple ci-dessus $a + c + e = b + d + 2x$, on aura $AMx = \frac{a+c+e-b-d}{2}$. Or AM étant connu, on trouvera la valeur de BM , ensuite celle de CN , &c.

COROLLAIRE II.

Tout triangle rectiligne est un Polygone de trois côtés qu'on peut toujours regarder comme circonscrit au cercle. D'où il s'ensuit que la somme des côtés AB le 1^{er}. (Fig. 4.) & AC le 3^{me} est égal au 2^{me} côté BC , plus deux fois le premier segment AM . Ainsi en nommant toujours AB , a ; BC , b ; AC , c ; & AM , x ; on aura AM , $x = \frac{a+c-b}{2}$. $BM = \frac{a+b-c}{2}$, & CN ou $CO = \frac{b+c-a}{2}$.

COROLLAIRE III.

Si le Polygone irrégulier circonscrit a un angle droit comme l'angle E du pentagone de notre exemple, le segment ER ou EQ sera égal au rayon du cercle; car les angles PRE , PQE , étant droits, si l'angle REQ est droit, on aura un quarré parfait $PREQ$, & le rayon PR ou PQ , &c. sera égal à $ER = \frac{e+d+b-a-c}{2}$. D'où l'on voit que la superficie de ce pentagone irrégulier est égale à $\frac{a+b+c+d+e}{2} \times \frac{b+d+e-a-c}{2}$

car les triangles APE , APB , &c. ont pour hauteur commune le rayon du cercle.

Fig. 4.



EXAMEN ET COMPARAISON

DE LA GRANDEUR

DE PARIS, DE LONDRES,

Et de quelques autres Villes du Monde, anciennes & modernes.

Par M. DELISLE l'Aîné.

II. Avril
1725.

CETTE recherche sur l'étendue des grandes villes du monde ne paroîtra peut-être d'abord que de pure curiosité. Mais si l'on fait une attention plus particulière à l'usage qui en peut résulter, on conviendra sans peine de son utilité, non-seulement pour la Géographie, mais pour l'Astronomie même.

En voici un exemple pour la Géographie, qui frappera sans doute. M. Petit, excellent Astronome, qui a fait une dissertation sur la latitude de Paris, s'efforce à concilier les diverses observations de cette latitude faites avant lui, après quoi il donne les siennes, mais sans indiquer le lieu où les unes & les autres ont été faites, ce qui vrai-semblablement est la cause de la contrariété apparente qui l'a embarrassé.

De même si l'on comparoit les observations de la hauteur du pôle faites par l'Académie, dans le tems qu'elle tenoit ses séances à la Bibliothèque du Roi, avec celles que la même Académie a faites depuis la fondation de l'Observatoire, il faudroit faire attention à la situation de ces deux lieux qui sont éloignés de près de deux minutes en latitude, l'un étant à la partie septentrionale de Paris, & l'autre à la méridionale; sans cette attention & ces connoissances, on pourroit soupçonner d'erreur ces observations, ou rester incertain sur la latitude de Paris.

Voici

1.

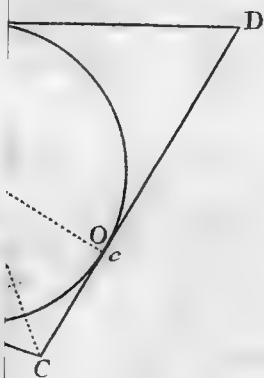
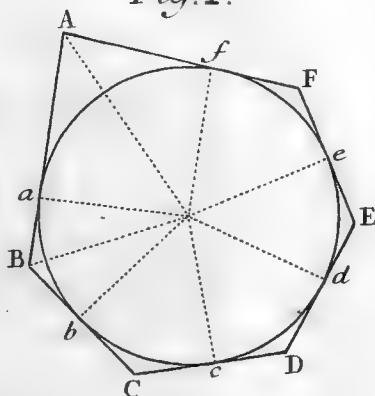


Fig. 2.



9.3.

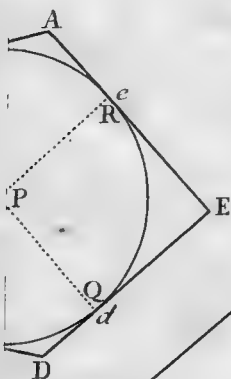


Fig. 4.

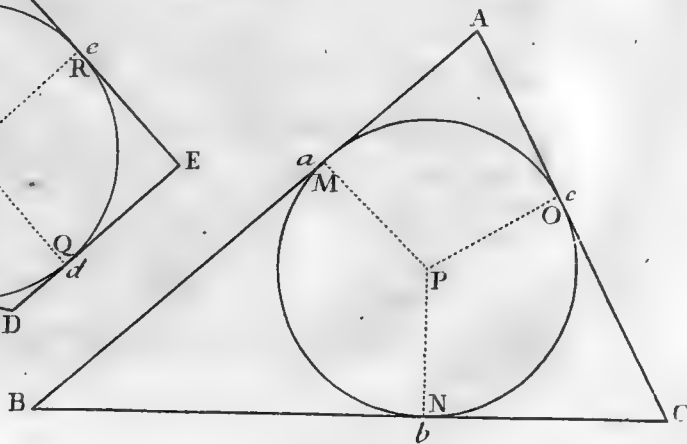


Fig. 1.

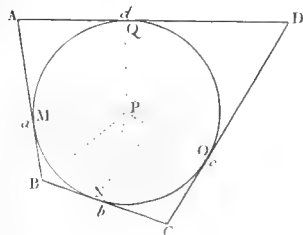


Fig. 2.

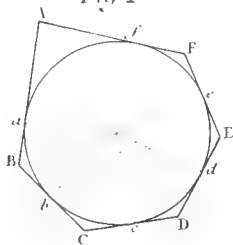


Fig. 3.

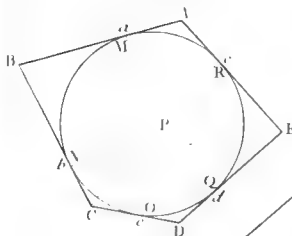
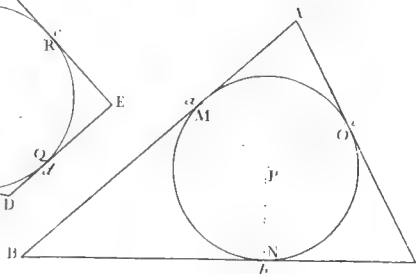


Fig. 4.



Voici un autre exemple qui a plus de rapport à l'Astronomie. Si l'on compare la hauteur du Pole d'Alexandrie, donnée par Ptolomée de 30 degrés 58 minutes, avec celle qui l'a été par feu M. de Chazelles, de 31 degrés 11 minutes; & si l'on fait cette comparaison dans la vûe d'éclaircir un point important, sçavoir si la hauteur du Pole & l'obliquité de l'écliptique ont changé dans l'intervalle du tems qui s'est écoulé entre ces deux observations, il faut remarquer avant que de décider la question :

1°. Que la ville d'Alexandrie d'aujourd'hui, où M. de Chazelles a observé, est très-petite; que les murailles anciennes de la ville, qui renferment un espace vingt fois plus grand, & qui subsistent encore presque dans leur entier, ne sont pourtant pas de la structure la plus ancienne, & qu'ainsi ces murailles sont tout au plus celles que la ville avoit du tems des Croisades.

2°. Que les murailles les plus anciennes de cette ville, construites par Alexandre, avoient une bien plus grande étendue, allant, selon Strabon, jusqu'au Lac Mareotide, ce que l'enceinte qu'on regarde aujourd'hui comme ancienne, ne fait pas.

3°. Qu'il y a même beaucoup d'apparence que Ptolomée avoit placé son Observatoire à la partie la plus méridionale de la ville, comme on a fait l'Observatoire Royal, afin d'avoir un horizon découvert du côté du Midi, le plus essentiel aux Astronomes.

Que M. de Chazelles au contraire ayant observé dans la nouvelle ville, qui est la partie la plus septentrionale de l'ancienne, les différens lieux de leurs observations doivent être séparés l'un de l'autre par toute l'étendue de cette grande ville.

Qu'ainsi, si l'on ne fait pas ces distinctions, les conséquences que l'on tirera des observations de Ptolomée, & de M. de Chazelles, supposées faites dans le même endroit, peuvent jetter dans de grandes erreurs.

Etant donc persuadé de l'utilité de cette recherche sur l'étendue & la figure des villes, j'entrepris dès l'année 1716 de

50 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
dresser un Plan de Paris, principalement pour comparer la
grandeur de cette ville à celle des autres villes du Monde
anciennes & modernes.

Pour cela je résolus non-seulement de ne m'en pas rapporter aux Plans qui en avoient été faits jusqu'alors, mais encore de ne pas suivre la méthode que l'on a employée ordinairement pour les dresser, qui est celle de mesurer les rues, & de prendre les angles à chaque détour, parce qu'alors ces opérations sont si fort multipliées, que pour peu qu'il y ait d'erreur dans chacune, le total ne peut être exact. Ainsi je résolus de dresser ce Plan par les voies géométriques.

Pour cela je pris pour base de mes opérations la distance de l'Observatoire au Donjon des Tours de Notre-Dame; base d'autant plus exacte, qu'elle se conclut de la mesure de la terre faite par l'Académie.

Ensuite muni d'un demi-Cercle, qui donne les angles jusqu'aux minutes, je me transportai avec mon Frere sur les endroits les plus éminens de Paris, aux Tours de Notre-Dame, à l'Observatoire, au Luxembourg, sur la Tour de la Bastille, & sur les principales Portes de la ville, & dans chacune de ces stations j'alignai aux clochers & autres points visibles, déterminant par les intersections de ces alignemens leurs distances respectives.

Ces points étant ainsi fixés, je me suis servi pour le détail des Plans que feu M. d'Argenson avoit fait faire de chaque quartier de Paris en particulier, & je les ai assujettis à ces mesures.

J'aperçûs alors la différence qui se trouvoit entre la justesse de mon Plan, & le peu d'exactitude de ceux qui n'avoient pas été levés géométriquement.

Leur défaut est sensible, même à la vûe simple, puisque les objets que l'œil apperçoit dans une même ligne, ne s'y trouvent pas dans la même disposition.

Pour orienter ce Plan, il ne me restoit plus qu'à y tracer exactement une Méridienne.

Je ne pouvois en choisir de plus avantageuse que celle de l'Observatoire Royal.

Par des observations exactes, répétées pendant plusieurs années, M^r. de l'Observatoire s'étoient assurés, pour diriger plus sûrement le reste dans la suite, d'une portion de cette Méridienne, qui va depuis le milieu du bâtiment de l'Observatoire jusqu'à la butte de Montmartre, sur laquelle ils avoient fait élever un pilier à l'endroit où la Méridienne coupe cette butte.

J'ai lié ce point aux triangles qui m'avoient servi pour le Plan, & j'y ai marqué exactement ce pilier.

Il ne m'étoit plus difficile de tracer la Méridienne, il ne falloit que tirer une ligne de l'Observatoire au pilier.

L'ayant tracée à travers la ville, je remarquai que cette Méridienne depuis le milieu de l'Observatoire, alloit raser la partie occidentale du bâtiment du Luxembourg, de-là coupoit le pavillon gauche du Collège des Quatre Nations, le pavillon de la Reine au Louvre, & la Galerie de M^{sr}. le Duc d'Orleans au Palais Royal, d'où elle se rendoit au pilier de Montmartre.

Je me suis trouvé en état, après les précautions rapportées ci-dessus, de diviser l'étendue de la ville par Méridiens & par parallèles, comme on fait sur une carte générale, ce qui sert à indiquer à quelle portion du Ciel les différentes parties de cette ville répondent.

J'y ai tracé les parallèles de 15 en 15 secondes, & les Méridiens de 20 en 20 secondes; & comme sous le parallèle de Paris, 15 degrés de latitude en valent 20 de longitude, & qu'il en est ainsi des minutes & des secondes, en donnant 5 minutes de plus à l'intervalle des Méridiens qu'à celui des parallèles, je me suis fait des quarrés parfaits.

Ces quarrés chiffrés & numérotés m'ont servi de renvoi à une table alphabétique qui fait trouver tout d'un coup la situation des rues dont on ne sçait que le nom : mais ce n'étoit pas là le principal usage que j'en voulois faire.

C'étoit de comparer par le moyen de ces quarrés la grandeur de Paris à celle de Londres.

Pour cela il falloit avoir un Plan exact de Londres, &

s'assurer de la valeur de l'échelle, ou mesure du Plan; il est vrai que le Mail de Londres a une mesure préfixe, qui est d'un demi-mille, mais le mille Anglois est de trois sortes.

Nous avons le rapport exact du pied de Paris à celui de Londres, & par conséquent du pas & du mille. C'est le mille ordinaire de Londres de 73 au degré.

La seconde sorte de mille, nommée *mille calculé*, n'est gueres en usage que dans la Marine, il est égal à une minute de latitude, & par conséquent il y en a 60 au degré.

Enfin le troisième nommé *mille mesuré*, a été réglé par un Statut du Roi Henri VII, à 5280 pieds Anglois, ce qui le fixe à 69 au degré; c'est celui dont on se sert pour la mesure des bâtimens & des grands chemins, & c'est aussi celui que l'on a employé pour servir d'échelle aux Plans de Londres, mais le peu d'accord de ces différens Plans demande une plus ample vérification.

J'ai reçu d'un de mes amis, homme exact & intelligent, les dimensions de cette ville, en y comprenant Westminster & Southvark. Il a trouvé sa plus grande longueur, depuis Roperstreet jusqu'à Little-Berkleystreet, de 27000 pieds Anglois, qui font 4198 toises, & sa largeur depuis Hoxton jusqu'à Lockbridge, de 11880 pieds, qui font 1856 toises.

Entre les différens Plans de la ville, je n'ai trouvé que celui de Morden qui fût d'accord avec ces mesures, c'est ce qui m'a déterminé à m'en servir pour le détail, ajoutant les nouvelles augmentations de cette ville.

C'est de ce Plan de Londres, ainsi vérifié & augmenté, dont je me suis servi, après l'avoir mis sur la même échelle que celui de Paris.

J'y ai tracé de même des quarrés de 15 en 15 secondes d'un grand cercle, & alors je me suis trouvé en état de comparer immédiatement la grandeur de ces deux villes.

Le résultat de cette comparaison est que Paris contient 63 de ces quarrés, ce qui fait pour sa surface 3538647 toises quarrées, & que Londres ne contient que 60 des mêmes quarrés, qui ne font que 3370140 toises quarrées, encore

n'ai-je pas compris dans ce calcul les Jardins considérables de Paris , comme sont les Thuilleries , le Luxembourg , & plusieurs autres enfermés cependant au dedans du rempart au dehors duquel je n'ai pas compris non plus Chaillot , qui est cependant regardé aujourd'hui comme un des fauxbourgs de la ville.

Ainsi toutes choses égales , l'étendue de Paris est d'une vingtième partie plus grande que celle de Londres , & si je ne retranchois pas les parties que je viens de spécifier , Paris seroit plus grand que Londres d'une sixième partie , en enfermant aussi dans Londres le Parc St. James & les autres Jardins.

Nous pouvons aussi comparer Paris avec Rome d'aujourd'hui. Comme cette dernière ville a une largeur & une longueur assez égales , & que la proportion du pied Romain moderne avec le nôtre nous est connue , si l'on s'en rapporte au plan de Rossi , le plus estimé de tous , Rome ne surpasse gueres la grandeur de Paris borné à son rempart ; ainsi Paris , y compris ses fauxbourgs qui sont fort grands , l'emporte de beaucoup sur Rome , où il n'y en a presque point.

Je ne croi pas non plus que la ville de Constantinople , qui est en forme de triangle isoscèle , soit aussi grande que Paris , si l'on en retranche les Jardins du Sérail , qui occupent toute la place que tenoit l'ancienne ville de Byzance.

Nous n'avons pas encore de dimensions exactes de l'étendue du grand Caire , d'Ispahan , ni des villes de la Chine : mais on sçait la grandeur excessive des Jardins enfermés dans les villes de Turquie & de Perse , & le peu d'élevation des bâtimens de la Chine , qui n'ont presque jamais qu'un étage , ce qui ne doit pas permettre d'en comparer les villes à celle de Paris , si l'on n'y fait cette attention.

Pour examiner à présent le rapport de Paris aux villes anciennes les plus célèbres , il faudra faire encore d'autres distinctions.

Si l'on s'en rapportoit aux exagérations de Vossius , dans son Traité sur la grandeur de l'ancienne Rome , cette ville

54 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
auroit eu au tems d'Auguste une enceinte de 30 mille pas,
ou de dix lieues.

Comme la situation & l'étendue des sept montagnes enfermées dans l'enceinte de Rome ne sont pas équivoques, & que Rome ne comprenoit du tems d'Auguste que ces sept montagnes suivant Denis d'Halicarnasse, n'enfermant pas encore le champ de Mars, ni le quartier d'au de-là du Tibre. En suivant le même plan de Rossi cité ci-dessus, je trouve l'enceinte de Rome plus petite que Paris, borné à son rempart, & qu'elle ne pouvoit être que 7 à 8 mille pas, c'est-à-dire de deux lieues & demie, au lieu de dix lieues que Vossius lui donne.

Les plus grandes villes connues dans l'antiquité, sont celles de Ninive, de Babylone, d'Ecbarane & de Suse, chacune capitales à leur tour de différentes Monarchies de l'Orient.

Ninive avoit trois journées suivant l'Ecriture, ce que St. Jérôme prend pour sa circonférence; Diodore lui donne 150 stades de long, 90 de large, & 480 de tour.

Babylone avoit de tour 365 stades suivant Diodore, qui rapporte que 200 mille hommes qui travailloient à bâtir ses murailles, avoient été un an entier à les finir, en faisant par jour un stade d'ouvrage.

Des deux autres villes d'Ecbatane & de Suse, la première auroit 258 stades de tour, & la dernière 250.

Suivant l'ancienne opinion sur la grandeur des stades, en supposant ces villes d'un figure régulière & quarrée, comme l'étoit Babylone, Ninive la plus étendue de ces quatre villes auroit eu environ 35 lieues quarrées de superficie, & Suse la plus petite, 11 lieues quarrées.

Si les conjectures que j'ai proposées dans les Memoires de l'Académie de 1721 sur les stades de la haute antiquité, réglés par Aristote à 1111 par degré, sont bien fondées, ces villes se trouveront six fois plus petites, Ninive étant réduite à six lieues, & Suse à deux lieues quarrées.

Mais outre cette diminution, il y aura encore à retrancher les Jardins immenses, si ordinaires aux villes de l'Orient,

usage ancien de ces pays qui subsiste encore, comme je l'ai déjà remarqué, & qui étoit de même dans le moyen âge, comme on l'apprend d'Abulfeda, le plus célèbre des Géographes Arabes, qui décrivant Bocara, ville fameuse de la Transoxiane, & patrie d'Avicene, donne à ses murailles 12 lieues, ajoutant qu'elles enferment plusieurs maisons de campagne, & des terres labourées, ce qu'il faut retrancher à toutes ces grandes villes anciennes de l'Orient, pour en faire une comparaison juste avec Paris, de la grandeur duquel j'ai retranché aussi tous les jardins considérables.

D'ailleurs si les enceintes de ces villes sont plusieurs angles rentrants; tout cela considéré, peut-être ne surpasseront-elles pas la grandeur de Paris.

Cette recherche de la grandeur des villes de la terre peut aussi influer beaucoup dans la connoissance des mesures anciennes Grecques & Romaines, & dans leur véritable rapport avec le degré & avec la circonférence de la terre.

Plusieurs personnes ont tâché de déterminer la valeur de ces mesures. Les uns ont employé la comparaison du pied ancien avec le nôtre, comme Snellius; les autres, comme le P. Riccioli, & feu M. Cassini, celle des grandes mesures conclues de leurs opérations géométriques comparées avec celles dont conviennent les Anciens, telle est la distance de Bologne à Modene; j'y ai joint les distances anciennes des autres villes d'Italie dont on sçait les noms modernes, comparées aux déterminations astronomiques. Le résultat de M. Cassini & le mien donnent par nos différentes méthodes 75 milles anciens au degré, au lieu de 60 que nos Géographes modernes y avoient comptés.

*Mem. de
l'Académie
Avril 1714.*

Si l'on a égard à la grandeur & à la figure des villes, cette mesure des milles anciens peut être encore diminuée, ce qui la perfectionnera, à ce que je crois.

C'est ce principe qui me donne lieu de douter que la distance marquée par les Anciens de 25 mille pas entre Bologne & Modene, soit prise des mêmes points où le P. Riccioli & M. Cassini ont observé, qui sont deux tours situées au milieu de ces deux villes.

Je suppose plus volontiers que cette mesure ancienne étoit prise des portes opposées de l'une & de l'autre ville.

Suivant cette supposition, la ville de Bologne étant de figure ovale, dont le grand diametre a 3 milles d'étendue d'Orient en Occident, & Modene trois quarts de mille. Pour comparer la distance moderne prise des lieux où l'on a observé dans ces deux villes, avec celle des Anciens prise des portes, il faut ajouter à la distance de 25 mille pas donnée par les Anciens, celle de la Tour de Modene à la porte Orientale de cette ville de 375 pas, & celle de 2 mille pas depuis la porte occidentale de Bologne jusqu'à la Tour dell' Asinelli, où le P. Riccioli & M. Cassini ont observé, ce qui fait 27375 pas pour la distance réelle des Anciens entre le centre de Bologne & celui de Modene; ce calcul donne 81925 pas Romains dans un degré.

Ce qui me porte aujourd'hui à adopter cette hypothese, n'est pas seulement l'usage ordinaire de compter de ville en ville les distances de la porte de l'une jusqu'à celle de l'autre, mais plutôt parce que les Romains ne marquoient leurs pierres ou milliaires qu'à compter des murailles de l'ancienne Rome, & non du milliaire d'or, comme on l'avoit supposé ci-devant.

Le célèbre Holstenius, ci-devant Bibliothécaire du Vatican, a prouvé cette verité, ce que j'ai vérifié sur la Carte dell' Agro Romano, qui est un arpentage exact des terres de l'Annone, fait par le P. Eschinardi Jesuite, car sans cette supposition, il n'y auroit point de proportion entre les lieux où l'on a trouvé les milliaires que l'on voit à Rome avec leur numero; le premier milliaire, par exemple, trouvé dans la vigne des Seigneurs Nari, à mille pas de distance dehors la porte St. Sebastien, étoit par conséquent à 2500 pas du milliaire d'or.

Cette différente évaluation du mille Romain ne change rien aux mesures des différentes voies militaires d'Italie que j'ai données dans les Memoires de 1714, car c'est un équivalent de n'avoir pas égard à l'étendue des villes traversées
par

par ces routes, en faisant les milles d'autant plus grands, ou de faire les milles petits, en y ajoutant cette étendue.

Dans les pays moins peuplés que l'Italie, & même deserts, il n'y aura pas la même augmentation à faire; car n'étant pas remplis d'habitations étendues, les mesures ne feront, pour ainsi dire, séparées l'une de l'autre que par des points.

On concevra aisément que cette dernière opinion sur la grandeur des milles Romains, doit changer en même proportion les stades Grecs par le rapport connu entre ces deux mesures, ce qui fixe les stades à 654 au degré.

J'espère dans la suite continuer cette recherche sur l'étendue & la figure des villes, sur-tout de celles de la connoissance desquelles on pourra tirer des conséquences utiles à l'Astronomie & à la Géographie.

OBSERVATIONS

Sur un METAL qui résulte de l'alliage du Cuivre & du Zinc.

Par M. GEOFFROY le Cadet.

DEPUIS que les métaux ont été connus, on a travaillé à les allier ensemble, soit pour leur concilier de la dureté ou de la souplesse, soit pour en relever l'éclat, soit pour épargner les métaux précieux, tels que l'or & l'argent. Le travail & l'expérience ont mené insensiblement les hommes à la connoissance de la juste proportion du mélange des métaux selon les différens usages auxquels on les destine; & les Ordonnances des Souverains ont fixé selon cette proportion les différens degrés d'alliages, pour prévenir les malversations des ouvriers. C'est pourquoi il y a des Reglemens pour le titre des ouvrages d'or & d'argent, de fonte & d'étain, & des peines portées contre les ouvriers qui y contreviendroient.

Mem. 1725.

H

Quoique le cuivre ne soit pas un métal précieux, le grand usage qu'on en fait pour une infinité d'ustensiles, a donné occasion à beaucoup de recherches sur l'alliage de ce métal.

Ces recherches n'ont pas été infructueuses, puisqu'elles ont procuré la découverte du cuivre jaune, si utile à différens ouvrages. Ce métal est un alliage de cuivre rouge avec un mineral qu'on nomme *Pierre calaminaire*, qui augmente de près de moitié le poids du cuivre rouge qu'on a employé.

Ce succès a fait naître d'autres découvertes pour corriger la couleur du cuivre & la rendre très-approchante de l'or. On y est parvenu par l'alliage du cuivre rouge avec un Mineral qu'on nomme *Zinc* : mais cet alliage forme un métal aigre, cassant, peu ductile, & par conséquent peu propre à la plûpart des ouvrages que l'on a coutume de fabriquer avec le cuivre rouge & le cuivre jaune.

On n'a pas laissé de chercher à le perfectionner pour quelques ouvrages qui se jettent en moule, & qui n'ont pas besoin d'être travaillés au marteau, comme des vases, des garnitures de feu, des chandeliers, des pommes de cannes, des boucles, des tabatieres, & certains ouvrages d'ornemens qu'on fait ordinairement de bronze doré, ou mis en couleur.

Les Anglois y ont assez bien réussi, & l'ont appelé *Métal de Prince*, du nom de leur Prince Robert.

Mais il semble n'avoir point encore été poussé à une si grande perfection qu'il vient de l'être par deux Particuliers qui en ont fait faire de très-beaux ouvrages, dont l'un se nomme *la Croix*, & l'autre *le Blanc*. Le métal de ce dernier l'emporte sur celui de l'autre, par l'éclat & la beauté de la couleur qui approche plus de celle de l'or : mais en récompense le premier donne à son métal beaucoup de souplesse, de sorte qu'il s'étend sous le marteau, & peut même être passé par la filiere pour en faire du galon.

Pour rehausser & conserver la couleur à son métal, qui par lui-même est un peu pâle, il vernit ses garnitures de boutons, ses boucles & ses autres ouvrages. Ce vernis, tant qu'il dure dessus, leur conserve le même ton de couleur, & les

met à l'abri du verdet, défaut si particulier au cuivre, qu'il n'en peut être corrigé par aucun alliage. C'est ce qui fait qu'en si petite quantité qu'il se trouve avec l'or & avec l'argent, il se manifeste toujours ou par le goût ou par l'odeur: de-là vient que quand on laisse de l'eau dans un vaisseau d'argent, elle y acquiert par son séjour un goût de cuivre, quoique selon les Reglemens l'alliage du cuivre avec l'or ou l'argent d'orfèvrerie ne puisse être que d'une vingt-quatrième partie: il faut donc que ces deux précieux métaux soient au dernier degré de fin & sans aucun alliage de cuivre pour être tout-à-fait exempts de verdet & de mauvaise odeur. A ce dernier point de pureté, l'or est estimé de 24 karats, & l'argent de 12 deniers, dont les divisions font les différens degrés du titre de ces métaux.

Le métal du S^r. le Blanc est d'une couleur jaune vive, éclatante, ce qui paroît par les beaux ouvrages qui sortent de ses mains, & dont la plupart sont ornés de ciselures qui en relevent l'éclat & la beauté.

Quoiqu'on sçache en général la composition de ce métal, qui se fait par l'alliage du cuivre & du zinc, il y a pourtant beaucoup d'observations à faire sur les différens degrés de cet alliage.

Je reconnus d'abord que le ton de couleur n'est jamais parfaitement égal à chaque fonte; de plus ce métal sortant du poli, n'a pas la couleur qu'il prend par la suite; elle monte peu à peu par l'impression de l'air, & si l'on a soin de tenir ces ouvrages dans un lieu sec, & de les essuyer avec un linge fin pour emporter les taches qui peuvent survenir, on les conserve long-tems dans le même état. Ils ont même cela de commode, que quand ils se sont salis, il n'est pas besoin de les renvoyer chez l'ouvrier comme les autres ouvrages de bronze pour les remettre en couleur, il ne faut que les bien nettoyer avec du Tripoli fin, & ils reprennent d'eux-mêmes leur couleur aussi éclatante qu'auparavant.

Nous avons deux Chymistes entr'autres qui ont parlé d'un métal à qui nous donnons communément le nom de *Tombac*.

Becher, & après lui M. Stahl, ont avancé que le zinc mêlé avec le cuivre à parties égales, imitent sur la pierre de touche la couleur de l'or du Rhin, qu'ils estiment le plus fin : mais le dernier a remarqué que la dose du zinc étoit trop forte, ce qui est vrai. Il en est resté là, sans déterminer au juste quelle elle doit être.

Le métal du S^r. de la Croix étant battu, s'étend sous le marteau, se plie sans se casser, comme je l'ai éprouvé. Son grain intérieurement est fin, obscur, & d'un gris cendré sans être brillant. En le considérant à la Loupe, on voit bien la direction des fibres qui tendent à former des stries, mais on ne les distingue point à la vûe.

Le métal du S^r. le Blanc est composé intérieurement de deux couches ou lames striées, qui partent de chaque paroi du morceau, & qui viennent se rencontrer & s'unir desorte qu'une lame de métal, dès qu'elle a quelque peu d'épaisseur, est composée comme de deux couches de fibres métalliques. Voilà ce qui rend ce métal aigre & dur à polir.

L'intérieur est d'un jaune doré très-brillant ; quelquefois il est plus pâle ou panaché : mais l'air en exhale la couleur au bout de quelque tems. J'en ai trouvé de blanchâtre, mais dont les stries sont panachées de jaune & de blanc, ce qui provient de la différence des fontes.

La première opération que j'ai faite sur ce métal factice, a été de le fondre dans un creuset ; il a beaucoup fumé, m'a donné des fleurs de zinc, & il n'est resté après la fonte qu'un métal assez approchant du cuivre jaune ordinaire, mais plus éclatant.

Pour juger lequel du cuivre rouge & du cuivre jaune étoit le plus propre à la composition du tombac, j'ai voulu éprouver quel effet le zinc produit sur l'un & l'autre à différentes doses, & suivant différentes combinaisons.

J'ai donc fait plusieurs essais pour parvenir au ton de couleur & à la qualité du grain que j'ai remarqués dans les métaux des S^{rs}. la Croix & le Blanc.

Je rapporte dans ce Memoire ceux de ces essais qui m'ont

paru plus dignes de remarque , dont voici le dénombrement.

1°. Faire par le mélange des cuivres rouge & jaune une matiere métallique sans grain , aussi cassante que du verre , & reluisante comme une glace.

2°. Faire un métal souple , d'un grain strié , jaune , mat comme de l'or , à différens degrés.

3°. En faire un strié par aiguilles aisées à détacher , d'une couleur d'or très-éclatante.

4°. En faire un autre dont le grain pour la couleur est gris-brun.

5°. En faire un d'un grain panaché blanc & jaune.

Voilà les différences les plus considérables que j'ai observées dans mon travail du zinc & du cuivre.

Le zinc est un minéral métallique qu'on tire de l'Allemagne ou des Indes , d'une couleur blanche , d'un grain à facettes , qui s'écrase en quelque façon plutôt qu'il ne se casse. Ce minéral est très-volatil , & étant mêlé avec le cuivre rouge ou jaune , il devient un métal sec , brillant , & cassant comme du verre.

C'est ce que l'on fera , si l'on fond du zinc avec du cuivre jaune à parties égales.

Deux parties de cuivre jaune & trois parties de zinc font le même métal , mais d'un grain un peu plus terne. C'est où finit le brillant glacé qui s'apperçoit en cassant ce métal. Si l'on augmente le zinc , le métal , quoique cassant & sonnant , devient terne , & peu à peu reprend le grain avec les petites facettes qui sont propres au zinc. On peut pousser ces essais jusqu'à une livre de zinc sur deux onces de cuivre jaune.

Si l'on fait au contraire dominer le cuivre jaune sur le zinc , il en résultera les effets suivans.

Trois parties de cuivre jaune sur deux onces de zinc ont produit un métal blanc , sonnant , cassant , brillant comme une glace sur les surfaces cassées , & d'un grain qui semble avoir quelque disposition à des stries.

En augmentant ainsi le poids du cuivre jaune d'once à once , on voit naître les stries métalliques. Le lingot porte

une couleur jaune au dehors , & tirant sur le pourpre au dedans. Si l'on continue dans d'autres essais d'augmenter la dose du cuivre jaune , il devient d'une couleur jaune plus relevée , puis panachée de jaune & de blanc avec un grain assez sensible.

En poussant ces essais jusqu'à mettre 7 onces de cuivre jaune sur 2 onces de zinc , le métal prend une belle couleur de jaune doré à l'extérieur ; il est strié en dedans à facettes , d'un gros grain , d'une assez belle couleur d'or , quoiqu'un peu mat.

Il peut se plier & se battre sous le marteau jusqu'à un certain point.

Si l'on augmente toujours le poids du cuivre jaune sur la même quantité de zinc , on fait un métal aigre , dont le grain est plus sec , plus ferré , & s'efface peu à peu.

Enfin si l'on met six onces de cuivre jaune sur une once de zinc , le grain s'effacera tout à fait sans aucune apparence de stries , la couleur sera d'un brun cendré plus ou moins obscur , & le métal plus ou moins pliant & ductile sous le marteau.

Ainsi dans le mélange du cuivre jaune avec le zinc , je trouve le grain panaché du S^r. le Blanc , & le grain mat & terreux du S^r. la Croix avec assez de malléabilité & de souplesse.

Après ces épreuves du cuivre jaune & du zinc , j'ai fait passer le cuivre rouge par les mêmes degrés d'alliage.

Si l'on allie trois parties de cuivre rouge avec une partie de la dernière composition dont on vient de parler , il en résulte un métal liant , souple , ductile , aisé à travailler , d'un œil un peu rougeâtre , à peu près comme l'or des ouvrages des Anglois.

En fondant une partie de cuivre rouge de deux onces avec du zinc depuis le poids de six onces en diminuant jusques à trois , j'ai toujours eu une matière métallique , cassante comme du verre , toute semblable à celle qui m'étoit provenue du mélange de deux onces de cuivre jaune avec trois ou quatre onces de zinc.

Cette matière ne commence à prendre couleur & à faire appercevoir des stries qu'en diminuant encore de demi-once

la quantité de zinc sur la même dose de deux onces de cuivre rouge.

Si l'on diminue toujours le poids du zinc, desorte qu'il ne surpasse celui du cuivre rouge que d'un gros sur deux onces, c'est-à-dire d'un seizieme, on aura un métal strié en longues aiguilles panachées de couleur d'or & d'argent d'un très-bel œil.

Enfin si l'on supprime ce gros de zinc qui donne cette couleur panachée, & qu'on n'employe pour la fonte que parties égales de cuivre rouge & de zinc, on aura un métal d'une très-belle couleur d'or, qui étant cassé, sera d'un grain strié en longues aiguilles droites, rangées régulièrement suivant la direction de la couche qui les soutient, & d'où elles partent : mais elles sont d'ailleurs si aigres & si peu liées, qu'on peut les détacher les unes des autres, en rompant la croûte qui renferme ces aiguilles & qui les unit ensemble.

C'est cet arrangement de fibres qui fait que ce métal ne peut se battre, & qu'il se réduiroit en poudre sous le marteau.

Ainsi il ne conviendrait point pour des ouvrages délicats. Il doit être jeté en moule pour en former des masses assez épaisses, afin que les croûtes extérieures soutiennent les stries, & les empêchent de s'égrainer, lorsqu'on les tourne ou qu'on les repare.

Si ce sont au contraire des ouvrages délicats & minces, il faut avoir recours à l'opération suivante, qui en diminuant de moitié la dose du zinc, donne au métal moins d'aigreur. Le grain en devient plus gros & plus souple, mais d'une couleur dorée pâle, matte & sans éclat. Pour la réhausser, il faut jeter sur la matière pendant qu'elle est en fonte, quelque corps gras & inflammable qui puisse arrêter les fumées du zinc, & les retenir plus long-tems dans le métal.

J'ai pris pour cet effet deux onces de cuivre rouge, une once de zinc, & quatre gros de gomme ou résine de pin.

Ce métal est plus beau que celui qui est fait avec le cuivre jaune & le zinc, mais il n'est pas si éclatant que celui qui est fait à parties égales; en récompense il est pliant & ductile à un certain point.

Si l'on diminue la dose du zinc au-dessous de ce terme, le métal qui en résultera ne sera plus qu'une espece de cuivre jaune, mais d'un plus bel œil que celui qui se fait communément avec la calamine.

Ainsi je trouve par mes essais, que pour donner de l'éclat à ce métal, il faut toujours qu'après la fonte, il y reste une certaine quantité de zinc, sans quoi son brillant s'efface.

Si l'on est donc obligé de le refondre plusieurs fois, soit qu'il soit composé de cuivre rouge ou de cuivre jaune, on doit y ajouter du zinc à proportion de ce qu'il en a pu perdre dans la fonte précédente.

Je suis parvenu par les expériences suivantes à découvrir la quantité de zinc dont on a dépouillé cette composition en la refondant.

Ayant pris deux onces du métal du S^r. le Blanc, je l'ai fait fondre, le zinc s'en est dissipé en fumée blanche, & a fourni des fleurs de zinc que l'on retiroit à mesure qu'elles se formoient. Lorsque le métal a cessé de fumer & qu'il s'est refroidi, il n'a plus pesé qu'une once trois gros & demi, il a donc perdu quatre gros & demi de son poids, dont j'ai retiré quatre gros de fleurs blanches, légères, toutes semblables à celles du zinc : reste pour un demi gros de ces fleurs qui n'ont pu se ramasser. Si l'on casse le métal qui provient de cette fonte, on ne le trouve plus strié comme auparavant ; le grain en est mat, mêlé seulement de quelques parties brillantes qui dépendent du peu de zinc qui y est encore resté.

J'ai fait le même essai sur une composition de deux onces de cuivre rouge avec deux onces de zinc : elle a fourni par la fonte une once trois gros de fleurs, & la masse est restée du poids de deux onces deux gros, ce qui fait trois gros de perte pour les fleurs qui n'ont pu se ramasser. Il s'est donc élevé de cette composition, une once six gros de fleurs pour deux onces de zinc ; si je n'avois donc fondu que le poids de deux onces de métal comme dans l'essai précédent, j'aurois eu sur ce pied sept gros de perte, c'est-à-dire deux gros & demi plus que dans l'opération précédente, où il s'agit d'une seconde fonte,

fonte, dont la première avoit déjà souffert son déchet, que j'estime devoir être autour de ces deux gros & demi sur un poids de deux onces de composition.

Il n'est pas étonnant qu'un mélange de cuivre rouge & de zinc souffre un si grand déchet par la fonte, le zinc étant par lui-même très-volatil; puisque j'ai observé que le cuivre jaune dont la composition est faite avec la calamine, qui est beaucoup moins volatil que le zinc, ne laisse pas de souffrir par la fonte une diminution de deux gros sur un poids de deux onces de matière.

J'ai éprouvé de même le métal du S^r. la Croix. Il en a de deux sortes; l'un plus aigre, d'une couleur plus relevée, dont le grain est fin & tirant sur le gris brun; l'autre plus doux, d'une couleur pâle, verdâtre, dont le grain est mat, d'un gris jaunâtre.

Ayant fondu chacun de ces deux métaux à même feu, & les ayant laissé fumer pour en enlever les fleurs, j'ai trouvé que le plus doux sur demi-once a perdu deux scrupules seulement, & que le plus aigre a perdu un gros entier, parce qu'en effet il devoit être plus chargé de zinc.

Nous avons déjà vu que le cuivre jaune, à ce même essai, sur pareil poids de demi-once perd un demi-gros, & que le métal du S^r. le Blanc perd sur le même poids un gros & neuf à dix grains.

Ainsi des deux métaux du S^r. la Croix, le plus doux ne souffre que douze grains de déchet plus que le cuivre jaune, & le plus haut en couleur ne perd que neuf à dix grains moins que le métal du S^r. le Blanc.

Ce qui fait voir que l'aigreur & la beauté de ces sortes de métaux factices viennent de ce que le zinc y est contenu en plus grande proportion, & que la douceur & le ton pâle de couleur qu'on remarque en ces métaux dépendent du cuivre jaune qui s'y trouve en plus grande proportion que le zinc.

Il paroît par les observations que j'ai rapportées, qu'il faut employer au moins parties égales de zinc & de cuivre rouge pour avoir un beau métal de couleur dorée, afin qu'il reste assez

de zinc dans la composition pour soutenir le ton de couleur. Mais si l'on ne vouloit faire que du cuivre jaune par le mélange du zinc & du cuivre rouge, il faudroit bien moins de zinc; puisque j'ai fait observer que deux onces de cuivre rouge n'ont retenu que deux gros de la matiere du zinc, quand notre métal doré s'est converti, après une seconde fonte, en une espèce de laiton.

Pour ne négliger aucun alliage dont la combinaison pût apporter quelque changement utile à ce métal factice, j'ai essayé d'y joindre quelques autres métaux. Les essais m'ont fait connoître que le mélange du fer y étoit le plus convenable. En effet si l'on jette sur la fonte du cuivre ou du zinc, faite à parties égales, un huitième de limaille de fer bien nette, il en naît une matiere jaune d'une belle couleur & d'un grain mat très-fin sans stries, comme la chaux d'or.

Ainsi le fer dans cette opération, efface les stries qui rendent notre métal moins traitable.

En répétant cette opération, j'ai augmenté la dose du zinc de deux gros comme dans l'essai qui donne le métal panaché; ce mélange a produit un lingot dont le grain est pareil au précédent, mais plus éclatant & plus approchant de la couleur d'or. Quoique cette matiere soit aussi aigre que la précédente, le corps en est plus compacte, plus solide & plus dur, ce qui le rend plus propre à recevoir un très-beau poli.

Cette addition du fer demande une manipulation particulière pour changer les stries naturelles au tombac en un grain plus ferré. Je la rapporterai dans la suite, lorsque je donnerai plus au long le détail de tous mes essais.



DESCRIPTION D'UNE MACHINE

*Pour connoître l'Heure vraie du Soleil tous les jours
de l'Année.*

Par M. DU FAY.

A PEINE avoit-on fait quelques progrès dans l'Astronomie, q'on a connu que l'obliquité de l'écliptique, & l'excentricité de l'orbe du Soleil devoient produire de l'inégalité dans les révolutions solaires à l'égard de la terre, & que le jour naturel, c'est-à-dire, la durée du tems d'un midi à l'autre, n'étoit pas exactement de 24 heures. Nous avons dans les plus anciens Astronomes des méthodes pour connoître la différence qui est entre ces révolutions, comparées à celles d'une horloge extrêmement juste, ce qu'il n'étoit pas possible de trouver alors, puisqu'on n'avoit d'autres secours pour mesurer le tems que des clepsydres ou de pareils instrumens.

Enfin les arts ayant acquis de jour en jour de nouveaux degrés de perfection, on a trouvé les horloges à roues & à balancier, qui avoient plus de précision que tout ce qu'on avoit vu jusques alors; mais on n'en est pas demeuré là, & vers l'année 1658, ou peu de tems auparavant, selon M. de la Hire, on imagina de substituer le pendule au balancier. On peut dire que ce n'est que depuis cette invention qu'on est parvenu à mesurer le tems avec quelque exactitude. C'est alors qu'on a pu vérifier par l'expérience les observations des Astronomes, & qu'on a eu une preuve mécanique & sensible de l'irrégularité des apparences du mouvement solaire.

Comme ces horloges à pendule sont aujourd'hui entre les mains de tout le monde, on a cherché à donner tous les

11 Avril
1725.

Mémoires
1717.

secours possibles à ceux qui voudroient s'appliquer aux observations astronomiques : c'est pour cela qu'on a construit deux tables différentes, l'une desquelles suppose qu'on a mis la pendule d'accord avec le Soleil à midi le premier Novembre, auquel jour arrive le grand retardement du Soleil, qui commence dès le lendemain à avancer ; la différence de l'heure du Soleil à celle de la pendule augmente ensuite & diminue à plusieurs reprises, mais doit se retrouver d'accord avec le Soleil le premier Novembre de l'année suivante. En se servant de cette table, la pendule se trouve vers le 10 Février avancer de 31 minutes & plus sur le Soleil.

Pour éviter une aussi grande différence, on a construit d'autres tables, suivant lesquelles la pendule avance & retarde alternativement sur le Soleil, ne s'en écartant jamais de plus de 6 minutes. On peut avec le secours d'une de ces tables, sçavoir exactement l'heure du Soleil tous les jours de l'année, en ajoutant ou retranchant de l'heure que marque la pendule, l'équation du jour, c'est-à-dire, la différence en minutes & secondes marquées pour ce jour-là.

Quelque facile que soit ce calcul, on a tâché de le supprimer, & pour cela on a cherché à imaginer des pendules qui suivissent d'elles-mêmes ce mouvement du Soleil, dont les apparences sont irrégulières à notre égard.

En 1698 M. Varignon lut à l'Académie le projet d'une pendule qui devoit suivre le mouvement apparent, & qui avoit été imaginée par le P. D. Jacques Alexandre Religieux Benedictin de la Congregation de St. Maur. Le principe de sa mécanique étoit un plan elliptique placé verticalement au haut du coq, qui faisoit sa révolution en un an, & qui par son contour diversement éloigné de son centre, allongeoit ou raccourcissoit le fil qui suspendoit la verge du pendule, & par conséquent avançoit ou retardoit la pendule selon qu'il étoit nécessaire pour suivre le tems vrai. Ce projet parut très-ingénieux, & fut approuvé par l'Académie.

En 1717 le S.^r le Roi Horloger en inventa une autre qu'il apporta à l'Académie ; elle parut très-bien imaginée, &

exécutée avec beaucoup d'art & de précision. Il avoit placé dans la quadrature, la portion de la sphere armillaire, comprise entre les tropiques, & y ayant appliqué l'excentricité de l'orbe du Soleil par le moyen d'un méridien mobile qui s'élevoit & s'abbaissoit, il donnoit par cette structure les deux causes astronomiques de l'irrégularité des apparences du Soleil : mais étant obligé de faire mouvoir l'aiguille des minutes par celles des heures, il n'étoit pas possible de lui donner toute la justesse nécessaire.

M. de la Hire voulut perfectionner cette idée, & imagina de porter toute cette mécanique sur un plan vertical par projection. Il en donna une description très-détaillée dans un mémoire qu'il lut à l'Académie en 1717. Les aiguilles étoient conduites par des chevilles glissantes, dans des fentes pratiquées sur des tringles mobiles, ce qui leur faisoit décrire une ellipse par le moyen de laquelle elles suivoient exactement le mouvement du Soleil, & par conséquent marquoient l'heure qui résulte de ses apparences. Quelque ingénieuse que fût cette pendule, je ne sçache pas qu'elle ait été exécutée, & je crois même que l'exécution en auroit été difficile & le succès assez douteux, à cause d'une infinité de frottemens causés par ces chevilles qui devoient couler librement dans ces fentes.

Pour remédier à cet inconvénient, M. de la Hire en proposa en même tems une autre, qui consistoit en une courbe placée en dedans ou en dehors du cadran, sur laquelle étoient tracées des divisions inégales qui marquoient de cinq en cinq jours la différence de l'heure du Soleil à celle de la pendule ; il y avoit deux aiguilles des minutes, l'une desquelles étant mise avec la main vers le midi, & lorsque l'autre étoit sur 60 minutes à la division qui marquoit l'équation du jour proposé, & suivant ensuite toujours l'aiguille du tems moyen à la distance à laquelle on l'avoit mise, marquoit ainsi le reste du jour l'équation, ou la différence de l'heure du Soleil, à celle de la pendule.

M. de la Hire communiqua cette construction au S^r. le Roi, qui fit un cadran de pendule sur ce plan, en y faisant

cependant quelques changemens qui en rendoient la pratique plus facile , & évitoient la confusion que pouvoit causer la nécessité de deux aiguilles , aussi-bien que l'assujettissement de mettre l'une de ces aiguilles à l'équation vers l'heure de midi , lorsqu'on la vouloit sçavoir dans le cours de la journée. Ce changement consistoit en un second cadran de minutes mobile & qui portoit une alidade, dont la ligne de foi étant mise sur le jour marqué par les divisions de M. de la Hire , donnoit à toutes les heures l'équation solaire.

En 1722 le S^r. le Bon Horloger de l'Académie , en a fait voir une , qui outre le mouvement vrai du Soleil , & le mouvement moyen , marquoit encore le mouvement des Etoiles fixes , qui fournissoit le moyen de critiquer le plus exact pour juger de la régularité des autres. Ces trois mouvemens si différens avoient chacun trois cadrans mobiles pour les heures , minutes & secondes , & le changement pour chaque jour se faisoit par le moyen de la sonnerie dans le moment de midi , à l'exception des cadrans du mouvemens des Etoiles fixes , dont le changement se faisoit à plusieurs reprises pendant les heures du jour , afin qu'on pût en faire usage à quelque heure de la nuit que ce fût. On peut en voir un plus grand détail dans l'histoire de l'Académie de 1722.

Quelque tems après , le S^r. Thiout Horloger donna un projet de pendule à équation , dont il avoit exécuté en carton les modeles des principales pieces. Le mouvement étoit à l'ordinaire , mais il avoit placé dans la quadrature un plan vertical sur lequel il avoit disposé plusieurs chevilles de différente longueur & à divers éloignemens du centre. Ce plan faisoit sa révolution en un an , & chaque jour une de ces chevilles faisoit échapper une ou plusieurs détentes , ce qui plaçoit l'aiguille des minutes du tems vrai à la distance de celle du tems moyen indiquée pour ce jour-là. J'ai observé qu'il y avoit de ces chevilles de différentes longueurs , les plus grandes servoient lorsque l'équation étoit considérable d'un jour à l'autre , & pour lors une seule cheville faisoit échapper trois détentes à 4 ou 5 heures l'une de l'autre ; & de façon que ce

changement se faisoit dans une proportion assez approchante de celle du Soleil. Sa machine fut approuvée, mais n'a point été exécutée.

L'année dernière le Prieur de Saint-Sernin en fit voir à l'Académie une de son invention. Il avoit ajouté au mouvement ordinaire un plan vertical placé sur le cadran, qui faisoit sa révolution en un an, & qui portoit une rénure suivant une courbe rentrante en elle-même, dans laquelle glissoit une cheville de l'aiguille des minutes qui devoit marquer le tems vrai, y en ayant une autre qui étoit menée par le mouvement de la pendule, & marquoit le tems moyen ou régulier.

Depuis ce tems le Curé de Saint-Cyr en a apporté une à l'Académie qui marquoit l'équation à toutes les heures du jour; ce qui se faisoit par l'élévation & l'abaissement de toute la verge du pendule suspendue au bras d'un levier; cette verge étoit ainsi rencontrée à différentes hauteurs par la fourchette, qui par conséquent agissoit sur elle avec plus ou moins de force, & en accéléroit ou ralentissoit les vibrations suivant qu'elle la prenoit de plus haut ou de plus bas; ce changement étoit déterminé par une courbe tracée, suivant la table des équations.

Si les métaux n'étoient point sujets à des accidens imprévus, indépendamment même de tous ceux qui sont déjà connus, & si l'homme avoit des organes assez parfaits pour observer exactement les plus petites dimensions, on pourroit espérer de porter à une entière perfection des découvertes dont on ne sçauroit que louer l'invention, mais malheureusement tout concourt à s'y opposer. La température de l'air apporte aux métaux un changement considérable, elle étend leur volume, elle le resserre, elle augmente & diminue l'élasticité des ressorts, elle fond ou coagule les huiles qui servent à adoucir les frottemens; enfin ces frottemens même sont dans un changement continuel; ils diminuent quelque tems après la construction de la machine, lorsque les petites inégalités sur lesquelles portoient les pivots, se sont usées & applanies, mais ils augmentent bien-tôt, & deviennent beaucoup plus

considérables qu'ils n'étoient d'abord, lorsqu'après quelques années les pivots s'usent & les trous s'agrandissent inégalement, il s'ensuit alors des accidens tout-à-fait irréguliers & auxquels il est impossible de suppléer par calcul ou par estime. Tous ces inconvéniens, joints à ceux qui résultent de la grossièreté des organes des hommes, font qu'il est extrêmement difficile de construire une pendule qui aille avec la dernière précision, & à plus forte raison lorsqu'on y veut mettre des mouvemens trop composés, & qui ont en eux-mêmes des principes nécessaires d'irrégularité; c'est ce qui fait qu'on ne doit espérer une sorte de justesse & d'exactitude que dans les pendules les plus simples, telles que sont celles dont les vibrations sont d'une seconde, qui n'ont point de sonnerie ni aucun mouvement composé; ce sont même les seules dont on se sert communément dans les observations astronomiques, & malgré la simplicité de leur rouage, on ne pourroit s'assurer de quelque justesse sans une lentille pesante suspendue à l'extrémité d'une longue verge, qui par l'égalité des arcs qu'elle décrit, & par conséquent l'isochronisme de ses vibrations modere & règle le mouvement primitif de l'horloge. C'est donc à cette machine qu'il faut nécessairement revenir; & comme elle ne peut pas suivre le cours apparent du Soleil, mais qu'elle a un mouvement uniforme & des révolutions égales, il faut avoir recours à l'expédient imaginé par M. de la Hire, mais dont on peut rendre l'usage plus étendu, & d'une exécution plus facile.

Nous avons déjà vû les changemens qu'y a faits le S^r, le Roi; il ne s'en est pas tenu là, il a imaginé de couper en deux la courbe de M. de la Hire, qui revenoit quatre fois sur elle-même en serpentant: & par ce moyen il l'a tracée sur un cercle de laiton mobile qui entoure le cadran de la pendule; ayant placé extérieurement sur la fausse plaque deux alidades fixes, l'une à l'heure de midi, & l'autre à six heures, il ne reste plus qu'à tourner avec la main ce cercle qui porte aussi un cadran de minutes, & placer le jour dont on veut sçavoir l'équation sous celle des alidades à laquelle le mois répond; par ce moyen l'aiguille des minutes qui marque sur le cadran fixe de la pendule

l'heure

l'heure moyenne & régulière, marquera sur ce cadran mobile l'heure du Soleil.

Je crois qu'il est difficile de rien imaginer de plus simple, de plus exact & de plus commode ; cependant, pour jouir de cet avantage, il faut construire la pendule à dessein, & on ne peut sans un changement difficile & coûteux le faire appliquer aux pendules déjà faites. C'est à cet inconvénient, qu'on peut dire en être réellement un pour le public, que j'ai tâché de remédier par la machine que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie ; elle ne consiste qu'en deux morceaux de carton & une aiguille joints ensemble par un centre commun, & chacun respectivement mobile l'un à l'égard de l'autre, à l'exception cependant que lorsqu'on veut s'en servir, il faut regarder le carton de dessous comme fixe, & placer avec la main celui de dessus, & l'aiguille, de la manière que nous l'allons enseigner comme on le voit dans la figure ci-jointe.

Voici la méthode suivant laquelle la machine est construite : je trace sur le carton de dessous, regardé comme fixe, un cercle que je divise exactement en 60 parties qui me doivent marquer les minutes du tems vrai ou de l'heure du Soleil : je fais les mêmes divisions sur un cercle pareil tracé sur l'extrémité du carton mobile qui doit servir pour les minutes du tems moyen, c'est-à-dire, être placé suivant l'heure du tems moyen, ou le mouvement régulier de la pendule.

Ayant fait ces dispositions, je marque les divisions des jours, des mois, & voici de quelle manière je les trouve. Je place à volonté une alidade vers un des angles du carton de dessous, & ayant reconnu par expérience que la demi-circonférence du cercle ne suffisoit pas pour tracer toutes les divisions qui doivent aller du même sens, je place l'autre alidade, dans l'angle opposé du carton fixe, mais un peu plus proche du haut du cadran, & à peu-près vis-à-vis la division des 55 minutes. Ayant bien fixé ces deux alidades, je prens dans la Connoissance des Tems la table du tems moyen au midi vrai, & commençant par le premier Janvier, je trouve qu'il doit être midi 4 minutes & 16 secondes à la pendule, lors-

74 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
qu'il sera midi au Soleil. Ayant donc supposé que le cadran du carton fixe marque l'heure du Soleil, je tourne le carton mobile jusques à ce que la division des 4 minutes 16 secondes de son cadran soit au-dessous de celle de 60 minutes du cadran fixe ; pour lors, & sans changer la disposition des deux cartons, je trace sur un des cercles concentriques que j'ai décrits en dedans du cercle de minutes du carton mobile, une division sous la ligne de foi d'une des deux alidades, cette alidade me servant de regle pour la tracer : cette division sera celle qui doit servir pour le premier Janvier, puisque les deux cartons restant disposés en cette sorte, l'équation ou la différence de 4 minutes & 16 secondes qui est celle du jour, se trouvera à toutes les heures entre le cadran du tems moyen & celui du tems vrai.

Je trouve ensuite pour le second Janvier 4 minutes 44 secondes : je place de même ce point du cadran mobile sous les 60 minutes du cadran fixe, & dans cette disposition je trace sous la ligne de foi de la même alidade la division du 2 Janvier : je continue de la même maniere pour tous les jours pendant le tems que la différence augmente, ce qui me mene jusques au 10 Fevrier ; comme l'équation commence alors à diminuer, je suis la même méthode en rétrogradant, & pour éviter la confusion, je trace ces divisions sur le second cercle concentrique au premier que j'ai décrit précédemment, & je marque exactement à chaque division, le jour & le mois auquel elle appartient.

Lorsque je suis parvenu au 15 Mai, je trouve que l'équation qui avoit été en diminuant depuis le 10 Fevrier, recommence à aller en augmentant, & me reporteroit sur les divisions que je viens de tracer ; pour lors je me transporte à l'autre alidade, & n'ayant plus aucun égard à cette premiere, je trace sous la ligne de foi de cette seconde & sur un des cercles dont j'ai parlé, les divisions des mois suivans, allant dans le même sens pendant tout le tems que l'équation augmente, c'est-à-dire, jusques au 25 Juillet ; enfin ce jour-là l'équation commençant à diminuer, & par conséquent les

divisions à rétrograder , je les trace sur le second cercle , en me servant toujours de la même alidade jusques au 31 Octobre , auquel jour l'équation augmentant de nouveau , je reviens à la premiere alidade & au premier cercle , & je me trouve le dernier Décembre être revenu au même point d'où j'étois parti le premier Janvier , de façon que cette premiere alidade me sert depuis le premier Novembre jusques au 15 Mai , & la seconde depuis le 16 Mai jusques au 31 Octobre.

Toutes mes divisions étant ainsi marquées , chacune sous l'alidade qui lui convient , j'écris les noms des mois , & les chiffres des jours de deux en deux , ou de cinq en cinq , suivant l'espace que j'ai entre les divisions qui sont toutes inégales ; je place ensuite une aiguille au centre de mes deux cartons , & lorsque je veux sçavoir le tems vrai , à quelque heure & à quelque jour que ce soit , je place le jour du mois proposé sous la ligne de foi de l'alidade , & l'aiguille sur le cadran intérieur à l'heure que marque la pendule à secondes ; pour lors la même aiguille marque sur le cadran extérieur l'heure qu'il est au Soleil , & la différence de l'une à l'autre par excès ou par défaut.

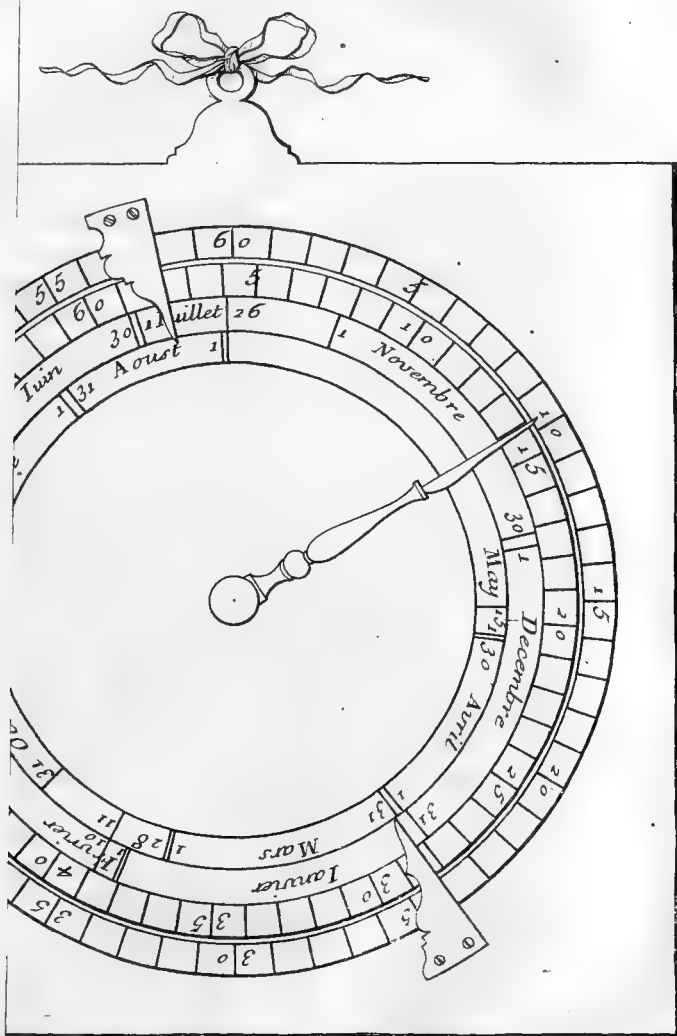
Comme nous avons remarqué dans le commencement de ce Mémoire , qu'il y avoit deux différentes tables d'équation , & que cette méthode ne se peut appliquer jusques-à-présent qu'à la dernière , c'est-à-dire , à celle suivant laquelle la pendule avance & retarde alternativement sur le tems vrai , & par conséquent se trouve quatre fois l'année d'accord avec le Soleil , il est bon de remarquer qu'elle peut servir , & sert en effet pour l'autre ; il ne faut pour cela que placer deux alidades dans les deux autres angles du carton fixe , de façon qu'y portant les mêmes divisions tracées pour les deux premieres , l'aiguille marquera l'heure du Soleil en même tems que celle de la pendule mise d'accord avec le Soleil le premier Novembre. Tout l'art consiste à bien placer ces deux secondes alidades , ce qui se fait en posant , par exemple , le point de 20 minutes 32 secondes du cadran mobile vis-à-vis les 60 minutes du cadran fixe , qui est l'équation marquée pour le premier

Janvier; elle doit déterminer la position de la ligne de foi de l'alidade. On s'y prendra de même pour placer l'autre, & on verra que les mêmes divisions se rapporteront à ces dernières alidades de même qu'aux premières, le tout conformément à la différence qui est entre les deux tables des équations.

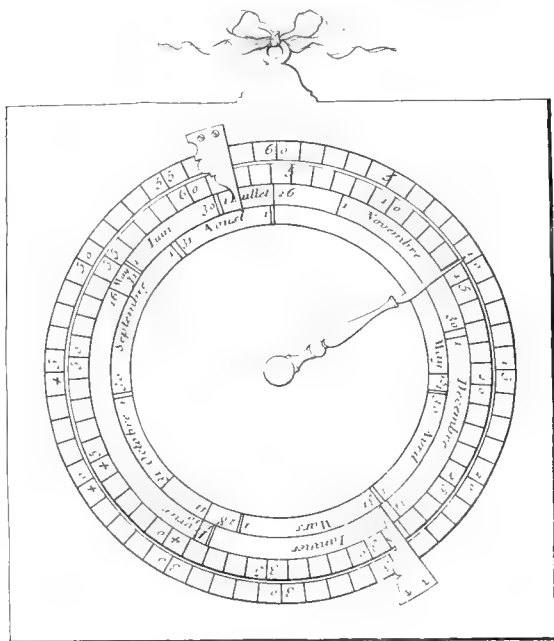
Cette machine servira pour toutes les années; car quoi qu'il y en ait de bissextiles, le jour qu'elles ont de plus que les autres se rencontre à la fin de Février, auquel tems la différence de l'équation d'un jour à l'autre n'est que de quelques secondes; ainsi le peu d'erreur qu'il pourroit y avoir ne tombe que sur un espace presque insensible à l'œil, & sûrement impossible à déterminer par estime, & que par conséquent on peut négliger sans aucun scrupule.

On voit qu'avec cette machine, il suffira pour sçavoir l'heure dans la dernière précision, d'avoir une pendule à secondes, ou même une bonne pendule ordinaire à minutes, car en mettant le carton mobile au jour du mois, & l'aiguille de la machine sur la minute du cadran du tems moyen que marque la pendule, on aura sur l'autre cadran avec la même aiguille, l'heure qu'il doit être au Soleil; ce qui servira aussi, si l'on a une méridienne ou un bon cadran à Soleil, à régler la pendule dans la dernière exactitude; car s'il n'est pas précisément midi au Soleil, lorsque l'aiguille de la machine mise d'accord avec la pendule marque midi au cadran du tems vrai, c'est une preuve que les révolutions du tems moyen ne sont pas égales, c'est-à-dire, que la pendule n'est pas bien réglée, & qu'il la faut retarder ou avancer en abaissant ou élevant la lentille jusques à ce qu'elle marque précisément l'heure indiquée par le cadran du tems moyen de la machine mise au jour du mois & à l'heure du Soleil.

Si l'on n'a pas de méridienne ni de bon cadran à Soleil, & que l'on soit en lieu d'où l'on puisse voir le lever ou le coucher du Soleil, on pourra de même régler la pendule, quoi qu'avec moins de précision, en se servant de la machine; car l'heure marquée dans les tables pour le lever & le coucher du Soleil, se rapporte à l'heure vraie du Soleil; ainsi on ne



Confusion on n'a point tracé dans cette
divisions de 10. en 10. Secondes, ni celles des
is qui le sont dans l'Instrument.



Pour éviter la Confusion on n'a point tracé dans cette
Planche les Divisions de 10 en 10. Secondes, ni celles des
Jours des Mois qui le sont dans l'Instrument.

parviendrait jamais à régler une pendule en la mettant sur le lever & le coucher du Soleil; & pour faire usage de ces tables, il faut se servir de la machine que nous venons de décrire, ou avoir recours au calcul indiqué par la table des équations dans la Connoissance des Tems.

Enfin si tous les secours que nous venons de proposer pour régler la pendule manquoient, & qu'on ne pût point voir le moment du lever ou du coucher du Soleil, on seroit obligé, pour parvenir à la régler, de se servir du passage des étoiles fixes, & pour cela, observer à quelle heure de la pendule une étoile fixe quelconque passe derrière quelque muraille, ou quelqu'autre objet immobile, elle doit y passer le lendemain 3 minutes 56 secondes & demi plutôt; & en cas que lorsqu'elle y passe, la pendule ne marque pas cette heure-là, il faudra l'avancer ou la retarder de la manière que nous venons de le dire, jusques à ce qu'elle soit d'accord avec la révolution de l'étoile fixe, ayant égard à la différence des trois minutes & cinquante-six secondes ou environ, par jour.

Lorsque par un de ces trois moyens on sera parvenu à bien régler la pendule, il faudra la mettre sur le Soleil le premier Novembre, si l'on veut qu'elle avance toujours sur le tems vrai, ou plutôt suivant la table du tems moyen au midi vrai, par ce que la différence ne sera jamais que d'un quart d'heure par excès ou par défaut; alors il ne faut plus toucher à la lentille, ni aux aiguilles, mais se servir de la machine que nous venons de décrire, & de cette manière l'on aura l'heure moyenne sur le cadran mobile, & l'heure vraie du Soleil sur le cadran fixe pour tous les jours & toutes les heures de l'année.

Au reste, je ne propose ce secours qu'à ceux qui ne voudront pas faire la dépense de mettre un cercle mobile autour du cadran de la pendule; car il faut avouer qu'il est encore plus commode de l'avoir sur la pendule même que sur une machine séparée, & que l'application que nous en faisons dans ce Mémoire, n'est que pour en rendre l'usage plus général, & mettre tout le monde à portée de profiter d'un avantage

NOUVELLE METHODE

*Pour connoître & déterminer l'effort de toutes sortes de
machines mues par un courant, ou une chute d'eau.*

*Où l'on déduit de la loi des Mécaniques des formules générales,
par le moyen desquelles on peut faire les calculs de l'effet
de toutes ces machines.*

Par M. P I T O T.

5 Dec.
1725.

I. **L**A force de toutes sortes de machines, quelles que
soient leurs compositions ou leurs rouages, se peut
réduire à celle du levier simple. Cela posé, je dis que sans
avoir égard à leur mécanisme, je puis en faire un examen
général, des plus parfaites même qu'il soit possible de faire,
ou de celles par le moyen desquelles, avec une puissance mo-
trice donnée, on peut mouvoir toute sorte de grands poids;
car il est évident que plus le poids ou le fardeau sera grand,
ainsi en raison réciproque il sera mû avec moins de vitesse.

II. Quoique les frottemens soient une cause de perte
ou de diminution de force dans toutes les machines, nous
n'y aurons cependant nul égard; par-là on sera toujours très-
assuré que si on connoît qu'une machine ne peut produire
l'effet qu'on se propose sans y comprendre les frottemens,
qu'elle sera totalement rejettable.

III. Nous pouvons considérer aussi que la superficie des
aubes, vannes ou pallettes, &c. choquées par le courant ou
la chute de l'eau, lui est opposée directement ou perpendi-
culairement, parce que dans l'examen d'une machine en
particulier, on pourra toujours réduire les chocs obliques
aux chocs directs; car il est démontré que les forces des

impulsions obliques d'un fluide contre une surface plane, sont entr'elles comme les quarrés des sinus des angles d'incidences.

*Regle générale tirée de la loi fondamentale
des Mécaniques.*

IV. En toutes machines le produit de la puissance motrice, ou (ce qui est le même aux machines mues par l'eau) de la force de l'impulsion de l'eau contre les aubes ou vannes, multiplié par la vitesse des mêmes vannes, est toujours égal au produit du poids mû par la machine & de sa vitesse. Ainsi si l'on nomme x , la vitesse des aubes ou vannes, t , la force du choc, P , le poids mû par la machine, & v , sa vitesse, on aura $tx = P \times v$.

Or la vitesse d'un courant d'eau étant donnée en pieds dans une seconde de tems que je nomme a , avec la superficie des aubes, &c. choquées directement par ce courant, voici de quelle maniere on trouvera la force du choc contre les aubes & leurs vitesses.

Calcul de la vitesse que les aubes ou vannes, &c. d'une machine doivent prendre pour produire le plus grand effet possible.

V. M. de la Hire a démontré dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1702, que pour calculer la force du choc de l'eau contre une surface immobile opposée directement à son courant, il faut diviser le quarré du nombre des pieds que ce courant fait dans une seconde par 56, qui est un nombre fixe pour tous les cas, le quotient sera la hauteur d'un solide d'eau qui a pour base la surface opposée, & le poids de ce solide d'eau qu'on trouvera à raison de 72 livres le pied cube, sera l'expression de la force du choc qu'on cherche. Mais cette force contre les aubes d'une roue n'est telle que dans le premier instant du choc, ou que les aubes sont immobiles; car la vitesse d'un courant d'eau contre les aubes

d'une roue en mouvement, ne doit être prise que de la différence ou de l'excès de celle de l'eau sur celle des aubes : & il est clair que si la vitesse des aubes ou vannes étoit égale à celle de l'eau, le choc seroit nul : ainsi les aubes doivent recevoir du courant de l'eau une certaine quantité de vitesse déterminée.

Mais je dis de plus, que pour le plus grand effet d'une machine, cette vitesse doit être telle que son produit par la force du choc soit le plus grand de tous les produits faits de même par une vitesse quelconque des aubes. Cela posé, pour trouver la vitesse des aubes, & la force du choc avec une vitesse du courant de l'eau donnée en pieds dans une seconde de tems égale a ; ayant nommé x , la vitesse des aubes qu'on cherche, $a - x$ sera la vitesse respective avec laquelle le courant rencontrera les aubes ; ainsi par la règle de M. de la Hire, la hauteur du solide d'eau qu'exprimera la force du choc sera $\frac{a-x}{56}$, qu'on peut regarder comme la valeur du solide, en prenant l'unité seulement pour la superficie des aubes : mais ce solide d'eau étant multiplié par 72 livres, donnera la valeur de la force du choc de $72 \times \frac{a-x}{56}$ ou $\frac{9}{7} \times aa - 2ax + xx$, dont le produit par la vitesse des aubes x , sera $\frac{9}{7} \times aax - 2axx + xx^2$, pour la quantité de mouvement, laquelle doit être un plus grand ; ainsi suivant la méthode on aura cette équation $\frac{9aax - 18axx + 9x^2}{7aa} = y$, dont la différence est $\frac{9aadx - 16axdx + 27xxdx}{7aa} = dy = 0$, de laquelle on tirera cette autre équation $aa - 4ax + 3xx = 0$ pour avoir $x = \frac{2}{3}a \pm \sqrt{\frac{4}{9}aa - \frac{1}{3}aa}$. D'où l'on voit que les deux valeurs de x sont l'une $= a$, & l'autre $= \frac{1}{3}a$, ainsi la vitesse que les aubes d'une roue doivent prendre naturellement pour produire le plus grand effort possible, doit être toujours $\frac{1}{3}$ de celle du courant de l'eau.

Déterminer.

*Déterminer la force du choc & la quantité
de mouvement.*

VI. La vitesse des aubes ou vannes pour le plus grand effet d'une machine ayant été trouvée égale $\frac{1}{3} a$, on aura la vitesse respective avec laquelle le courant de l'eau rencontrera les aubes, égale $\frac{2}{3} a$; or il est démontré que les chocs de l'eau & de tout autre fluide sont entr'eux comme les quarrés de leurs vitesses; ainsi le quarré de $\frac{2}{3} a$, ou $\frac{4}{9} aa$, sera l'expression de la force du choc de l'eau par la vitesse $\frac{1}{3} a$, qu'il faut multiplier par $\frac{1}{3} a$, vitesse des aubes, pour avoir la quantité de mouvement, égale $\frac{4}{27} a^3$.

*Formule générale pour toutes les Machines mues par le
courant de l'eau.*

VII. Si par la même règle de M. de la Hire, on divise le quarré de la vitesse respective du courant contre les aubes $\frac{4}{9} aa$ par 56, on aura la hauteur du solide d'eau qui exprime la force du choc de $\frac{4}{9} \times \frac{aa}{56}$ ou $\frac{aa}{126}$; & si l'on nomme ff la superficie des aubes présentée directement au courant de l'eau, $\frac{aa ff}{126}$ sera la valeur du solide d'eau en pieds cubes, qu'il faut multiplier par 72 livres, que nous prenons pour le poids d'un pied cube d'eau, pour avoir $\frac{72 aa ff}{126}$ ou $\frac{4}{7} a a ff$, pour la valeur de la force du choc t , qu'il faut multiplier par la vitesse des aubes $x = \frac{1}{3} a$ pour avoir la quantité de mouvement par la règle générale, $tx = \frac{4}{21} a^3 ff = P \times v$.

VIII. L'égalité que nous venons de trouver est une formule générale par le moyen de laquelle on pourra connoître exactement la plus grande force, & tout ce qu'on peut espérer des machines propres à mouvoir de grands poids, &c. par le moyen du courant de l'eau, & cela sans avoir besoin de connoître la disposition ou le mécanisme du dedans de la machine.

Mem. 1725.

L

Exemples pour l'usage de la Formule générale.

$$\frac{4}{11} a^3 ff = P \times v.$$

E X E M P L E I.

IX. Soit la vitesse a du courant de l'eau de 3 pieds par secondes de tems, ff la superficie des aubes de 100 pieds quarrés, & le poids P que la machine doit mouvoir, ou, ce qui est le même, la force qu'elle doit faire de 3000 livres; on aura $a=3$, $ff=100$, & $P=3000$. Ces valeurs étant substituées dans la formule, on trouvera celle de la vitesse v du poids P dans une seconde de tems de $\frac{14}{11}$ d'un pied, ce qui donne 617 pieds $\frac{1}{2}$ par heure.

E X E M P L E II.

La vitesse v étant donnée de 3 pieds par seconde, celle du courant a de 4 pieds, la surface des aubes ou vannes $ff=100$ pieds, on trouvera la valeur du poids P , ou de la force que la machine peut faire avec une telle vitesse, en substituant ces valeurs dans la formule, pour avoir $P=406$ livres $\frac{23}{63}$.

E X E M P L E III.

La vitesse v étant donnée de 3 pieds par seconde avec le poids P , ou la force que la machine doit faire de 3000 livres, & le courant de l'eau $a=3$ pieds, on trouvera dans la formule la grandeur des aubes $ff=1750$ pieds quarrés.

E X E M P L E IV.

Enfin si la vitesse v est donnée de 3 pieds par seconde, le poids ou la force $P=3000$, avec la grandeur des aubes $ff=100$ pieds quarrés, on trouvera la vitesse a que le courant de l'eau doit avoir pour faire aller ou mouvoir la machine avec toutes ces conditions, en divisant la valeur de $P \times v=9000$ par $\frac{4}{11} ff=\frac{400}{11}$, la racine cube du quotient sera à-peu-près 7 pieds $\frac{1}{4}$ pour la vitesse a que le courant doit avoir.

Applications de nos calculs aux machines proposées pour remonter les Batteaux sur les Rivières, sans employer la force des chevaux.

X. Pour faire un examen exact de toutes ces sortes de machines, il faut 1°. connoître la vitesse du courant de la rivière sur laquelle on veut les construire; ainsi pour la rivière de Seine, par exemple, j'ai trouvé par les expériences de M^{rs} Mariotte, de la Hire, du R. P. Sébastien, & celles que j'ai faites moi-même, que la rapidité ou le courant moyen de cette rivière est tout au plus de 2 pieds $\frac{1}{2}$ par seconde dans sa moyenne largeur. 2°. Que la force qu'il faut pour tirer un grand bateau chargé sur la Seine est à-peu-près de 2000 livres, lorsqu'on lui fait faire un pied & demi par seconde, ce qu'on peut calculer par deux voies différentes. La première, en évaluant cette force par le nombre des chevaux qu'on emploie, si l'on sçait à peu-près ce qu'un cheval peut tirer, ayant égard aussi à la direction oblique de la corde, quoiqu'elle soit très-variable. Or on emploie pour tirer les grands bateaux de la Seine, dix, douze & même quatorze chevaux, & on sçait que chaque cheval peut tirer environ 175 livres, par les expériences de M^{rs} Sauveur & de la Hire; ainsi la force que douze chevaux peuvent faire à tirer sera à-peu-près de 2100 livres; surquoi il faut faire la réduction ou la diminution causée par la direction oblique du tirage qu'on trouvera par cette proposition:

Comme le sinus total
au sinus du complément de l'angle d'inclinaison de la corde.

Ainsi la force absolue des chevaux a la force réduite avec laquelle le bateau est tiré: on substituera cette force à la place de P dans la formule.

XI. La seconde manière de calculer la valeur de P , ou de la force qu'il faut pour tirer les grands bateaux, vaut beaucoup mieux; elle consiste à calculer la force du choc de l'eau

84 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
 contre la surface que le bateau oppose directement à son cou-
 rant, ce qu'on peut faire facilement; car soit v , la vitesse avec
 laquelle le bateau est tiré, & rr la surface qu'il présente au cou-
 rant, il est clair que $a + v$ sera la vitesse respective du cou-
 rant contre le bateau, ainsi par la même règle que ci-dessus,
 $\frac{a+v}{56}$ sera la hauteur d'un solide d'eau qui exprime la force du
 choc, & $\frac{a+v}{56} \times 72 \times rr = \frac{2}{7} \times a + v \times rr$ sera la valeur;
 laquelle force est la même que celle qu'il faut employer pour
 tirer le bateau, c'est pourquoi si on la substitue à la place de
 P dans la formule générale, on aura une formule particuliere
 pour toutes les machines qu'on peut proposer pour remonter
 les bateaux sur les rivières.

$$\frac{4}{21} a ff = \frac{2}{7} \times a + v \times rr \times v.$$

Usage de cette Formule.

XII. Si l'on propose maintenant de trouver la valeur de
 la puissance motrice, ou ce qui est le même, la grandeur des
 aubes ou vannes d'une machine, pour qu'elle puisse faire mon-
 ter un grand bateau sur la Seine qui présenteroit au courant
 une surface de 108 pieds quarrés, telle que M. de la Hire l'a
 trouvée par les grands bateaux de cette rivière, & avec un
 pied & demi de vitesse par seconde, ce qui est à-peu-près celle
 des chevaux, on aura $a = 2$ pieds $\frac{1}{2}$, $v = 1$ pied $\frac{1}{2}$, &
 $rr = 108$, ainsi $a + v = 4$. Toutes ces valeurs étant substi-
 tuées dans la formule, on trouvera la grandeur des aubes ou
 vannes que la machine doit avoir de 1120 pieds = ff .

Cette prodigieuse grandeur de vannes qu'il faut mettre à
 une machine pour la rendre capable de tirer un grand bat-
 teau, fait voir clairement le succès qu'on doit espérer de tou-
 tes celles qu'on propose sur ce sujet. Car, si, par exemple,
 une de ces machines ne présente au courant de la rivière que
 64 pieds de surface de vanne, telle qu'est celle qu'on a con-
 struite depuis peu pour remonter les bateaux de Rouen à Paris,

pour trouver la plus grande force que cette machine peut faire avec une vitesse d'un pied & demi par seconde, on aura $a = 2$ pieds $\frac{1}{2}$, $= \frac{1}{2}$, $ff = 64$, & $v = 1$ pied $\frac{1}{2}$, $= \frac{1}{2}$. Et l'on trouvera par la première formule la force $P = 127$ livres. Ainsi cette machine ne peut faire tout au plus que la force d'un cheval.

Enfin si l'on veut construire une machine dont les aubes soient beaucoup plus grandes, comme de 120 pieds, pour trouver la force qu'on peut faire avec une vitesse d'un pied & demi par seconde, ce qui est à-peu-près celle des chevaux en tirant les grands bateaux, on aura $a = \frac{1}{2}$, $ff = 120$ & $v = \frac{1}{2}$, d'où l'on trouvera $P = 238 \frac{2}{11}$. Or la vitesse de l'eau de la Seine contre la surface d'un bateau qui fait un pied & demi de chemin, en montant, étant de 4 pieds on trouvera que cette force de $238 \frac{2}{11}$ est la même que celle qu'il faudroit pour tirer une surface de 11 pieds $\frac{31}{4}$, ou ce qui est le même, un bateau qui présenteroit au courant 11 pieds $\frac{11}{4}$, au lieu que les grands bateaux de la Seine présentent de 100 à 110 pieds. Pour prouver clairement que cette petite surface de 11 pieds $\frac{31}{4}$, fait équilibre avec 120 pieds de surface des aubes, il faut voir si le produit du choc d'un courant de 4 pieds sur 11 pieds $\frac{11}{4}$, multiplié par un pied & demi de vitesse, si ce produit, dis-je, est égal au produit du choc d'un courant de $\frac{1}{3}$ de pied contre une surface de 120 pieds par la vitesse $\frac{1}{2}$ de pied égal au tiers du courant de la rivière; on trouvera par l'un & l'autre calcul le même produit de $357 \frac{1}{7}$.

Des vitesses que les aubes peuvent prendre.

XIII. On peut voir clairement par ce qui a été dit, (*Art. V.*) que la vitesse des aubes ne peut jamais être moindre que le tiers de celle du courant de l'eau, mais que si l'usage de la machine est tel qu'on n'ait pas besoin de son plus grand effort; alors cette vitesse des aubes deviendra plus grande que le tiers de celle du courant toujours de plus en plus, à proportion que le produit du poids ou de la force P , par la vitesse v , sera moindre, jusqu'à ce qu'enfin elle deviendroit égale à celle du courant si le produit $P \times v = 0$.

Calcul de la vitesse des aubes ou vannes , dans tous les cas moyens.

XIV. Pour trouver la vitesse que les aubes prendront pour produire une force quelconque , moindre que la plus grande que la machine peut faire , nous nommerons , pv , le produit du poids qu'on veut mouvoir par la vitesse qu'il faut lui donner , a , la vitesse de l'eau , ff , la surface des aubes , & x , leurs vitesses qu'il faut trouver ; ainsi la vitesse respective de l'eau sera $a - x$, & par la règle de M. de la Hire $\frac{2}{7} \times a - x \times ff$, sera la force du choc , mais par la règle générale (*Art. IV.*) $\frac{2}{7} \times x \times a - x \times ff \times x = pv$, ce qui donne $a - x \times x = \frac{7}{2} \frac{pv}{ff}$ ou $x^3 - 2axx + aax = \frac{7}{2} \frac{pv}{ff}$, dont l'une des racines sera la vitesse x qu'on cherche.

Si l'on suppose que x soit la vitesse respective , celle des aubes sera $a - x$, & $\frac{2}{7} x \times x \times ff$ sera la force du choc ; ainsi $\frac{2}{7} x \times x \times ff \times a - x = pv$, qu'on réduit à $x^3 - axx + \frac{7}{2} \frac{pv}{ff} = 0$, Dont l'une des racines sera la vitesse respective , & $a - x$, celle des aubes.

R E M A R Q U E.

XV. Les exemples que nous avons donnés font voir clairement qu'on ne peut tirer une force considérable du choc de l'eau du courant ordinaire des rivières. C'est pour cela même qu'à presque toutes les machines mues par l'eau , comme celles qui servent à mouvoir les pistons des pompes , les marteaux des forges , & la plupart des moulins à bled , à papier , à poudre , foulon , &c. on retient l'eau par plusieurs moyens pour faire des espèces de réservoirs , ou biais , dont le niveau soit élevé au-dessus des aubes de la roue , à proportion de la force dont on a besoin , car une très-petite chute d'eau a plus de force que le courant ordinaire d'une rivière , comme la Seine , &c. ainsi qu'on peut le calculer par l'article suivant.

Sur l'effort des machines mûes par une chute d'eau.

XVI. Pour trouver la force, la vitesse, &c. de toutes fortes de machines mûes par la chute de l'eau d'un réservoir sur les aubes de la roue qui lui sert de puissance, il est bon de se rappeler un principe d'Hydraulique, démontré dans le *Traité du Mouvement des Eaux* de M. Mariotte ; sçavoir, que les vitesses que les eaux acquièrent par leurs chûtes, sont entr'elles en raison soubdoublée des hauteurs du réservoir d'où elles tombent. Or suivant M. de la Hire, l'eau parcourt, en tombant dans une seconde de tems, un espace de 14 pieds, ainsi la vitesse uniforme après sa chute de 14 pieds sera de 28 par seconde. Si donc on nomme b , la hauteur d'un réservoir quelconque, & u , la vitesse que l'eau doit acquérir en tombant de ce réservoir, on aura $\sqrt{14} \cdot \sqrt{b} :: 28 \cdot u$. ou $\sqrt{14} \cdot 28 :: \sqrt{b} \cdot u :: 14 \cdot 28$. ou $784 :: b \cdot u :: 1 \cdot 56$. ainsi $u = \sqrt{56b}$ par la vitesse acquise par la chute de la hauteur b .

Démonstration de la Regle de M. de la Hire dont nous nous sommes servis.

XVII. Si on se rappelle encore cet autre principe d'Hydraulique, où l'on démontre que lorsqu'une surface est choquée par une chute d'eau d'une certaine hauteur, la force du choc est égale à un solide d'eau de même hauteur, & d'une base égale à la surface choquée, on verra naître la démonstration de la regle de M. de la Hire ; car par cette regle il faut diviser le quarré de la vitesse par 56 pour avoir la hauteur b du solide d'eau qui exprime la force du choc. Or on vient de trouver que la vitesse est $\sqrt{56b}$, dont le quarré $56b$ étant divisé par 56, donnera la hauteur b . Donc &c.

Formule pour toutes les Machines mûes par une chute d'eau.

XVIII. Ayant trouvé que la vitesse du courant de l'eau acquise par sa chute de la hauteur b , est $\sqrt{56b}$; celle des aubes pour le plus grand effort des machines sera $\frac{1}{3} \sqrt{56b}$, & la vitesse respective $\frac{2}{3} \sqrt{56b}$, donc $\frac{4}{9} b$ fera la hauteur du solide d'eau qui exprimera la force du choc. Si l'on nomme ss la superficie des aubes, & qu'on multiplie par 72 livres que nous prenons pour le poids d'un pied cube d'eau, on aura l'expression du poids du solide ou de la force du choc, de $32bss$. Maintenant si l'on nomme P le poids ou l'effort que la machine doit faire, & v la vitesse qu'elle lui doit donner, on aura par la regle générale cette formule $32bss \times \frac{1}{3} \sqrt{56b} = P \times v$, par le moyen de laquelle on trouvera la plus grande force, & généralement tout ce qu'on doit attendre des machines mûes par la chute de l'eau.

Exemples pour l'usage de la Formule.

$$32bss \times \frac{1}{3} \sqrt{56b} = P \times v.$$

EXEMPLE I.

Soit la hauteur b du niveau de l'eau au-dessus des aubes de 3 pieds, $ss = 100$ pieds, $P = 3000$ livres; on substituera ces valeurs dans la formule pour avoir la vitesse v avec laquelle le poids P fera mû.

1°. On trouve $\frac{1}{3} \sqrt{56b} = 4 \frac{32}{100}$.

2°. $32bss = 9600$, donc $32bss \times \sqrt{56b} = 41472$
& $v = \frac{41472}{3000} = 13 \frac{103}{125}$ pieds par secondes.

EXEMPLE II.

Si la hauteur du réservoir ou biais b , est 4 pieds, le poids P qu'il

qu'il faut mouvoir de 540 livres, & la surface des aubes de $\frac{10}{9}$ d'un pied, on trouvera la vitesse $v = \frac{23936}{18225}$ de pieds dans une seconde, ce qui donne près de 79 pieds par minute.

Cet exemple est le calcul de la vitesse d'un martinet ou petite forge; & comme il faut environ 6 pouces de la vitesse que nous avons trouvée pour faire lever le marteau à une hauteur de 15 ou 18 pouces, il s'ensuit que par notre calcul le marteau doit donner environ 160 coups par chaque minute; ce que j'ai trouvé de même par les expériences que j'ai faites sur les lieux en Nivernois.

E X E M P L E III.

La vitesse v étant donnée de $\frac{17}{12}$ de pieds par seconde, la hauteur b de la chute de l'eau de $\frac{1}{2}$ pieds, & les aubes ff de 135, on trouvera la force ou le poids que la machine peut mouvoir avec la vitesse donnée v , de 4938 livres $= P$. Cet exemple est le calcul que j'ai fait de la force des pompes du Pont Notre-Dame, c'est-à-dire, que la force qui fait mouvoir les pistons est de 4938 livres.

E X E M P L E IV.

Si la vitesse $v = \frac{1}{2}$ pied par seconde, $b = \frac{1}{3}$ ou 4 pouces, $ff = 94$ pieds, on trouvera la force de la machine ou le poids P , de 722 livres.

Ce calcul est celui que nous avons fait de la force que la roue de la Pompe de la Samaritaine peut fournir pour mouvoir les pistons avec la vitesse v .

Il est bon de dire ici qu'il peut arriver tous les jours du changement à la force motrice des Pompes que nous avons déterminées, soit par l'augmentation de la rivière, &c.

E X E M P L E V.

Si $P = 3000$, $v = 3$ pieds 8 pouces, $ff = 64$ pieds quarrés, pour trouver la hauteur b de la chute d'eau sur les aubes pour faire aller la machine avec toutes ces conditions,

Mem. 1725.

M

on réduira la formule à $\frac{523.4}{9} \sqrt[3]{b} = P \times v$. D'où l'on tirera $b = \sqrt[3]{\frac{11251000000}{2348810247}}$. Enfin ayant achevé le calcul, on trouvera la hauteur $b = 1$ pied 8 pouces 4 lignes.

De cet exemple il s'ensuit que si par le moyen de la machine qu'on a construite pour remonter les batteaux, on vouloit tirer un fardeau, &c. avec une force de 3000 & une vitesse de 3 pieds 8 pouces par seconde pour faire une lieue de 2200 toises par heure, il faudroit que l'eau tombât sur les aubes de la hauteur d'un pied 8 pouces 4 lignes.

XIX. Quoique la formule que nous avons donnée pour toutes les machines mues par le courant de l'eau, soit fondée sur un principe généralement reçu; sçavoir, que la force du choc des fluides est toujours en raison doublée de leurs vitesses; ce principe n'étant qu'une suite nécessaire de l'hypothèse de Galilée sur l'accélération de vitesse que les corps pesans acquièrent en tombant: j'ai reconnu cependant qu'il étoit important de joindre à ce Mémoire les nouvelles recherches que j'ai faites sur ce sujet. 1°. Pour donner à notre théorie toute l'étendue & toute la généralité possible. 2°. Pour déduire des principes & des regles dont nous nous sommes servis, des formules pour les machines mues par le vent. 3°. Et enfin pour démontrer que le cas des machines mobiles vers un point fixe contre le courant du fluide qui lui sert de puissance, n'a aucun avantage & se réduit précisément au même que celui des machines fixes, ce qu'il sera à propos de démontrer; car il paroît vraisemblable (que si une machine monte le courant de l'eau avec le fardeau qu'elle tire, comme sont la plupart de celles qu'on propose pour remonter les batteaux) il paroît, dis-je, qu'on doit prendre dans ce cas pour la vitesse totale du courant de la rivière, contre les aubes de la machine, la somme du même courant & du chemin que la machine fait vers le point fixe. Comme ce paralogisme se présente naturellement de lui-même, nous le démontrerons dans toute son étendue.

XX. Nous avons dit ci-dessus que le principe ou la regle

du choc des fluides , n'est qu'une suite nécessaire de l'hypothèse de Galilée sur la chute des corps , que tous les Mathématiciens ont reçue & que les expériences ont toujours confirmée : ce qu'on peut démontrer facilement , car une vitesse uniforme d'un corps peut toujours être regardée comme une vitesse acquise par ce corps en tombant : ainsi si l'on nomme h , la hauteur ou la longueur qu'un corps a parcouru en tombant dans une seconde de tems , par l'hypothèse de Galilée \sqrt{h} sera l'expression de la vitesse acquise à la fin de la première seconde , & $2h$ exprimera la longueur que ce corps doit parcourir dans une seconde d'une vitesse uniforme égale à la vitesse acquise à la fin de cette première seconde ; ainsi en nommant a , une vitesse quelconque d'un fluide , b la hauteur d'où ce fluide doit tomber pour acquérir cette vitesse , on aura $2h. \sqrt{h} :: a \sqrt{b}$. ou $4hh. h :: aa. b$. & $\frac{aa}{4b} = b$.

Mais la force du choc de l'eau par la vitesse a , est égale à un solide d'eau qui a pour base la surface choquée , & pour hauteur la hauteur $b = \frac{aa}{4b} \cdot \frac{aa}{4b}$, exprimera la force du choc par la vitesse a ; si l'on prend une autre vitesse quelconque z , on trouvera de même que l'expression du choc fait par cette vitesse , sera $\frac{zz}{4b}$. Donc la force du choc par la vitesse a , est à la force du choc par la vitesse $z :: \frac{aa}{4b} \cdot \frac{zz}{4b} :: aa. zz$. Donc , &c.

XXI. Si nous voulons maintenant donner à nos formules toute l'universalité possible , pour trouver la force , la vitesse , &c. de toutes les machines mues par des fluides , suivant toutes les hypothèses à l'infini. Soit $h^{\frac{n}{m}}$ l'expression générale de la vitesse de l'eau acquise de la hauteur h , dans une seconde de tems , & si l'on prend une vitesse donnée a , on aura $2h. h^{\frac{n}{m}} :: a. b^{\frac{n}{m}}$ ou $2h^{\frac{m}{m}}. h :: a^{\frac{m}{n}}. b$.

Donc $\frac{ba^{\frac{m}{n}}}{2h^{\frac{m}{n}}} = b$, ou la hauteur du solide qui exprime la

force du choc fait par la vitesse a . Mais pour trouver, ainsi qu'à l'Art. V. de notre Mémoire, la vitesse des aubes ou vannes, soit p la pesanteur spécifique de l'eau ou d'un fluide quelconque, ff la surface des aubes, x la vitesse qu'elles doivent prendre pour produire le plus grand effet. $a - x$ sera

la vitesse respective, & par l'hypothese générale $\frac{b p f f}{2 b^{\frac{m}{n}}} \times a - x$ fera la valeur du solide qui exprime la force du choc, qu'il faut multiplier par x , pour avoir la quantité de

mouvement $\frac{b p f f}{2 b^{\frac{m}{n}}} \times x \times a - x$, laquelle doit être un plus grand, ainsi sa différence est $\frac{b p f f}{2 b^{\frac{m}{n}}} d x \times a - x$.

$$- \frac{b p f f}{2 b^{\frac{m}{n}}} \times \frac{m}{n} x \times a - x^{\frac{m}{n}-1} d x = 0. \text{ D'où l'on tire}$$

en divisant chaque terme par $\frac{b p f f}{2 b^{\frac{m}{n}}} \times a - x^{\frac{m}{n}-1} d x$,

$a - x = \frac{m}{n} x$, ou $\frac{n}{m+n} a = x$ pour la vitesse des aubes; d'où l'on aura la vitesse respective du fluide contre les aubes $= \frac{m}{m+n} a$.

Maintenant pour avoir la hauteur du solide qui exprime la force du choc, on dira comme ci-dessus :

$$\text{Si } 2 h . h^{\frac{n}{m}} :: \frac{m}{m+n} a . b^{\frac{n}{m}}, \text{ ou } 2 h^{\frac{m}{n}} . h ::$$

$$:: \frac{m^{\frac{m}{n}} a^{\frac{m}{n}}}{m+n^{\frac{n}{m}}} . b, \text{ ainsi } \frac{b m^{\frac{m}{n}} a^{\frac{m}{n}}}{2 b^{\frac{n}{m}} \times m+n^{\frac{n}{m}}} = b, \text{ ou la hauteur du}$$

fluide qu'il faut multiplier par $p f f$ pour avoir la force du choc $= \frac{b p f f}{2 b^{\frac{m}{n}}} \times \frac{m^{\frac{m}{n}} a^{\frac{m}{n}}}{m+n^{\frac{n}{m}}}$, laquelle étant multipliée par la vi-

teffe des aubes $\frac{a}{m+n} a$, donnera la quantité du mouvement, qu'il faut éгалer à $P \times v$ de notre formule; pour avoir une formule univerfelle, fuivent toutes les hypothefes à l'infini

$$\frac{b p f f}{2 h^{\frac{m}{n}}} \times \frac{m^{\frac{m}{n}} a^{\frac{m}{n}}}{m+n^{\frac{m}{n}}} \times \frac{n}{m+n} a = P \times v.$$

Si entre toutes les hypothefes à l'infini on prend celle de Galilée, alors $n=2$, $n=1$; mais fi de plus, la hauteur ou la longueur h , qu'un corps en tombant parcourt dans la premiere feconde de fa chute est de 14 pieds, & le poids p d'un pied cube d'eau de 72 livres, toutes ces valeurs étant fubftituées dans la formule univerfelle, elle deviendra la premiere formule générale de notre Mémoire, ou $\frac{4}{31} a^3 f f = P \times v$: mais fi au lieu de la viteffe a , on fubftitue fa valeur $\sqrt{4 h b}$ tirée de la proportion ci-deffus, $4 h h . h : a a . b$, on aura en mettant les mêmes valeurs que ci-deffus à la place de m , n , h & p , la feconde formule de notre Mémoire pour toutes les machines mûes par une chute d'eau de la hauteur b . $\frac{32}{3} b f f \times \sqrt{5 b b} = P \times v$.

XXII. Pour rendre l'ufage de nos formules général pour toutes les machines mûes par l'eau, nous avons nommé P la valeur du poids ou de la force que la machine doit faire pour mouvoir ou tirer un fardeau avec la viteffe v ; mais dans certains cas particuliers, comme pour les machines propofées pour remonter les bateaux, on rendroit l'ufage de la formule plus commode, en fubftituant au lieu de P , la force du choc de l'eau contre le bateau, ce qu'on peut faire facilement en cette forte.

Soit v , la viteffe avec laquelle le bateau est tiré par la machine, & $r r$, la furface qu'il préfente au courant; $a+v$ fera la viteffe refpective du courant contre cette furface, on aura

donc pour toutes les hypothefes à l'infini $2 h^{\frac{m}{n}} . h ::$
 $:\frac{m}{a+v}^{\frac{m}{n}}$ à la hauteur du folide qui exprime la force du

choc , égale $\frac{b}{2b^{\frac{m}{n}}} \times a + v^{\frac{m}{n}}$, laquelle étant multipliée par rr & par p , pesanteur spécifique d'un pied cube d'eau , on aura $\frac{b p r r}{2b^{\frac{m}{n}}} \times a + v^{\frac{m}{n}}$ pour la force du choc contre le bateau ou la valeur de P , qu'il faut substituer dans la formule universelle pour avoir $\frac{b p f f}{2b^{\frac{m}{n}}} \times \frac{m^{\frac{m}{n}} a^{\frac{m}{n}}}{m + n^{\frac{m}{n}}} \times \frac{n a}{m + n} =$
 $= \frac{b p r r}{2b^{\frac{m}{n}}} \times a + v^{\frac{m}{n}} \times v$, ou bien $f f \times \frac{m^{\frac{m}{n}} a^{\frac{m}{n}}}{a + n^{\frac{m}{n}}} \times$
 $\times \frac{n a}{m + n} = r r \times a + v^{\frac{m}{n}} \times v$.

Par cette formule on trouvera facilement , suivant toutes les hypothèses à l'infini , tout ce qu'on peut espérer des machines proposées pour remonter les bateaux, &c. Pour la réduire à une formule générale , suivant l'hypothèse de Galilée , on substituera 2 à la place de m , & 1 à celle de n , il viendra cette autre formule $\frac{4}{27} a^3 f f = a + v \times v \times r r$, dans laquelle trois des quantités a , v , $f f$, & $r r$ étant données , on trouvera la quatrième. Si , par exemple , la vitesse v , avec laquelle le bateau doit être tiré , est égale à celle du courant a , on aura $\frac{4}{27} f f = 4 r r$, ou $f f = 27 r r$; d'où l'on voit que dans ce cas la surface des aubes doit être 27 fois plus grande que celle que le bateau présente au courant. Mais si la vitesse v est d'un pied par seconde seulement , celle de l'eau de 2 pieds $\frac{1}{2}$, & la surface des aubes ou vannes de la machine de 360 pieds , on trouvera la surface $r r$ qu'un bateau doit présenter pour être tiré par la machine de 68 pieds. Maintenant pour trouver la grandeur de ce bateau , ou son rapport avec les plus grands que la rivière peut porter , on dira , en supposant que les bateaux sont des solides semblables , & que les plus grands

présentent au courant 100 pieds ; par exemple , comme 100 multiplié par sa racine 10, ou 1000 est à 68 , multiplié par sa racine $\sqrt{68}$ de $8\frac{1}{4}$ à peu-près , ou 561 :: ainsi le grand bateau fera au bateau que la machine pourra tirer.

XXIII. Pour appliquer tout ce que nous avons dit jusqu'ici aux machines mûes par le vent, il faut connoître 1°. la différence entre la force du choc de l'air & celle du choc de l'eau. 2°. Le rapport du choc direct du vent au choc oblique , lorsque la surface des aîles est oblique à sa direction , comme celles des moulins , &c. Je trouve que M. Mariotte a satisfait à la première de ces recherches dans son *Traité du Mouvement des Eaux* ; car , selon lui , pour que la force du choc du vent soit égale à la force du choc de l'eau , il faut que la vitesse du vent soit 24 fois plus grande que celle de l'eau. Il suit de ce principe que si la vitesse de ces deux fluides est égale , la force du choc de l'eau est 576 fois plus grande que celle de l'air. Car si la vitesse de l'air ou du vent doit être 24 fois plus grande que celle de l'eau , pour que son choc soit égal à celui de l'eau , lorsque la vitesse de l'eau sera 1 , celle du vent doit être 24 ; mais comme le choc des fluides est toujours exprimé par le quarré de leurs vitesses , on aura le quarré de 1 pour le choc de l'eau , & le quarré de 24 ou 576 pour celui du vent ; or puisque 1 de choc de l'eau est égal à 576 de choc du vent , il s'ensuit , &c.

Voyez les
pages 180.
& 206.

A l'égard du rapport de la force du choc direct au choc oblique , on peut voir ce que M^{rs} Mariotte & Parent ont écrit sur ce sujet , pour lequel nous donnerons bientôt un Mémoire particulier , où l'on trouvera des Méthodes faciles pour calculer le rapport entre les forces des impulsions directes & obliques , que nous marquerons simplement ici par $\frac{c}{d}$.

XXIV. On peut voir facilement par tout ce qui a été dit ci-dessus , que pour réduire la première formule générale de notre Mémoire pour toutes les machines mûes par la vitesse ou le courant de l'eau à une formule générale pour toutes les machines mûes par la vitesse de l'air ou par le vent , il faut

simplement diviser la force du choc de l'eau que nous avons trouvé de $\frac{4}{7} a a f f$ pour le plus grand effet des machines par 576 pour avoir $\frac{4}{504} a a f f = \frac{1}{1008} a a f f$, expression de la force du choc direct du vent, qu'il faut multiplier par le rapport $\frac{d}{c}$, que je suppose qu'on a calculé suivant l'angle de l'obliquité des ailes, on aura $\frac{1}{1008} \times \frac{d}{c} a a f f$ pour la force du choc oblique, laquelle étant multipliée par $\frac{1}{3} a$, vitesse des ailes, on aura $\frac{1}{1008} \times \frac{d}{c} \times a a f f \times \frac{1}{3} a$ pour la quantité de mouvement qu'il faut égaler à $P \times v$ pour avoir enfin la formule générale de toutes les machines mues par le vent, $\frac{1}{1008} \times \frac{d}{c} \times a a f f \times \frac{1}{3} a = P \times v$, ou $\frac{1}{504} \frac{d}{c} a^3 f f = P \times v$; dans laquelle a marque la vitesse du vent, $f f$ la surface des ailes, P la valeur du poids mû par la machine, & v sa vitesse. Ainsi dans toutes les machines mues par le vent comme les moulins, &c. si l'on veut trouver la valeur du poids P , on substituera dans la formule la vitesse ou le chemin que le vent fait dans une seconde de tems à la place de a ; la surface des ailes en pieds quarrés à celle de $f f$; la vitesse en pieds par seconde que doit avoir le poids mû par la machine à celle de v : & l'on aura la valeur en livres pesant de la force P . Mais si l'on demande de trouver la vitesse du poids mû par la machine, on substituera à la place de a , $f f$ & v leurs valeurs, & on aura la vitesse v ; de même les valeurs de $f f$, P & v étant données, on trouvera la vitesse a que le vent doit avoir, en observant toujours de faire la réduction causée par l'obliquité des ailes. Qu'on propose, par exemple, de faire des chariots à vent capables de transporter à peu-près le même fardeau que les charrettes ordinaires, on doit d'abord remarquer que pour tirer les charrettes médiocres, il faut trois chevaux, & que chaque cheval, comme nous avons dit, Article X, peut tirer environ 175 livres; ainsi la force des trois chevaux fera de 525 livres, mais prenons seulement 500 livres pour la force qu'il faudroit employer pour tirer un tel chariot chargé; si l'on prend

la vitesse du vent a de 14 pieds par seconde, la réduction ou le rapport $\frac{d}{c} = \frac{3}{8}$; & enfin si l'on veut que le chemin que le Chariot doit faire soit de $\frac{1}{2}$ lieue par heure, ou d'environ 2 pieds par seconde, la vitesse respective du vent contre les ailes sera de 12 pieds. Maintenant pour trouver la grandeur des ailes ou voiles qu'il faudroit donner à ce Chariot, on aura $P = 500$, $a = 12$, $\frac{d}{c} = \frac{3}{8}$, & $v = 2$; d'où l'on trouvera dans la formule la surface des voiles de 4666 pieds $\frac{2}{3}$, dont le quart 1166 $\frac{2}{3}$ pieds, sera la superficie d'une aile; si cette aile est en forme de voile latine ou à tiers point, nous la pouvons considérer comme un quart de cercle dont les quatre formeront un cercle entier qui aura 4666 pieds $\frac{2}{3}$ de surface; or on trouvera le diamètre de ce cercle de 77 pieds à peu-près; ainsi la longueur des ailes doit être dans ce cas de 38 pieds $\frac{1}{2}$.

XXV. On se sert quelquefois pour faire monter un bateau contre le courant de l'eau, d'une voile qu'on oppose à la direction du vent, lorsqu'elle est à peu près opposée à celle du cours de la rivière, ou que le vent est favorable. De tout ce qui a été dit dans les deux articles précédents, nous pouvons déduire une méthode très-facile pour en faire les calculs: car si l'on nomme a , la vitesse du vent, E , celle du courant de la rivière, v , celle du bateau ou le chemin qu'il fait en montant, ff , la surface de la voile, & rr , celle que le bateau présente au courant, on aura $E + v =$ la vitesse respective du courant de l'eau contre le bateau, & $a - v =$ celle du vent contre la voile, ainsi la force du choc de l'eau contre le

bateau, sera $\frac{E+v}{56} \times 72 \times rr = \frac{2}{7} E + v \times rr$; mais la force du choc fait par un courant d'eau égale à la vitesse $a - v$, est $\frac{2}{7} a - v \times ff$, qu'il faut réduire au choc du vent en la divisant, comme nous avons dit, par 576 pour avoir

la force du choc du vent contre la voile $\frac{7}{9} \times \frac{1}{576} \times ff$, laquelle doit être égale à celle du choc de l'eau contre le bateau, on aura donc cette équation ou formule, $\frac{1}{576} a - v \times \frac{1}{576} \times ff = E - v \times rr$, dans laquelle on substituera les quantités connues ou données pour connoître celles qu'on voudra; si l'on veut sçavoir, par exemple, la grandeur qu'il faudroit donner à la voile ff , pour faire monter un grand bateau qui présenteroit au courant une surface rr de 108 pieds quarrés avec une vitesse v d'un pied, contre un courant de riviere de 2 pieds $\frac{1}{2}$: Si la vitesse du vent est de 20 pieds par seconde, on trouvera, en substituant toutes ces valeurs dans l'égalité ci-dessus, la grandeur de la voile $ff = 1077$ pieds; ainsi si l'on veut que cette voile soit quarrée, chaque côté aura 32 pieds $\frac{4}{5}$; mais si le vent ne fait que 12 pieds par seconde, la voile devra avoir 3214 pieds, égale à la superficie d'un quarré dont chaque côté est à peu près de 56 pieds $\frac{3}{4}$.

XXVI. Si de la formule que nous venons de donner, on retranche la vitesse E du courant de l'eau, on aura l'égalité $\frac{1}{576} a - v \times ff = v \times rr$, pour le cas d'un vaisseau qui vogue sur la mer.

XXVII. Nous avons dit ci-dessus que le cas des Machines mobiles, ou dont les aubes montent le courant de l'eau, avec le fardeau ou le bateau qu'elles tirent par le moyen d'un point fixe, est le même que celui des Machines fixes; ce qu'il est très-important de démontrer: car on peut être porté si naturellement à croire que ce premier a quelque avantage sur le second, que j'ose dire que c'est une nécessité de démontrer le contraire, outre que ce que j'ai occasion de dire ici pourra avoir quelque autre utilité.

ABC est le profil de la roue des aubes ou vannes AD ; &c. EFG , la coupe du treuil ou de l'arbre autour duquel s'entortille la corde EH , attachée à un point fixe H , pour que la force du choc du courant de la riviere de T en A

contre les aubes, fasse monter la machine & le fardeau qu'elle tire de *E* en *H*. Cela posé, nous pouvons considérer que le fardeau tiré ou traîné par la machine, fait effort au centre *R*, suivant la direction *RL*, & que le choc de l'eau fait son effort en *I*, suivant la direction *IM*; il faut donc que la corde *EH* résiste à ces deux efforts, ainsi le point *E* est le point d'appui ou l'hypomochlion des deux bras de leviers *ER*, *EI*.

On voit maintenant que si le produit de la force du choc par le bras de levier *EI*, est moindre que le produit de la force qu'il faut pour tirer le bateau par le bras de levier *ER*, la machine reculera; si ces deux produits sont égaux, elle restera immobile ou en équilibre; mais si le premier est plus grand que le second, la machine avancera. Or il est toujours possible de faire en sorte que le premier produit soit le plus grand, comme nous l'avons dit dans notre Mémoire: car plus un fardeau sera grand, plus sa vitesse sera moindre, ou, ce qui est la même chose, le bras du levier *ER* sera petit par la disposition du dedans de la machine.

Nous démontrerons que ces produits sont les mêmes dans l'un & dans l'autre cas; c'est-à-dire, que la quantité de mouvement ou l'énergie est la même, tant dans le cas que la machine est arrêtée ou fixe, que dans celui qu'elle avance avec le fardeau. Mais voici en quoi on peut se méprendre.

Lorsqu'une machine & le fardeau qu'elle tire, montent le courant d'une rivière par la force du choc de l'eau contre les aubes de la roue qui lui sert de puissance, on peut croire qu'il faut ajouter à la vitesse du courant de la rivière, celle que la machine a en montant vers le point fixe. Pour voir la fausseté de cette supposition, il faut d'abord remarquer que la surface de l'aube *AD*, par exemple, étant choquée par le courant de l'eau, la force du choc fait décrire à chaque instant au point *A*, un arc infiniment petit *Aa*, & que le centre *R*, à cause du point d'appui *E*, décrit en même tems le petit arc *RK*, ce qui fait tourner l'arbre de la machine sur la corde *EH* de la quantité de l'arc *Ee* égal à l'arc *RK*; ainsi le centre *R* de la Machine sera parvenu en *K*, & elle aura avancé dans ce

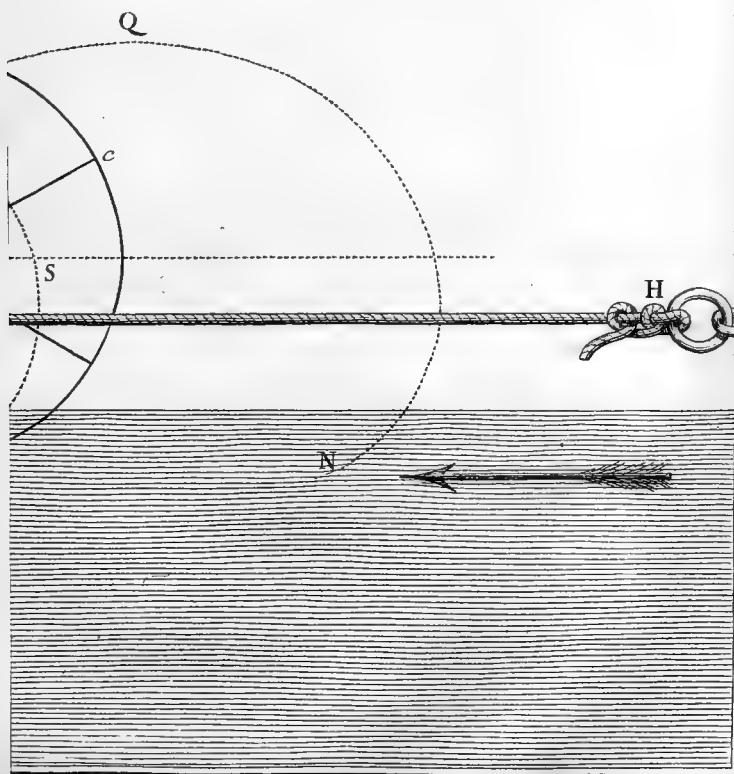
premier instant de la longueur infiniment petite Ee ; & par une suite infinie d'arcs infiniment petits RK ou Ee , la machine montera vers le point fixe H .

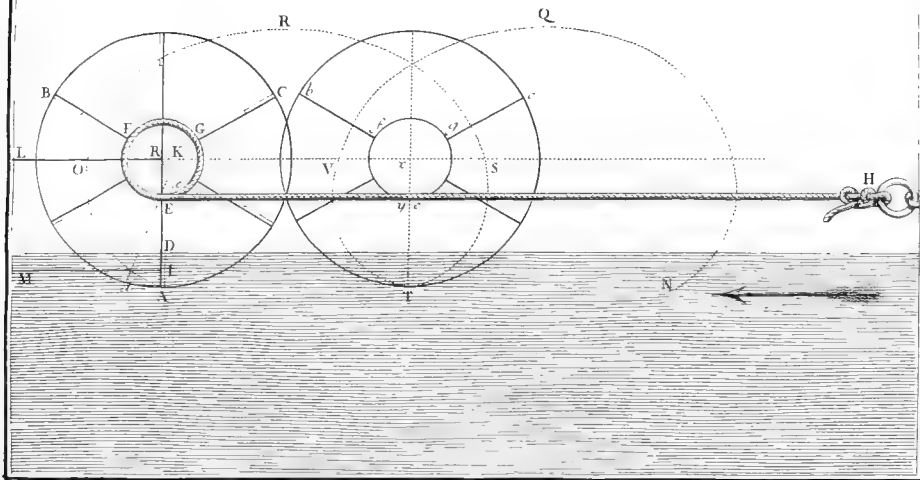
Lorsque l'aube AD aura fait un tour ou une révolution autour du centre R , il est clair que ce centre sera parvenu en α , ou que toute la machine sera montée de la longueur RX égale à la circonférence de l'arbre ou treuil EFG , la position de la roue ABC sera en Tbc , & le point A sera parvenu en T , après avoir décrit par sa révolution la roulette racourcie ou la portion de la courbe transcendante $AORST$, qu'une seconde révolution continuera en $TIQN$, & ainsi de suite.

XXVIII. Soit maintenant RI le rayon de la roue qui porte les aubes, en considérant que toute la force du choc ou de la puissance qui fait mouvoir la machine se fait au point I . Si l'on nomme p , le poids qui exprime la force qu'il faut pour tirer le fardeau, f , la force du choc : on aura dans le cas de la machine fixe, $IR . ER :: p . f$, ou cette égalité $IR \times f = ER \times p$. Mais dans le cas que la machine doit monter le courant de l'eau, à cause que le point d'appui est en E , la proportion sera (en nommant z la force du choc) EI ou $RI - RE . RE :: p . z$, d'où l'on a cette autre égalité

$RI - ER \times z = ER \times p$. Or la proportion ci-dessus pour le cas de la machine fixe, se change par *dividendo* en celle-ci, $RI - ER . ER :: p - f . f$, donc $p - f . f :: p . z$, ainsi on aura la valeur de $z = \frac{pf}{p-f}$ qu'il faut substituer dans l'é-

galité $RI - ER \times z = ER \times p$ pour avoir $RI - ER \times \frac{pf}{p-f} = ER \times p$, dont chaque membre étant multiplié par $p - f$, il viendra cette autre équation, $RI \times pf - ER \times pf = ER \times pp - ER \times pf$, de laquelle ayant effacé les termes qui se détruisent, & divisé chaque membre par p , on aura enfin l'égalité pour la machine mobile $RI \times f = ER \times p$. Cette égalité est précisément la même que celle qu'on a trouvée





pour le cas que la machine est arrêtée à un point fixe ; ce qui démontre avec la dernière évidence que le choc de l'eau communique à la machine une égale quantité de mouvement dans l'un & l'autre cas ; d'où l'on doit conclure que le chemin fait par la machine vers le point fixe , ne lui donne aucun avantage , & ne lui ajoute ni force ni vitesse , puisque leur produit ou la quantité de mouvement est la même que lorsqu'elle est fixe. On peut donc , comme j'ai fait dans mon Mémoire , considérer toutes les machines dans un même état , soit fixe ou mobile : l'un & l'autre cas sont le même dans ma formule générale.

XXIX. Il est à propos présentement de comparer la même machine dans les deux situations , sçavoir la fixe & la mobile , & cela dans un même courant de rivière. Or je dis que quoique la quantité de mouvement soit la même dans les deux cas , la vitesse est moindre dans celui de la machine mobile , & la force plus grande : mais la plus grande force d'un même courant contre une surface donnée , étant toujours la même , ainsi que nous l'avons démontré par l'art. V. de notre Mémoire , il s'ensuit que pour faire faire à une même machine mobile , précisément la même force & la même vitesse qu'elle feroit étant arrêtée à un point fixe , il faut augmenter la vitesse & diminuer la force , ou ce qui est le même , faire le rayon de la roue des aubes plus grand par rapport à celui du treuil , ou enfin compenser cela par les rouages du dedans de la machine.

XXX. Je dis maintenant que l'augmentation qu'il faut faire au rayon de la roue , des aubes de la machine , pour qu'elle ait , étant mobile , précisément la même vitesse & la même force que lorsqu'elle est fixe ; cette augmentation , dis-je , est toujours égale au rayon de l'arbre ou treuil : car en ajoutant le rayon RE au bras de levier EI , ou en le prolongeant en Z de la longueur $IZ = ER$, on aura $EZ = EI + ER = IR$; & l'analogie de la machine mobile deviendra la même que celle de l'immobile , c'est-à-dire , qu'on aura pour les deux cas EZ ou $EI + ER$ ou IR . $ER : p . f$

ainsi toute la différence entre les deux cas consiste en ce que le rayon de la roue des aubes de la machine mobile sera RZ , & celui de la machine fixe RI . D'où l'on peut conclure que le cas de la machine mobile est inférieur à l'autre, puisque pour faire le même effet, la roue doit être plus grande, ou l'intérieur de la machine un peu plus composé, ce qui augmente les frottemens, outre que dans ce cas une partie de la force est employée à faire monter la machine même.

P R I N C I P E S D E L' A R T

D E F A I R E

L E F E R B L A N C.

Par M. DE REAUMUR.

11. Avril
1725.

LE fer est de tous les métaux celui qui s'altère le plus facilement. Il donne prise aux dissolvans les plus foibles, puisque l'eau commune même l'attaque avec succès. Quelquefois une humidité légère & de peu de durée suffit pour défigurer & pour transformer en rouille les premières couches des ouvrages les mieux polis. Aussi pour défendre ceux qui par leur destination sont trop exposés aux impressions de l'eau, a-t-on cherché à les revêtir de divers enduits; on en peint à l'huile, on dore les plus précieux, on en bronze quelques-uns; on a imaginé de recouvrir les plus communs d'une couche d'étain. Autrefois nos Serruriers étoient en usage d'étamer les verroux, les targettes, les serrures, les marteaux de porte, & c'est ce qu'on pratique encore dans quelques pays étrangers. Journallement les Eperonniers étament les branches & les mors des brides. Enfin on étame des feuilles de fer, & ces feuilles étamées sont ce que nous appelons du *fer blanc*.

Ces feuilles de fer blanc étant propres à quantité d'usages,

il s'en fait une consommation considérable dans le Royaume. Nous les tirons de chez nos voisins, qui sous cette forme nous vendent un métal dont nous trouverions chez nous-même de quoi les fournir, s'ils en manquoient. Feu M. Colbert, ce Ministre qui ne cherchoit à augmenter les revenus du Roi qu'en augmentant ceux de l'Etat, ce Ministre attentif à tous les établissemens qui pouvoient étendre notre commerce, & exercer notre industrie, & à qui l'Académie se fait gloire de devoir sa naissance, n'avoit eu garde de négliger des établissemens de Fer blanc. Les secours réels qu'il fit donner à quelques particuliers, valurent au Royaume deux de ces fabriques. L'une s'établit à Chenesey en Franche-Comté, & l'autre à Beaumont-la-Ferriere en Nivernois. Elles ont subsisté pendant plusieurs années, & il y a apparence qu'elles fleuriroient actuellement, si elles eussent été soutenues par une protection pareille à celle à qui elles devoient leur origine : car on a fait dans l'une & dans l'autre de beau & bon Fer blanc. Vers la fin de la Régence il s'en établit une nouvelle auprès de Strasbourg, dont j'ignore la réussite. Enfin depuis quelques mois, deux Compagnies différentes & deux particuliers ont sollicité des privilèges pour des établissemens de Fer blanc. Car comme s'il y avoit des saisons pour les productions de l'art comme il y en a pour celles de la nature, rien ne nous est plus ordinaire que de recevoir presque à la fois de différens côtés des propositions sur la même matiere. Nous voyons des tems fertiles en Longitudes, d'autres en Quadratures du Cercle, d'autres en Mouvemens perpétuels. Les propositions pour le Fer blanc sont d'une espece fort différente. On a accordé des privilèges aux deux Compagnies, & à un des Particuliers qui se sont présentés. Il n'y a pourtant eu que dans une de ces Compagnies où nous ayons rencontré des gens bien au fait du travail. Il est extrêmement à souhaiter que ces sortes de Fabriques se multiplient dans le Royaume; mais elles ne se multiplieront que quand elles seront conduites par gens suffisamment instruits.

Au reste l'art de faire le Fer blanc est regardé comme

propre à l'Allemagne, on veut que ce soit un secret qu'on y conserve avec soin. Mais quel est le pays, & quelle est la profession dont les ouvriers ne sont pas mystérieux ? Bornés à un petit nombre de connoissances nécessaires pour les faire subsister, & peut-être encore flattés par la vanité de sçavoir au moins quelque chose que d'autres hommes ignorent, le peu qu'ils sçavent de particulier ils se le réservent. Il y a pourtant des Arts dont les pratiques fondamentales sont à découvrir, mais d'autres supposent des procédés qui se peuvent cacher, & ils se cachent dans tout pays. Ceux de l'art de faire le Fer blanc sont de cette dernière espece. Mais sont-ils en même tems de nature à être difficilement pénétrés ? C'est au moins une recherche que le bien du Royaume demandoit qu'on fit, & c'est ce que nous allons examiner : cet examen nous conduira à découvrir en quoi consistent les procédés essentiels de cet art, & à ajouter quelques vûes, qui peut-être ne seront pas inutiles pour les simplifier & les perfectionner. Nous espérons au moins qu'après la lecture de ce Mémoire, on cessera de mettre la fabrique du Fer blanc au rang des Arts qui nous sont inconnus, & que ceux qui voudront en faire des établissemens, seront en état de se conduire par principes, & de pousser plus loin les vûes que nous aurons données. Nous négligerons pourtant de rapporter le détail d'une infinité de pratiques qui allongeroient trop un simple Mémoire, & que nous ne manquerons pas de donner, lorsque nous publierons une description complete d'un Art dont nous ne voulons actuellement que découvrir les principes.

Le travail du Fer blanc ne commence, à proprement parler, que lorsqu'il s'agit de préparer des feuilles du Fer à être étamées. Il les suppose assez applaties, & coupées quarrément; on les appelle & elles sont alors du *Fer noir*. Il n'est que certains Fers qui puissent être réduits en feuilles. Ceux qui y sont les plus propres, sont ceux qui à chaud se laissent le mieux étendre, & qui peuvent aussi être forgés à froid. Des Fers aigres sont à rejeter; les Fers les plus doux, les Fers extrêmement flexibles à froid ne seroient pas pourtant les plus

plus convenables ; les feuilles soit de fer noir , soit de fer blanc , quoique minces , doivent être fortes , avoir un certain degré de ressort ; des feuilles faites d'un fer excessivement doux n'auroient pas assez de ce ressort , elles seroient trop semblables à des feuilles de plomb. Heureusement nous avons à choisir dans le Royaume , des fers de toutes qualités.

La fabrique du fer noir , ou le travail de réduire en feuilles un fer de bonne qualité , n'exige aucunes pratiques secretes , nous ne nous arrêterons point ici à la décrire , nous l'avons fait ailleurs. Il seroit inutile d'expliquer comment on tire ces feuilles de barres qui ont environ un pouce d'équarrissage ; comment après les avoir un peu applaties , on les coupe en morceaux qu'on appelle des *Semelles* ; comment on plie ces semelles en deux , & enfin comment on en fait des paquets composés de quarante feuilles , qu'on bat toutes à la fois sous un marteau qui pèse six à sept cens livres.

Nous supposérons donc les feuilles de fer finies , & qu'il n'est question que de les blanchir , c'est-à-dire , de les étamer ; c'est là l'objet de l'art , & ce qu'on se propose sur-tout , c'est de les blanchir à peu de frais. Car s'il n'y avoit qu'à étamer un petit nombre de feuilles , sans s'embarrasser de ce qu'il en coûteroit , rien ne seroit plus facile. L'étain a une disposition merveilleuse à s'attacher à tout autre métal ; il y a même si peu de mystere à étamer le fer , qu'il suffit de le frotter d'un peu de sel ammoniac , & de le plonger ensuite dans l'étain fondu ; quand on l'en retire , on voit que l'étain le couvre de toutes parts , qu'il s'est attaché sur toute sa surface. Pourquoi donc y a-t-il quelque façon à étamer les feuilles de fer ? c'est que ce n'est qu'au fer pur & au fer non altéré , au fer net , que l'étain s'attache ; que quelque crasse , qu'une poudre quelque légère qu'elle soit , couvre la surface d'un barreau de fer , qu'il s'y soit formé la couche de rouille la plus mince , si alors on le trempe dans l'étain fondu , ce dernier métal ne s'y unira point. Mais qu'on se donne ensuite le soin de limer la surface de ce barreau , qu'on le découvre bien par-tout , qu'on lui fasse prendre cette couleur blanche qui est la marque

du fer qui n'a souffert aucune altération, qu'on le frotte ensuite de sel ammoniac, & qu'alors on le trempe dans l'étain, on l'en retirera étamé.

Tout fer bien décaissé & bien net (& on peut toujours le rendre tel en le limant) est donc en état d'être étamé sans nulle difficulté. C'est ce qui nous a fait dire que rien ne seroit plus simple que d'éramer des feuilles de fer, si on en avoit peu à éramer; il n'y auroit qu'à bien nettoyer leur surface, qu'à les bien décaisser avec la lime. Mais du fer blanc fait par cette méthode, se trouveroit du fer blanc trop cher. Ce qui le renchérioroit encore seroit de l'éramer avec le sel ammoniac. Ce n'est pas que la dépense de ce sel allât loin, car il en faut peu, mais souvent il altère la blancheur de l'étain qui s'est attaché au fer; il y fait des taches dont on ne s'embarrasse point par rapport aux ouvrages qui doivent être limés ou brunis, après avoir été étamés, mais qui gêneroient nos feuilles sur lesquelles les limes & les brunissoirs ne doivent point passer. Notre art a donc deux parties principales, l'une de rendre à peu de frais les feuilles propres à être étamées, & l'autre de les bien éramer.

Pour mettre les feuilles en état de prendre l'étain, au lieu de chercher à les décaisser à force de frottemens de lime, on a imaginé, & c'est le principal esprit de l'art, de les faire tremper dans des eaux acides pendant un certain tems. Ces eaux font peu-à-peu, mais à moindres frais, ce que la lime feroit sur le champ; elles rongent la surface du fer. D'ailleurs comme on met tremper à la fois tel nombre de feuilles qu'on veut, l'effet des eaux équivaut à chaque instant à celui de quelque nombre de limes qu'on voulût faire agir. Les feuilles ont-elles été rongées jusques à un certain point, on les retire des eaux, on les frotte, on les écure avec du sable, pour emporter tout ce qui étoit resté sur leur surface; une femme écure alors plus de feuilles dans une heure, que l'ouvrier le plus expéditif n'en limeroit en plusieurs jours.

Le secret qui est la base du travail du fer blanc, se réduit donc à décaisser, ou en terme de l'art, à *decaper* le fer dans

des eaux acides , & le fin du secret est de le décaper dans les eaux qui coûtent le moins , & incapables en même tems de lui donner aucune mauvaise qualité. Dès-là on voit à quoi se peuvent réduire les premières expériences qu'on auroit à tenter, si on se proposoit de découvrir les meilleurs moyens d'étamer les feuilles de fer ; qu'on auroit à mettre tremper du fer dans de l'eau , où on auroit fait dissoudre différens sels & en différentes doses , comme de l'alun , du vitriol , du borax , du sel ammoniac , du sel marin , du salpêtre , &c. qu'on auroit de même à essayer des eaux fortes affoiblies avec beaucoup d'eau commune ; des liqueurs qui ont naturellement des acides , comme le vin , la bière , & encore mieux à essayer l'effet du vinaigre , du verjus , & essayer ces liqueurs tant pures que mélangées , avec différentes doses d'eau. On éprouveroit en un mot autant qu'on pourroit imaginer de liqueurs acides ; c'est aussi la suite des expériences que je me proposai , & que j'ai faites ; mais j'épargnerai ici la sécheresse du détail où il me faudroit entrer , pour les rapporter toutes , c'en sera peut-être assez pour ceux qui voudront opérer de connoître les eaux les moins chères , quoique assez efficaces. J'ajouterai seulement que la classe des eaux aigres que j'avois à éprouver , comprenoit toutes les eaux qui peuvent nous venir de grains aigris. On sçait combien le levain est sensiblement acide. J'ai donc essayé des eaux qui tenoient leur aigreur de grains qui avoient fermenté. Et je n'avois garde de manquer cette espèce d'essai ; car , pour le dire d'avance , tout le fond du secret pratiqué en Allemagne , consiste dans des eaux aigres faites avec le seigle. J'en avois été instruit long-tems avant d'avoir commencé les expériences que je viens de citer. Il y a quinze à seize ans que je fis un voyage en Nivernois , exprès pour voir la manufacture de fer blanc de Beaumont-la-Ferrière , qui subsistoit encore , mais qui étoit près de sa chute. On m'y parla avec le mystère ordinaire , mais on ne m'y pût cacher qu'on y composoit les eaux à décaper le fer , avec le seigle ; seulement on chercha à me faire croire qu'il entroit bien d'autres matières dans la

préparation de ces eaux. Les premiers ouvriers de cette manufacture étoient Allemands , ils avoient apporté cette pratique de leur pays. Tout ce qui nous revient des fabriques d'Allemagne , ne permet pas de douter que ce ne soit encore celle qui y est en usage. On fait cesser ces manufactures dans les années de disette de grains.

On se contente de moudre grossièrement , de concasser le grain dont on veut faire des eaux aigres , & la façon de les faire aigrir ne demande pas beaucoup d'industrie. Les premières servent de levain aux secondes ; en a-t-on une fois , il est aisé de les multiplier. Enfin les premières peuvent devenir aigres , ou plutôt , ou plutôt , selon les procédés auxquels on a recours , comme d'ajouter à ces eaux du levain tout fait , ou d'autres acides , de les tenir dans des endroits chauds : mais toujours avec un peu de patience , on aura des eaux aigres dès qu'on laissera le grain écrasé fermenter dans l'eau pendant un certain tems. Nos Amydonniers nous en donnent des preuves. Lorsqu'on entre chez eux , & qu'on approche des tonneaux où l'amydon se prépare , l'odorat est saisi par un aigre très-vif & désagréable. Ces tonneaux ne contiennent qu'une eau qui y a séjourné plusieurs semaines sur du son de froment. Ce qu'on se propose est de faire fermenter le son , de le faire pourrir , & cela , afin que l'eau détrempe la farine qui y est attachée , & la retire extrêmement fine. J'ai essayé de ces mêmes eaux des Amydonniers pour décaper le fer , elles ont parfaitement réussi.

Mais le seigle est des grains , dont nous faisons le pain , le plus propre pour les eaux aigres. Il a plus de disposition que tout autre à s'aigrir. Le pain de seigle , lors même qu'il est plus pesant & par conséquent moins levé que du pain de tout autre grain , a cependant un petit goût acide que les autres n'ont point. Dans des années où le seigle a été trop cher , on a voulu employer l'avoine , mais ce n'a pas été avec autant de succès. En un mot , tout grain peut être employé à des eaux aigres propres à décaper , mais le seigle y paroît le plus propre.

La pratique usitée est de remplir des baquets ou des tonneaux de ces eaux aigres, où l'on met ensuite des piles de feuilles de fer. Pour faire mieux aigrir les eaux; & pour que les eaux aigres aient plus d'activité, on tient les tonneaux ou baquets dans des étuves, c'est-à-dire, dans des caveaux voutés, qui ordinairement n'ont point d'air, & où on entretient des charbons allumés. Les ouvriers vont une ou deux fois le jour dans ces caveaux, soit pour retourner les feuilles, afin que tour à tour elles soient également exposées à l'action de la liqueur acide, soit pour retirer des baquets celles qui sont décapées, soit pour y en mettre d'autres. C'est un pénible travail. Ils ont à soutenir une chaleur qui ne leur seroit pas supportable, s'ils ne s'y étoient accoutumés peu-à-peu. Là ils ne sont guere plus vêtus que des Sauvages; ils quittent jusques à leurs chemises. Selon que la liqueur est plus aigre, & selon que la chaleur a été plus grande dans l'étuve, les feuilles sont plus promptement décapées. Il faut au moins deux jours, mais souvent en faut-il beaucoup davantage.

Cette façon de décaper le fer, si laborieuse, est-elle la meilleure? C'est de quoi il y a au moins lieu de douter, & peut-être estimera-t-on qu'une autre que je vais proposer, quoique moins pénible, est capable de faire plus d'effet. Dès qu'on met tremper le fer dans des eaux aigres, il est bien de chauffer les eaux: mais le meilleur parti est-il de mettre le fer tremper dans des eaux, ou au moins de commencer par-là, c'est ce qui reste à examiner? On s'est proposé de dissoudre le fer, & il est sûr qu'un métal, pour être dissous, demande à être environné de toutes parts de son dissolvant. Aussi si j'avois à faire dissoudre quelque morceau de fer qui auroit été limé, n'hésiterois-je pas à le plonger d'abord dans un dissolvant. Mais nos feuilles de fer ne sont point du tout dans le cas d'un fer limé, & si j'avois à nettoyer un ouvrage de fer qui fût enduit d'un vernis sur lequel les acides qui peuvent agir contre le fer n'eussent point ou eussent peu de prise, je chercherois le moyen de briser ce vernis, de le faire tomber. Or la remarque essentielle à faire ici, & qui doit,

ce me semble , conduire à une maniere plus commode , & peut-être plus sûre de décaper les feuilles que celle qui est en usage , c'est que les feuilles de fer noir sont réellement couvertes d'un vernis , tel que nous venons d'en faire imaginer un. Tout fer qui , depuis qu'il a été chauffé vivement , n'a point été limé , est couvert d'une couche sur laquelle les acides n'ont point ou ont peu de prise. La surface du fer a soutenu une plus violente action du feu que celle qu'a souffert l'intérieur du même métal ; elle a été trop dépouillée de sa partie huileuse , elle est devenue une espece de fer brûlé , ou à demi vitrifié. Or le fer trop dépouillé de sa partie huileuse , se soutient contre ces mêmes acides qui peuvent agir sur le fer ordinaire. La premiere couche de tout fer qui n'a point été limé depuis qu'il est sorti de la forge , est donc en quelque sorte indissoluble. Aussi peut-on remarquer que les feuilles de fer noir qui ont été gardées pendant plusieurs années dans des magasins humides , n'ont point ou presque point de rouille , en comparaison de ce qu'en auroient des fers limés qui eussent été gardés dans les mêmes magasins. Elles ont une couleur bleuâtre , aisée à distinguer de la couleur brune de la rouille. Où cette couleur bleuâtre se trouve , jamais il n'y a de rouille ; elle est toujours celle d'un fer trop desséché.

Nos feuilles de fer noir sont donc recouvertes d'une écaille , d'une couche mince , d'un fer à demi-vitrifié , sur lequel les acides n'ont point , ou ont peu d'action. Comment pourtant les acides emportent-ils cette couche , lorsqu'on fait décaper ces feuilles ? c'est qu'on ne la doit pas imaginer parfaitement continue ; on y doit concevoir une infinité de fêlures par lesquelles elle est comme hachée. Quand il n'y auroit point de ces fêlures sur les feuilles qu'on vient de retirer du feu , bientôt il s'en feroit des milliers , lorsqu'on les frappe ou qu'on les manie , car cette couche de fer brûlé n'est ni flexible ni ductile. Ces fêlures donnent entrée à l'acide ; il creuse d'abord le fer en ligne droite , mais ensuite il s'étend , il l'attaque par les côtés ; alors il pénètre par dessous les écailles , & il détache une écaille , dès qu'il a rongé la partie du fer à laquelle elle tenoit.

Qu'au lieu de songer à faire dissoudre le fer dans les eaux même, on ne songe qu'à une autre sorte de dissolution plus légère, qu'à le faire rouiller : & il y a apparence qu'on produira plus d'effet, qu'on le mettra en état d'être plutôt nettoyé de son écaille. N'a-t-on point observé dans des jardins des vases de fer qui après avoir été peints à l'huile, étoient restés exposés aux injures de l'air pendant plusieurs années ? On aura pû y remarquer que des écailles de peintures très-considérables s'en détachent, l'humidité qui a percé par quelques fentes, a fait rouiller le fer. La rouille est accompagnée d'une sorte de fermentation & de raréfaction. La matière qui se rouille, tend à occuper plus de volume, & à soulever ce qui s'y oppose. Il semble donc qu'en faisant rouiller nos feuilles, nous devons avoir un moyen d'en détacher les écailles.

Pour suivre cette idée, & pour la vérifier, j'ai mis tremper des lames de fer noir dans différentes liqueurs aigres, comme dans de l'eau où de l'alun étoit dissous, dans de l'eau où du sel marin étoit dissous, dans de l'eau où du sel ammoniac étoit dissous, &c. Je me suis contenté de plonger d'autres lames du même fer dans chacune de ces eaux, d'où je les ai retirées sur le champ pour les laisser exposées à l'air ; elles y ont rouillé ; & je remarquerai en passant, que de toutes les eaux que j'ai essayées, celles qui ont fait rouiller le fer le plus promptement, ont été celles où du sel ammoniac étoit dissous.

Au bout de deux jours, pendant lesquels chaque feuille n'a été plongée dans l'eau que deux ou trois fois, & toujours retirée sur le champ, j'ai fait écurer avec du sable ces feuilles qui avoient rouillé, & celles que j'avois laissé tremper continuellement pendant le même tems. J'ai comparé celles qui avoient trempé dans chaque liqueur avec celles qui n'avoient été que mouillées de cette liqueur, & j'ai observé que celles qui n'avoient été qu'humectées à diverses reprises, se laissoient mieux nettoyer que celles qui avoient trempé dans la liqueur même. La rouille couvroit la surface de toutes les premières, elle n'avoit pû s'y élever sans faire de continuels efforts contre

l'écaille de la surface , sans l'emporter. Tout se passe plus paisiblement lorsque le fer est plongé dans le dissolvant même. A mesure qu'une partie de métal est détachée, elle est entraînée par le dissolvant dans lequel elle nage ; elle est attaquée avec plus de force , mais elle est entraînée plus imperceptiblement , & ce n'est que par l'effort que les parties métalliques font pour s'échapper , que peut être ébranlée la croûte sur laquelle les acides n'ont pas de prise immédiatement. Les parties qui viennent sur la surface du fer , former des especes d'efflorescences , pour y paroître sous la forme de rouille , font cet effort. Dans tout autre cas la croûte ne peut être emportée que lorsque l'acide a rongé par dessous l'écaille.

Il y a encore une considération à ajouter ici ; c'est que tous les dissolvans que nous employons pour décaper le fer sont foibles par eux-mêmes ; des dissolvans plus puissans , comme l'eau-forte , coûteroient trop , & notre principal objet est l'épargne ; ils pourroient même avoir d'autres inconvéniens. Ces dissolvans foibles deviennent plus actifs , quand ils sont employés en petite quantité , quand la surface du métal en est seulement humectée , que quand il y en a une quantité considérable autour de ce même métal. Cette idée sera expliquée & prouvée en même tems par un fait que notre art nous fournit. Quoique du fer bien limé , bien poli se rouille pour peu que quelques gouttes d'eau , & même que quelques vapeurs humides séjournent sur sa surface , cependant un des moyens d'empêcher du fer poli de se rouiller , c'est de le tenir au milieu de l'eau ordinaire. Aussi à mesure que les feuilles ont été décapées , rendues claires & nettes par le frottement du sable , on les jette dans des baquets pleins d'eau , jusques à ce qu'on veuille les étamer , & cela pour les préserver de la rouille.

La raison de ce fait se tire naturellement de la nature du fer ; il est de tous les métaux celui dont le mélange des principes est le plus grossier. Sa partie inflammable & sa partie saline ne sont pas unies aussi intimement avec la partie terreuse , qu'elles le sont dans les métaux moins altérables. Nous
en

en rapportons cent & cent preuves dans un autre ouvrage. Concevons donc que la goutte d'eau qui a touché le fer, a trouvé quelques sels mal mêlés, qu'elle les a dissous. Cette eau qui par elle-même étoit trop foible pour attaquer celles des parties du fer où tout est plus parfaitement lié, en est devenue capable; le fer lui-même l'a mise en état d'être un dissolvant de sa substance par le sel qu'il lui a fourni, & cette goutte d'eau est un dissolvant d'autant plus actif, qu'elle a dissous une plus grande quantité de l'acide du fer; où encore le dissolvant est d'autant plus puissant, que la goutte d'eau est plus petite par rapport à la quantité du sel dissous. Celle qui a un peu séjourné sur le fer, se trouve donc en état de le dissoudre par l'efficace même de la matière que ce métal lui a fournie: mais se trouve-t-elle environnée d'autres gouttes, elle partage avec elles ce dont elle s'étoit chargée, & par-là devient plus foible. C'est ce qui ne sçauroit manquer d'arriver à tout fer plongé dans une quantité d'eau sensible. Les gouttes, les vapeurs qui ont séjourné sur le fer, sont par rapport à l'eau ordinaire, ce qu'est l'eau-forte par rapport à l'eau seconde.

Ce seroit pourtant trop de croire que l'eau ne détache absolument rien du fer qui y est plongé. Si on laisse tremper dans l'eau pendant vingt-quatre heures des feuilles bien nettoyées, rendues bien claires, on les verra couvertes de petits nuages de couleur de rouille; ils sont formés par la matière que l'eau a dissoute, mais qui n'est nullement adhérente au fer; à mesure que l'eau la détache, elle l'emporte. Il reste pourtant toujours sûr, que l'eau est d'autant plus en état d'agir sur le fer, qu'elle est en plus petite quantité. J'en dis autant des autres dissolvans foibles.

Les dissolvans actifs agissent au moins autant, & peut-être plus, quand le fer trempe dedans, que lorsqu'il en a été mouillé; le vinaigre, par exemple, & l'eau de vitriol ont à peu-près aussi bien, & même mieux, nettoyé le fer qui y a été continuellement plongé, qu'elles ont nettoyé celui qui en avoit été seulement arrosé. Le vinaigre est certainement une des meilleures

liqueurs qu'on puisse employer pour décrasser le fer. Son effet est plus prompt que celui des eaux aigres faites avec des grains, &, comme son acide est analogue au leur, il ne donne aucune mauvaise qualité au métal. Il étoit si naturel de songer à se servir du vinaigre, qu'il n'y a nul doute qu'on n'y ait pensé avant d'en venir aux eaux faites avec le seigle, qui supposent plus de réflexions & de recherches : mais apparemment qu'on aura trouvé que les décapemens alors revenoient à trop ; ils auront paru encore plus chers qu'ils ne le seroient dans le Royaume, si les premiers établissemens de fer blanc ont été faits dans des pays où le vin ne soit pas commun.

Mais les réflexions que nous venons de faire sur la rouille, nous conduisent à une façon de décaper avec le vinaigre, plus prompte & à meilleur marché que les façons ordinaires, que celles où on employe les eaux aigres faites avec le seigle : car on n'a qu'à tremper chaque feuille dans le vinaigre, les retirer sur le champ & les laisser ensuite dans quelque endroit bien humide, elles seront décapées en moins de deux fois vingt-quatre heures, si on a soin de répéter chaque jour cette opération trois ou quatre fois. Il est visible que la dépense qui se fera en vinaigre sera bien modique ; qu'en faut-il pour mouiller une feuille ? la façon n'augmentera pas non plus le prix du décapement ; un homme qui ne feroit que tremper les unes après les autres des feuilles, & les poser ensuite en tas, en décaperoit bien des milliers, ou plutôt bien des millions par jour.

Le décapement sera encore plus prompt, & n'en sera guere renchéri, si on fait dissoudre un peu de sel ammoniac dans le vinaigre ; une ou deux livres dans un poinçon suffiront. Le vinaigre dissout bien le fer, & nous avons vû que le sel ammoniac le fait rouiller plus vite que tout autre sel. Cependant je ne conseillerois d'en user que modérément, & de laisser bien tremper dans l'eau pure le fer décapé par le moyen de ce sel pour ôter tout celui qui pourroit y rester engagé, & qui pourroit le faire rouiller après qu'il seroit éramé.

Une remarque cependant très à l'avantage de la rouille,

produite par le sel ammoniac, c'est qu'elle est plus rare que celle qui est produite par les autres sels moyens ; étant plus volatile, il s'élève de dessus le fer, il s'évapore en partie comme l'eau, il emporte jusques à une certaine distance les parties du fer qui ont été dissoutes. De-là vient que la rouille qu'il produit, forme plus d'efflorescences que toute autre rouille.

Et ce n'est pas une circonstance à négliger que celle de rendre la rouille rare ; elle pourroit elle-même devenir dense au point de former une écaille aussi dure que celle qu'on cherche à faire tomber, mais ce n'est qu'après du tems. Sans devenir si dure, elle pourroit encore devenir trop adhérente. Une seule attention l'en empêchera, c'est d'avoir soin que la surface du fer qu'on fait rouiller, ne sèche jamais parfaitement : elle doit toujours être légèrement humectée. Dans cet état il se fait une évaporation d'eau continuelle, & les parties d'eau, en s'élevant, écartent les unes des autres, & élèvent les parcelles ferrugineuses.

Cette évaporation continuelle de l'eau se fait mieux si les feuilles sont arrangées séparément sans se toucher, que si elles sont en tas : il seroit aisé d'avoir dans les ateliers des grilles disposées les unes sur les autres en tablettes, sur lesquelles on mettroit les feuilles humides.

Il n'y auroit rien de plus simple & de moins cher que de décaper par le moyen de l'eau commune, avec de la patience on en viendroit à bout ; puisque le fer arrosé d'eau se rouille, on n'auroit pas à craindre que ce décapement lui donnât de mauvaises qualités.

Il y auroit mille manieres, plus simples les unes que les autres, de faire rouiller les feuilles. On pourroit les tenir dans des caves humides ; on pourroit les exposer à la rosée comme les toiles qu'on fait blanchir : on pourroit encore les arroser plusieurs fois par jour. Enfin si on vouloit faire agir l'eau encore plus promptement, on pourroit dissoudre dans plusieurs poinçons d'eau quelques livres de sel ammoniac.

Si on vouloit décaper avec le vinaigre, l'eau donneroit

encore un moyen de l'épargner. On pourroit se contenter d'y tremper les feuilles une fois ou deux fois au plus, ce qui n'en feroit pas une grande consommation, & quand le vinaigre se feroit séché sur leur surface, on les arroseroit avec l'eau commune, ou on les plongeroit dans l'eau, d'où on les retireroit sur le champ.

Nous avons dit ci-devant que l'eau de vitriol décape bien & assez vite. Dans les pays où les pirites sont communes, & ces pays ne sont pas rares, on auroit des eaux virioliques dont le prix ne seroit guere au dessus de celui de l'eau ordinaire. Il n'y auroit qu'à ramasser de ces pirites, les laisser fleurir à l'air, les lessiver ensuite avec de l'eau commune, cette lessive seroit propre à décrasser le fer qu'on y plongeroit.

Toute feuille de fer noir a un côté qui est très-sensiblement plus difficile à décrasser que l'autre, il prend rarement le brillant du premier, & reste presque toujours marqué de quelques taches. Celui qui se décrasse le mieux est comme grainé, & l'autre est plus poli. Pour connoître la cause de ce fait, il faut sçavoir ce qui se passe lorsqu'on réduit le fer en feuille, & se souvenir que plus la surface du fer a été brûlée, & plus difficilement il se décape. On bat à la fois, comme nous l'avons déjà dit, un paquet d'environ quarante feuilles. Les deux feuilles qui forment l'enveloppe du paquet, ont leur côté extérieur immédiatement exposé à l'action du feu, ce côté doit donc se brûler plus que l'autre. Ce même côté doit devenir plus uni, moins grainé, il reçoit immédiatement les coups de marteaux: car pendant que la *trouffe* ou le paquet de feuilles est sur l'enclume, on la retourne successivement, comme on retourne toute barre plate qu'on y forge. La façon dont on continue à forger ce paquet, demande que des feuilles qui étoient au centre du paquet, reviennent en dessus, & ainsi successivement. Donc successivement chaque feuille a un côté qui a été exposé à l'action immédiate du feu, & à celle du marteau ou de l'enclume, un côté plus brûlé & mieux plané que l'autre.

C'est à quoi il seroit très-important d'apporter remede, les

décapemens en feroient beaucoup plus prompts & meilleurs : car le mauvais côté demande le double ou le triple du tems que demande l'autre ; pendant ce tems les eaux aigres s'affoiblissent , en causant un déchet au fer , car elles dissolvent une surface sur laquelle elles ne devroient plus agir. On évitera ce dernier inconvénient , si on se contente de mouiller les feuilles pour les faire rouiller ; alors on ne les mouillera que du côté qui exige de l'être , mais toujours le décapement de ce côté fera plus long. Quelques attentions dans la fabrique des feuilles feroient que les deux côtés de la feuille feroient également aisés à nettoyer. Il est de nécessité indispensable de faire changer de place les unes avec les autres les feuilles de la trouffe , sans quoi elles ne s'étendroient pas également. Mais je voudrois que les deux feuilles extérieures conservassent seules constamment la leur ; elles s'étendent à la vérité moins que les autres , mais il n'y auroit qu'à les mettre plus grandes , ou en avoir de rechange , de sorte que ces feuilles serviroient de couvertures à différentes trouffes , mais ne les couvriroient que pendant une chaude. Dans la chaude suivante , on donneroît deux autres feuilles à cette trouffe pour l'envelopper. rien ne seroit plus aisé dans la pratique.

Pour empêcher les feuilles de la trouffe de se souder les unes aux autres , avant de les chauffer on les trempe dans une terre grasse délayée avec de l'eau. Si on mêloit avec cette terre de la poudre de charbon très-fine , les feuilles s'en brûleroient beaucoup moins , & le décapement deviendroît peut-être si aisé , qu'il pourroit être fait avec l'eau commune.

Enfin peut-être y auroit-il à gagner en faisant recuire dans la poudre de charbon les feuilles avant de les décaper , elles y reprendroient une partie de leur matière huileuse qui les rendroit plus dissolubles. Ce qu'il en coûteroit en charbon dans ce recuit , iroit peut-être à moins que ce que coûte le feu qu'on entretient dans les étuves.

Quoi qu'il en soit des décapemens qu'on voudra choisir , soit qu'on s'en tienne aux anciens dont nous avons appris le mystère , soit qu'on prenne quelque'un des nouveaux que nous

venons d'indiquer , cette premiere façon ne doit plus arrêter ceux qui auront à faire du fer blanc. Après que les feuilles auront été assez décapées on les fera écurer avec le sable , & quand il ne paroîtra plus de taches noires sur leur surface , on les jettera dans l'eau jusques à l'instant où on voudra les étamer , ou en terme de l'art les *blanchir*.

C'est enfin là le véritable objet de notre art. Les ouvriers qui s'occupent à couvrir d'étains nos feuilles de fer , sont aussi appelés les *Blanchisseurs*. Ils ont un secret qu'ils se conservent , comme le maître décapeur se conserve celui des eaux aigres. Ils font fondre l'étain dans un grand creuset de fer , qui a la figure d'une pyramide tronquée à quatre faces , dont deux des opposées sont plus petites que les deux autres. On ne le chauffe que par dessous. Tout autour de son bord supérieur il est scellé dans un fourneau. Ce creuset a toujours plus de profondeur que les feuilles qu'on y veut étamer n'ont de longueur , ou au moins qu'elles n'ont de largeur ; on les y fait entrer toutes droites , c'est-à-dire , jamais à plat , & l'étain les y doit surnager.

Nous l'avons déjà dit dans la premiere partie , si l'unique but de l'opération étoit de retirer du creuset les feuilles couvertes d'étain , il y auroit bien des moyens d'y réussir , pratiqués par des ouvriers de professions différentes. Une des manieres , par exemple , d'étamer les ouvrages de Serrurerie , est de les mouiller , & ensuite de les couvrir de résine en poudre , après quoi on les trempe dans l'étain fondu , qui ne manque pas de s'y attacher. J'ai essayé d'étamer des feuilles de cette façon : mais outre qu'elle ne seroit peut-être pas assez expéditive , c'est que rarement l'étain se trouveroit bien étendu , les feuilles paroîtroient toutes graveleuses , & on les veut unies.

Les Epingliers font des épingles de fer , ils les étament dans des cruches de terre , où ils tiennent une certaine quantité d'étain fondu avec du sel ammoniac ; ils bouchent la cruche , & secouent le tout à diverses reprises , après quoi les épingles se trouvent couvertes d'étain. Les Eperonniers employent aussi le sel ammoniac. Ce sel a deux qualités

excellentes ; il donne à l'étain une grande disposition à s'attacher au fer , & une disposition à se bien étendre sur sa surface. Nous l'avons vû aussi employer à étamer des feuilles de fer par deux particuliers qui prétendoient avoir trouvé le vrai secret du fer blanc. L'un frottoit d'abord les feuilles de suif , sur lequel il faisoit de la poudre de sel ammoniac. L'autre , après avoir suivi cette pratique , la changea en celle de faire fondre son sel ammoniac dans l'eau ; il trempoit chaque feuille dans cette eau , avant de la tremper dans l'étain. Agricola a enseigné un procédé qu'il prétend excellent , & qui ne differe du dernier , qu'en ce que c'est dans le vinaigre qu'il fait fondre ce sel. Ces trois méthodes sont sûres pour étamer les feuilles. On les étame très-uniment par la premiere. Les deux autres ne réussissent pas toujours si bien par rapport à cette circonstance. Mais toutes trois ont un inconvénient , & qui est plus grand dans la premiere que dans les deux dernieres. La blancheur des feuilles est altérée en divers endroits par des taches bleuâtres , en d'autres par des taches jaunâtres , en d'autres par des taches d'un blanc terne , & sur d'autres endroits de ces feuilles on voit des iris.

Le coup d'œil n'est donc pas pour les feuilles qui ont été étamées avec le sel ammoniac , mais peut-être pechent-elles de plus par une mauvaise qualité , qui ne se manifeste qu'à la longue. On étame le fer pour l'empêcher de rouiller. L'étain bien étendu sur sa surface , le met à l'abri des impressions de l'humidité : mais si ce fer porte dans sa propre substance un dissolvant actif , la rouille se formera au-dessous de l'étain qui le couvre ; elle soulevera cet étain , elle le percera , elle le fera sauter même entierement dans bien des endroits. Aussi voyons-nous des fers blancs exposés à l'air qui se couvrent de rouille , & qui se dissolvent au point de n'avoir presque plus de consistance. La nature du fer peut y contribuer , mais il y a grande apparence que ce mal est plus à craindre pour celui qui a été étamé avec le sel ammoniac que pour tout autre. Nous avons vû qu'il est de tous les sels le plus efficace pour faire rouiller le fer. Si ce sel pénètre les feuilles , ou

s'il s'attache à leur surface pendant qu'on les étame, il y doit donc être très à craindre; il reste toujours, ou il se fait avec le tems des fêlures à la couche d'étain, qui donnent passage à quelque humidité; cette humidité met le sel ammoniac resté sur le fer en état d'agir plus promptement. Aussi suis-je convaincu que les fers blancs seroient plus durables qu'ils ne le sont, s'ils étoient décapés avec la seule eau commune. Et si on ne peut se déterminer à avoir recours à ce trop long décapement, je voudrois qu'après que les feuilles ont été décapées & écurées, on les tint quelques jours dans de l'eau pure, qu'on changeroit plusieurs fois, afin d'enlever ce qui est resté des sels acides dans les premières couches du fer.

Enfin la méthode dont on se sert pour blanchir les feuilles en Allemagne, & celle dont on s'est servi dans les Manufactures qu'il y a eu dans le Royaume, est différente de toutes celles que nous venons de rapporter. Les blanchisseurs ou étameurs habiles ne paroissent faire aucun usage de sel ammoniac, depuis que leurs feuilles ont été décapées, jusques à ce qu'ils leur fassent prendre l'étain, ils ne les frottent d'aucune poudre, ni ne les trempent dans aucune eau, autre que l'eau commune. Mais quand l'étain est fondu dans le creuset, ils le couvrent d'une couche de suif, d'un pouce ou deux d'épaisseur, ainsi la feuille ne parvient jamais à l'étain qu'après avoir passé au travers du suif.

Un des usages de ce suif, & peut-être celui qu'on a eu le premier en vûe, mérite d'être remarqué. Dès que l'étain fondu est touché par l'air, il se couvre d'une espèce de crasse. Cette crasse est l'étain même de la surface qui a été dépouillé de sa partie huileuse, & qui a été changé en ce qu'on appelle de la *Chaux d'étain*. La feuille de fer qui passeroit au travers de cette chaux en prendroit des grains qui s'attacheroient à sa surface, & qui y feroient des taches graveleuses. Cette crasse, cette chaux d'étain n'est ni malléable ni fusible. Peu d'instants suffissent pour faire perdre à l'étain les deux propriétés qui caractérisent les métaux; il les doit à sa partie huileuse. S'il est surprenant qu'elle lui soit enlevée si aisément, il ne l'est pas moins

moins qu'il ait une pareille facilité à la reprendre, car il n'y a qu'à chauffer cette chaux d'étain dans un creuset avec du suif, elle boit ce suif; alors elle se fond, & redevient un étain tel qu'elle l'étoit auparavant. Le premier effet du suif, étendu sur la surface de notre creuset, est donc aisé à appercevoir; il empêche la surface de l'étain de se brûler, & si quelque partie se brûle, comme il peut bien-tôt l'humecter, bien-tôt il la rétablit dans son état naturel.

Quand je n'ai considéré que superficiellement les procédés de nos blanchisseurs de fer, j'ai crû que l'usage essentiel du suif se réduisoit là, & que les feuilles qui après avoir passé au travers du suif, pénétroient dans un étain où elles n'avoient trouvé aucune crasse, devoient s'y étamer. Mais quand j'en suis venu aux épreuves, j'ai vû qu'il y avoit quelque chose de plus dans le suif qu'ils employent; ils disent effectivement que c'est un suif composé, aussi le leur n'a-t-il pas la couleur de suif ordinaire, il est noir. Je croyois pourtant que ce qu'ils en disoient, & que la noirceur qu'ils lui donnoient, n'étoit que pour répandre du mystère sur leur travail: mais j'ai eu preuve qu'un suif blanc ou commun ne suffisoit pas pour l'ordinaire. J'ai trempé inutilement des feuilles dans l'étain, lorsqu'elles n'ont passé qu'au travers de ce suif; il lui manque donc quelque chose qui rende certain le succès de l'opération.

C'est aussi précisément à la composition ou à la préparation de ce suif que se réduit tout le secret des blanchisseurs. Les secrets une fois connus sont regardés comme des riens, mais à notre honte, des riens sont capables de nous arrêter long-tems, quoique quelquefois il nous importe de les connoître, & souvent ils ne nous arrêtent que parce que nous n'avons pas le courage de chercher à les découvrir. Je pensai que nos blanchisseurs faisoient entrer dans leur suif du sel ammoniac, que le sel qui y seroit mêlé auroit peut-être les avantages de celui qui est employé des autres manieres dont nous avons parlé, sans en avoir les inconvéniens. Avec du suif fondu je mêlai donc du sel ammoniac en poudre; je jettai ce suif sur mon étain; les feuilles s'y étamerent bien,

& on pourroit avoir recours à cette pratique , qui n'a rien d'embarrassant. Mon suif pourtant n'étoit point encore celui des blanchisseurs , le leur a une couleur noire que le mien n'avoit pas. Je soupçonnai qu'il devoit sa noirceur à quelque matiere qui étoit capable d'opérer des effets approchans de ceux du sel ammoniac , & dès-lors je pensai que ce pouvoit être la suie de cheminée , on sçait qu'elle entre ou peut entrer dans la fabrique de ce sel. Presque sûr d'avoir deviné , dans du suif fondu je jettai de la suie réduite en poudre fine. Je mêlai bien le tout. J'eus sans doute alors un suif noir , & je l'eus tel qu'il doit être pour faire bien étamer le fer.

Je ne crus pourtant pas ensuite que les blanchisseurs fissent entrer la suie ordinaire dans la composition de leur suif ; il y en a une qui est propre à se mêler plus parfaitement avec le suif. C'est le noir de fumée. J'en fis l'essai comme j'avois fait celui de la suie commune , & le succès en fut le même. Avec ce suif composé , on blanchit sûrement les feuilles.

Tout l'art de blanchir les feuilles est donc réduit à bien peu de mystere. Il se réduit pourtant encore à moins que ce que nous venons de dire. Ayant fait usage de ce suif composé , je vis qu'il s'épaississoit extrêmement , quelque peu que j'y eusse fait entrer soit de suie , soit de noir de fumée. Le suif se brûle en partie , pendant que l'une & l'autre de ces matieres se conservent. La liqueur devient trop épaisse , alors elle s'attache elle-même trop aux feuilles , & empêche l'étain de s'y attacher ; je jettai du suif blanc , de l'ordinaire , pour donner de la fluidité à celui qui étoit trop épais , & je vis que les feuilles s'étaimoient très-bien. Je nettoyai le dessus de mon étain à diverses reprises , pour emporter toutes les écumes du suif ; j'emportoïs en même tems de la suie ou du noir de fumée ; sans remettre aucune de ces matieres , je remettois de nouveau suif blanc , & toujours mes feuilles s'étaimoient à merveille. Cependant ce que je pouvois soupçonner être resté de noir de fumée se réduisoit à presque rien. Mon suif étoit noir , mais il n'étoit noir que parce qu'il s'étoit brûlé , que parce qu'il différoit du suif ordinaire , comme le beurre

qu'on a fait roussir dans la poêle, differe de celui qui n'a point été fondu, & par-là j'appris que de roussir du suif, de le brûler, étoit la seule & unique préparation qu'il lui falloit pour le mettre en état de donner au fer de la disposition à s'étamer.

Plus les procédés sont simples, & plus ils sont commodes dans la pratique, & souvent ils n'en sont que plus singuliers en Physique. Il l'est par exemple fort ici, qu'une si petite circonstance suffise pour produire des effets si différens. Quoique la cause de cette différence mérite d'être cherchée, nous ne nous y arrêterons pas actuellement, seulement ferons-nous remarquer que le suif brûlé a été mis dans un état plus approchant de celui de la suie ou du noir de fumée, qu'on a enlevé quantité de parties d'eau au suif noir, que les sels y dominent davantage, & que le sel ammoniac est propre à faciliter l'opération.

L'étain dans lequel on veut tremper les feuilles doit avoir un certain degré de chaleur. S'il est trop peu chaud, il ne s'attache point au fer, ou il s'y attache par grosses gouttes, il s'étend mal. Trop chaud, il ne le couvre que d'une couche trop mince, les feuilles qu'on retire du creuset ne sont même nullement blanches, elles ont des couleurs mêlées de rouge, de jaune, de bleuâtre, & le tout ensemble forme une vilaine nuance de jaune : l'étain même pourroit être chaud à un point où il ne s'attacheroit point du tout au fer. Il seroit aisé de donner des regles pour déterminer les degrés de chaleur convenable : mais elles ne vaudroient pas les essais qu'on peut faire facilement de ces degrés de chaleur ; en plongeant dans l'étain de petites lames de fer décapé, elles apprendront si l'étain est au point où on le veut.

Mais une observation que j'ai faite, & qui me paroît importante tant pour la pratique de notre art, que pour l'explication des faits qu'il nous fournit, c'est que certaines matieres font attacher l'étain au fer, pendant qu'il n'est chaud, cet étain, qu'à un point qui ne suffiroit pas pour que d'autres matieres l'y fissent attacher. En voilà les preuves. Au lieu de faire fondre le suif sur l'étain, qu'on enduise la feuille de

fer d'une couche de suif. Si ce suif est blanc non-brûlé, & que l'étain n'ait qu'un certain degré de chaleur, la feuille qui y sera trempée, ne s'étamera point : mais si on plonge dans ce même étain une feuille couverte de suif noir, elle en pourra sortir très bien étamée. Quand le degré de chaleur de l'étain sera devenu trop foible pour les feuilles enduites de suif noir, si on en a couvert quelques-unes de poudre de résine, celles-ci pourront s'y étamer. Il m'a paru de même que les feuilles sur lesquelles une couche de cire étoit étendue prenoient l'étain, lorsque celles qui n'étoient que frottées de suif noir ne le pouvoient prendre, & même que l'effet de la cire surpassoit celui de la résine. Mais enfin quand l'étain encore moins chaud, ne peut plus s'attacher aux feuilles couvertes de cire ou de résine, il s'attachera à celles qui sont poudrées de sel ammoniac. Ainsi de toutes les matieres que nous connoissons, ou au moins de celles que j'ai éprouvées, le sel ammoniac est celle qui donne à l'étain le plus de disposition à s'attacher au fer ; il lui en donne aussi à s'y bien étendre. La cire, qui cede au sel ammoniac, l'emporte sur le suif & sur la résine, par rapport à l'un & à l'autre avantage. L'étamage à la cire seroit peut-être trop cher ; mais on ne feroit pas mal de faire entrer un peu de cette matiere dans le suif.

Généralement parlant, on trempera les feuilles dans l'étain plus ou moins chaud, selon l'épaisseur de la couche qu'on leur veut. Il y a des feuilles à qui on ne donne qu'une seule couche ; on plonge celles-là dans l'étain, qui a un moindre degré de chaleur, que l'étain où l'on plonge la premiere fois les feuilles à qui on veut faire prendre deux couches. Lorsqu'on donne à celles-ci la seconde couche, on les fait entrer dans un étain qui n'a pas tout le degré de chaleur de l'étain où elles ont été trempées la premiere fois. En un mot quand on trempe le fer deux fois, on le trempe d'abord dans un étain plus chaud que celui où on le trempe ensuite, sans quoi on n'augmenteroit point la premiere couche, on pourroit même la diminuer.

Cet avertissement ne sembleroit pas mériter qu'on y insistât tant : mais quand il s'agit de conduire des ouvriers , ou gens qui agissent sans principes , tout ne sçauroit être trop dit. Dans le cas même dont nous parlons , nous avons vû faire des épreuves à des particuliers qui sollicitoient un privilège pour le fer blanc , & qui l'ont obtenu ; ils avoient ouï dire apparemment qu'il falloit tremper chaque feuille deux fois dans l'étain ; le malheur voulut qu'ils se déterminèrent à le faire dans une vûe directement opposée à celle qu'on a dans la seconde trempe. Nous l'avons dit , c'est pour augmenter l'épaisseur de la premiere couche qu'on plonge une feuille étamée dans d'autre étain , & pour cela cet étain doit être peu chaud ; eux au contraire plongeoiient d'abord leurs feuilles dans un étain peu chaud , d'où il sortoit enduit d'une couche trop épaisse & graveleuse , & la plongeoiient ensuite dans de l'étain extrêmement chaud pour emporter ce graveleux , & diminuer l'épaisseur de la premiere couche.

L'étain dans lequel on trempe les feuilles pour leur faire prendre une seconde couche , doit encore être couvert de suif , mais seulement d'un suif blanc , & non de notre suif noir ou préparé. L'étain fondu a assez de disposition à s'attacher à de l'étain solide , & alors c'est à l'étain qui couvre le fer auquel de nouvel étain doit se joindre.

Le choix de l'étain , la maniere de le rendre aussi blanc & brillant qu'il est possible , sont des articles qui mériteroient encore que nous nous y arrêtaissions : mais nous les reservons à un autre tems , où nous parlerons d'une infinité de petits détails nécessaires pour la pratique , qui conviendront mieux à une description de cet art , qu'à un Mémoire où on en a seulement donné les principes. Nous ferons seulement remarquer que le Royaume a des fers aussi propres au fer blanc que ceux d'aucun pays du monde ; qu'à présent ce travail ne suppose plus aucuns secrets qui ne nous soient connus. Il reste pourtant encore à sçavoir si malgré cela nous serons en état de donner le fer blanc à aussi bon marché que celui d'Allemagne. Dès que les fabriques en seroient établies en

différentes Provinces du Royaume, on épargneroit les dépenses du transport. Mais aussi est-il certain que dans les établissemens qui commencent, tout se fait à plus grands frais que dans des établissemens en regle depuis long-tems. Que même on ne réussit pas aussi parfaitement d'abord. Les choses les plus simples demandent des gens rendus adroits par un exercice réitéré; il n'est aucun art, quelque grossier qu'il soit, qui n'ait des ouvriers dont on préfère les ouvrages à ceux des autres; souvent on croit aux premiers quelque secret inconnu aux seconds, quoique tout le secret se réduise quelquefois à plus d'attention & d'adresse. D'ailleurs chez nous ceux qui font de nouvelles entreprises, veulent des profits considérables & subits. Ils les abandonnent quand elles ne répondent pas assez vite à leur avide impatience; de sorte que quoiqu'il ne tienne qu'à nous de nous passer du fer blanc d'Allemagne, peut-être y aurons-nous recours long-tems, si la Cour ne donne aux établissemens qui commenceront, des protections pareilles à celles que leur faisoit accorder M. Colbert.

La profession des Fers-blantiers, des ouvriers qui mettent en œuvre le fer blanc, est bornée; il seroit à souhaiter qu'ils se chargeassent eux-mêmes de blanchir les feuilles, ils en auroient toujours d'étamées à leur gré. Ce travail est si simple, qu'ils y réussiroient bien-tôt, s'ils en étoient instruits. Il y auroit un expédient facile pour les engager à s'en instruire; ce seroit de demander pour chef-d'œuvre à ceux qui aspirerent à maîtrise, de faire quelques feuilles de fer blanc. En peu d'années tous les Maîtres en sçauroient faire, & quelques-uns se chargeroient d'y travailler pour les autres. A la vérité s'il falloit pour blanchir des feuilles, avoir des avances aussi considérables qu'en ont faites ceux qui nous ont montré des épreuves, peu d'ouvriers seroient en état d'y travailler. Pour pouvoir tremper de grandes feuilles, ils se servoient de creusets aussi grands qu'on les a dans les manufactures, ils contenoient plus de 1500 à 2000 livres d'étain: ils n'avoient pas pensé que pour éviter cette dépense, ils n'avoient qu'à

faire forger des creusets de fer, comme je l'ai fait faire, assez larges & assez profonds, pour que la feuille y pût entrer, mais qui n'eussent intérieurement qu'un vuide d'un pouce ou deux : j'en ai fait faire dont les parois n'étoient même écartées l'une de l'autre que de sept à huit lignes. Quelques livres d'étain suffisoient pour remplir un pareil creuset, & les feuilles y peuvent être aussi bien étamées qu'elles le seroient dans un creuset qui auroit plus de capacité.

Uniquement attentifs à la pratique de notre art, nous n'avons pas même cherché à rendre raison du principal phénomène qu'il nous fournit, pourquoi l'étain s'attache au fer, & pourquoi le sel ammoniac facilite si fort cette adhésion, pourquoi des matieres inflammables la facilitent aussi, mais les unes plus & les autres moins. Avant d'en chercher la cause, j'ai voulu m'assurer si le sel ammoniac avoit seul cette propriété, ou s'il l'avoit seulement dans un plus haut degré que ne l'a tout autre sel.

J'ai coupé en bandes étroites des feuilles de fer bien décapées, & après avoir mouillé ces bandes, j'ai étendu dessus différens sels. Sur les unes du salpêtre en poudre, sur les autres du sel marin, sur les autres de l'alun, sur les autres du vitriol, sur les autres du sel de soude, sur les autres du borax. Que j'aie mis peu ou beaucoup de chacun de ces sels sur chaque lame, jamais elle n'a pris l'étain dans lequel elle a été plongée : si un sel a paru produire quelque effet, ce n'a été que le seul sel volatil, encore l'étain ne s'est attaché au fer que comme par petites taches, & cela même en peu d'endroits.

Pour découvrir pourquoi le sel ammoniac est presque le seul des sels qui donne à notre métal de la disposition à s'attacher au fer, nous ferons attention que si on a dans deux creusets de l'étain fondu, & chaud au même point, & que cependant l'étain d'un des creusets ait plus de fluidité que celui de l'autre, le plus fluide aura plus de disposition à s'unir au fer. Etamer le fer, n'est pas le pénétrer intimement d'étain, c'est faire quelque chose d'équivalent à ce que font les Doreurs & les Argenteurs sur cuivre, qui appliquent sur

ce métal chaud des feuilles d'or ou d'argent qu'ils forcent de s'y engrainer en les frottant à plusieurs reprises avec leurs brunissoirs. L'étain fondu s'insinue dans les intervalles que laissent entr'elles les parties du fer les plus proches de la surface, & s'insinue dans des intervalles d'autant plus petits, qu'il est divisé lui-même en plus petites parties, ou, ce qui revient au même, qu'il a plus de fluidité. Mais ce plus de fluidité, il ne doit pas le tenir d'un violent degré de chaleur. Il faut qu'il se fige en partie, qu'il prenne de la consistance dès qu'il a pénétré dans les petits vuides qu'il doit remplir; & de-là vient que le fer trop chaud lui-même, ou trempé dans de l'étain trop chaud, ne s'étame point. Quand on retire ce fer du creuset, le propre poids de l'étain a assez de force pour faire couler hors du fer une partie de celui qui s'y étoit introduit. Il n'en arrivera pas de même à de l'étain très-fluide, mais peu chaud. En touchant le fer, il se refroidira assez pour perdre de sa fluidité. Une des pratiques des bons blanchisseurs confirme ce raisonnement, leurs feuilles sont mouillées lorsqu'ils les plongent dans l'étain, l'eau les quitte lorsqu'elles avancent dans le métal fluide, mais le fer en est plus long-tems à s'échauffer, il en refroidit plus promptement l'étain qui s'est insinué entre ses grains.

Si on étoit en peine comment deux portions d'étain également chaud peuvent être inégalement fluides, on auroit preuve que cela peut être & que cela est, par la chaux d'étain qui surnage celui qui est fondu dans un creuset: car on auroit beau donner un violent degré de chaleur à cette chaux; jamais on ne la rendroit liquide: l'étain qui a passé de l'état de fluide à celui de corps solide, sans se refroidir, a sans doute passé par bien des différens degrés de fluidité. Enfin nous savons que l'étain qui a perdu sa fluidité, sans diminuer de chaleur, est de l'étain qui a été dépouillé de sa partie huileuse; qu'on rend ce même étain fluide, dès qu'on le met à portée de s'emparer d'une nouvelle matière huileuse.

Il suit donc de-là que quand l'étain est pénétré d'une plus grande quantité de matière huileuse, & qu'il en est pénétré plus

plus intimement qu'il est plus fluide; on sçait encore que la matiere huileuse entre pour beaucoup plus dans la composition du sel ammoniac que dans celle des sels fixes. Il n'est donc pas étonnant qu'il donne à l'étain des dispositions à s'attacher au fer que ces autres sels ne lui donneroient point. Mais un sel plus volatil que le sel ammoniac est emporté avant d'avoir communiqué à l'étain de sa matiere huileuse.

On auroit pû penser, & c'est la premiere idée qui me vint; que comme ce sel accélere la congélation de l'eau, que de même il fige l'étain, & par-là le force d'être adhérent au fer. Mais cette idée est absolument détruite, dès qu'on jette du sel ammoniac sur de l'étain, dont la surface s'est épaissie, dont la surface a une pellicule de chaux ou de crasse, & qu'on est attentif à observer l'effet de ce sel, on voit bien-tôt toute cette surface redevenir brillante & fluide, la crasse retourner à son premier état d'étain.

En général les matieres inflammables disposent l'étain à s'attacher au fer. Nous n'avons parlé que du suif, de la résine & de la cire: mais nous avons éprouvé que les différentes especes d'huile ont la même propriété. Les expériences semblent avoir prouvé encore que les matieres végétales produisent ici plus d'effet que les matieres animales, apparemment parce qu'elles ont plus de disposition à pénétrer l'étain. Cependant il vaut mieux couvrir de suif l'étain fondu dans lequel on veut tremper des feuilles que de le couvrir d'huile d'olive ou d'huile de quelque autre fruit, parce que l'huile se consomme plus vite, & par-là augmenteroit la dépense. L'esprit de vin, quoiqu'une espece d'huile végétale, n'a pourtant pas fait prendre l'étain sur les feuilles que j'en avois mouillées. Sa grande volatilité en est sans doute la cause. La chaleur le dissipe en vapeurs avant qu'il ait eu le tems de pénétrer l'étain. Le soufre commun, quoique plus fixe, ne donne, comme l'esprit de vin, aucune disposition à l'étain de s'unir au fer. Son acide n'est pas apparemment de nature à faciliter l'introduction de sa partie huileuse dans ce métal, & peut-être y met-il obstacle; aussi ai-je inutilement tenté

130 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
d'étamer du fer dans de l'étain dont j'avois recouvert la surface de ce bitume que nous fournissent quelques endroits de l'Auvergne.

SOLUTION NOUVELLE D'UN PROBLEME

*Proposé aux Géometres Anglois par feu M. Leibnitz,
peu de tems avant sa mort.*

Par M. NICOLE.

19. Dec.
1725.

QUOIQUE'IL ait paru plusieurs solutions de ce problème ; qui ont été données par les premiers Géometres de ce tems, j'ai cru que celle que je donne ici seroit reçue avec plaisir, d'autant plus que la méthode qui m'a conduit à cette solution, sert à perfectionner la doctrine des suites, & fait voir l'usage que l'on en peut faire dans la résolution des problèmes de la méthode inverse des tangentes.

P R O B L E M E.

Fig. 1.

On demande la courbe MnD , qui coupe à angles droits une infinité de courbes AM, An, AD , qui ont toutes pour sommet le point A , pour axe la droite AQG , & dont la propriété soit telle, que le rayon MC de la développée de toutes ces courbes soit à la partie MQ de ce rayon, comprise entre la courbe & l'axe, en raison donnée.

Par l'énoncé de la question, on voit qu'il y a deux problèmes à résoudre. Le premier est de trouver les courbes AM, An, AD , qui aient la propriété demandée. Le second est de déterminer la courbe MnD , qui les coupe toutes à angles droits.

P R O B L E M E I.

Trouver la courbe AM , dont la propriété soit telle, que le rayon

MC de sa développée soit à la partie MQ de ce rayon, renfermée entre la courbe & l'axe dans la raison donnée de m à 1.

SOLUTION.

Soit l'abscisse $AP = z$, l'ordonnée $PM = u$, l'arc $AM = s$; & en supposant pm infiniment proche de PM , & menant la petite droite Mr , parallèle à AP , on aura Pp ou $Mr = dz$, $rm = du$, $Mm = ds$, le rayon MC de la développée fera $\frac{ds^3}{-dz ddu}$, & la partie MQ de ce rayon, comprise entre la courbe & l'axe, fera $\frac{uds}{dz}$.

Par les conditions du problème on aura donc cette proportion, $\frac{ds^3}{-dz ddu} \cdot \frac{uds}{dz} :: m \cdot 1$, d'où il suit $\frac{muds}{dz} =$

$\frac{ds^3}{-dz ddu}$, ou $\frac{ddu}{ds^2} + \frac{1}{mu} = 0$. Mais de ce que $dz^2 + du^2 = ds^2$, si l'on prend la différence de cette équation; en supposant dz constant, on aura $ds dds = du ddu$, d'où l'on tire $ddu = \frac{ds dds}{du}$.

Si donc l'on met pour ddu , cette valeur dans l'équation A , on aura $\frac{ds dds}{du ds^2} + \frac{1}{mu} = 0$, qui donne $muds + dsdu = 0$.

Pour intégrer cette équation, il faut la multiplier par ds^{m-1} , & il vient $mds^{m-1} dds \times u + ds^m \times du = 0$, dont l'intégrale est uds^m , laquelle doit être égale à une quantité constante, puisque sa différence est égale à zero.

Soit cette grandeur constante adz^m , on aura $uds^m = adz^m$, qui donne $u^{\frac{1}{m}} ds = a^{\frac{1}{m}} dz$, ou $ds = \frac{a^{\frac{1}{m}} dz}{u^{\frac{1}{m}}}$

$= \sqrt{dz^2 + du^2}$, dont le carré est $\frac{a^{\frac{2}{m}} dz^2}{u^{\frac{2}{m}}} = dz^2 + du^2$,

qui se réduit en mettant à même dénomination, & en transposant à $a^{\frac{2}{m}} dz^2 - u^{\frac{2}{m}} dz^2 = u^{\frac{2}{m}} du^2$, d'où l'on tire

$$dz = \frac{\frac{1}{u^{\frac{1}{m}}} du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}, \text{ qui est l'équation de la courbe cher-}$$

chée, ou en multipliant le numérateur & le dénominateur

$$\text{par } a^{\frac{m-1}{m}}, \text{ il vient } dz = \frac{\frac{m-1}{a^{\frac{m-1}{m}}} u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} u^{\frac{2}{m}}}} \text{ qui se}$$

construit ainsi.

Fig. 2.

Soit décrit du point A , comme centre, & du rayon AD , égal à la ligne constante a , le demi-cercle CDG ; du sommet A sur l'axe AD , soit aussi décrite la courbe ANE , qui soit la première parabole du degré m ; c'est-à-dire, que si $m=3$, la courbe ANE sera la première parabole cubique dont le paramètre est a ; si $m=4$, cette courbe sera la première parabole du quatrième degré, dont le paramètre sera encore a , & ainsi des autres valeurs de m .

Cela posé, si l'on prend un point N où l'on voudra de cette parabole; que l'on abaisse la perpendiculaire NQ sur l'axe AG ; laquelle étant prolongée, rencontre le demi-cercle en H ; que du point H , on mene le rayon HA du cercle, & du point D , la ligne DI parallèle à ce rayon qui rencontre AC en I . Si des points N & I , on mene les lignes NL , IL , parallèles aux axes AG & AD , elles se rencontreront au point L , qui sera à la courbe géométrique ALO , dont on trouvera tous les points géométriquement de la même manière.

Si maintenant on prolonge DA , jusques en B , en sorte que $AB=AD$, & que l'on prenne le rectangle $ABTP$, égal à l'espace ALS de cette courbe, & que l'on prolonge la ligne TP , elle rencontrera la ligne LN dans un point M qui sera à la courbe cherchée AMF , dont la propriété est, que le rayon de sa développée, est à la partie de ce rayon

comprise entre la courbe & l'axe, dans la raison de m à 1.

DÉMONSTRATION.

La ligne AD étant l'axe des u , & la ligne AG , celui des z , on aura à cause de la parabole ANE , l'ordonnée SN

ou $AQ = a^{\frac{m-1}{m}} \times u^{\frac{1}{m}}$, & à cause du cercle, on aura

$QH = \sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}}$, & les triangles semblables HQA , DAI , donneront cette proportion QH
 $(\sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}}) \cdot QA \left(a^{\frac{m-1}{m}} \times u^{\frac{1}{m}} \right) :: AD$

$(a) \cdot AI = \frac{a^{\frac{m-1}{m}} \times u^{\frac{1}{m}}}{\sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}}} = SL$. Si donc l'on mène

l'ordonnée lsm infiniment proche de LSM , & tpm infiniment proche de TPM , le petit espace $LSsl$, qui est la différentielle de l'espace ALS de la courbe AL , sera

$\frac{a^{\frac{m-1}{m}} \times u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}}}$, & le petit espace $TPpt$ qui est la différentielle du rectangle $ABTP$, sera adz . On aura donc par

la construction $adz = \frac{a^{\frac{m-1}{m}} \times u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}}}$ ou $dz =$

$\frac{a^{\frac{m-1}{m}} \times u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{aa - a^{\frac{2m-2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}}}$, qui est l'équation qui étoit à

construire.

REMARQUE I.

Si l'on examine la courbe géométrique ALO , dont la quadrature fait trouver les points de la courbe cherchée, on verra 1°. que cette courbe a son origine en A , où elle coupe l'axe AD , à angles droits, 2°. qu'elle s'en éloigne de

134 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
plus en plus, en tournant sa concavité du côté de cet axe,

jusqu'en un point déterminé par $u = \frac{a \sqrt{\frac{m}{m-1}}}{\sqrt{\frac{m}{m+2}}}$, après

lequel elle devient convexe du même côté, & continue de s'éloigner à l'infini de cet axe, en sorte que la ligne DR , perpendiculaire à AD , est asymptote à cette courbe.

COROLLAIRE.

Fig. 3. Si l'on suppose $m=1$, la parabole ANE devient une ligne droite qui fait avec AD , un angle de 45 degrés, & la courbe ALO est telle que l'abscisse AS étant u , son ordonnée SL est $\frac{au}{\sqrt{aa-uu}}$, & l'équation de la courbe cherchée est $dz = \frac{u du}{\sqrt{aa-uu}}$, dont l'intégrale est $z = a - \sqrt{aa-uu}$, qui se réduit à $zz = 2az + aa = aa - uu$, ou $u = \sqrt{2az - zz}$, qui est l'équation au cercle, & c'est ce qui doit arriver, car on sçait que le rayon du cercle est aussi le rayon de sa développée.

Fig. 4. Si $m=2$, la parabole ANE devient la parabole ordinaire; l'ordonnée SL de la courbe ALO est $\frac{a \sqrt{au}}{\sqrt{aa-au}}$
 $= \frac{a \sqrt{u}}{\sqrt{a-u}}$, & la courbe cherchée a pour équation $dz = \frac{du \sqrt{u}}{\sqrt{a-u}}$, qui est celle de la cycloïde, ce qui doit arriver, car on sçait que la cycloïde a pour une de ses propriétés, le rayon MC de sa développée, double de sa partie MQ .

REMARQUE II.

Si l'on veut découvrir tous les cas dans lesquels ces courbes sont géométriques, il faut intégrer l'équation dz

$$= \frac{u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}. \text{ Ce qui se fait en ajoutant à cette}$$

$$\text{expression } \frac{u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}, \text{ ce qui lui manque pour qu'elle}$$

soit intégrable, & ensuite retranchant ce qui a été ajouté, à quoi on ajoute encore ce qui est nécessaire pour que cette nouvelle quantité soit intégrable, puis on le retranche, & ainsi de suite à l'infini. On trouve une équation dont un des membres contient une suite infinie, & dont tous les termes pris deux à deux sont intégrables. En intégrant cette équation, il vient une nouvelle suite infinie. Il ne reste plus qu'à examiner dans quels cas cette suite doit n'être composée que d'un nombre fini de termes; ce sont ceux dans lesquels ces courbes sont géométriques, en voici le calcul. L'équation

$$\text{proposée est } dz = \frac{u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}} \text{ qui se change en } -$$

$$\begin{aligned} dz = & - \frac{1}{m} \frac{2-m}{u^{\frac{2}{m}}} du \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}} \times m u^{\frac{m-1}{m}} + \\ & \frac{m-1}{1} \times u^{\frac{1}{m}} \times du \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}} - \frac{3}{m} u^{\frac{2-m}{m}} du \times \\ & a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}} \times \frac{m \times m-1}{1 \cdot 3} u^{\frac{m-3}{m}} + \frac{m-1 \times m-3}{1 \cdot 3} u^{\frac{-3}{m}} du \times \\ & a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}} - \frac{5}{m} u^{\frac{2-m}{m}} du \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}} \times \frac{m \cdot m-1 \cdot m-3}{1 \cdot 3 \cdot 5} \\ & u^{\frac{m-5}{m}} + \frac{m-1 \cdot m-3 \cdot m-5}{1 \cdot 3 \cdot 5} u^{\frac{-5}{m}} du \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}} \end{aligned}$$

$$\frac{7}{m} u^{\frac{2-m}{m}} du \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}} \times \frac{m \cdot m-1 \cdot m-3 \cdot m-5}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} u^{\frac{m-7}{m}}$$

$$+ \frac{m-1 \cdot m-3 \cdot m-5 \cdot m-7}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} u^{\frac{7}{m}} du \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}$$

— &c. qui peut être continuée à l'infini.

Cette suite est telle que le second & le 3.^{me} terme sont égaux, & que l'un étant affecté du signe +, l'autre l'est du signe —; il en est de même du 4.^{me} & du 5.^{me}, du 6.^{me} & du 7.^{me}, & ainsi de suite à l'infini. Toute cette suite est donc égale au seul premier terme qui étoit la quantité à intégrer. Or l'intégrale des deux premiers termes est $m u^{\frac{m-1}{m}} \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}$, celle du 3.^{me} & du 4.^{me} est $\frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 3} u^{\frac{m-3}{m}} \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}$, celle du 5.^{me} & du 6.^{me} est $\frac{m \cdot m-1 \cdot m-3}{1 \cdot 3 \cdot 5} u^{\frac{m-5}{m}} \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}$, celle du 7.^{me} & du 8.^{me} est $\frac{m \cdot m-1 \cdot m-3 \cdot m-5}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} u^{\frac{m-7}{m}} \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}$, & ainsi de suite à l'infini.

L'intégrale de l'équation proposée est donc $a - z =$

$$m u^{\frac{m-1}{m}} \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}} + \frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 3} u^{\frac{m-3}{m}} \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}$$

$$+ \frac{m \cdot m-1 \cdot m-3}{1 \cdot 3 \cdot 5} u^{\frac{m-5}{m}} \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}} + \frac{m \cdot m-1 \cdot m-3 \cdot m-5}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} u^{\frac{m-7}{m}} \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}$$

$$u^{\frac{m-7}{m}} \times a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}} + \&c.$$
 par laquelle on voit que si $m=1$, ou 3, ou 5, ou 7, ou 9, &c. c'est-à-dire $m=2n-1$, n étant un nombre entier positif, cet intégrale sera composé de 1, ou 2, ou 3, ou 4, &c. des termes, & par conséquent dans tous ces cas la courbe demandée sera géométrique.

Si l'on réduit l'équation des courbes cherchées, qui est

$$dz = \frac{u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}, \text{ sous cette forme } dz = \frac{du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}$$

ou $\frac{du}{a^{\frac{1}{m}} \times u^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{m}}}$ qui lui est égale, & que

l'on ajoute & retranche successivement de cette quantité, la grandeur qui lui manque pour qu'elle soit intégrable, on aura en intégrant, une nouvelle suite infinie pour l'équation de la

Courbe, cette suite sera $m u^{\frac{m+2}{m}} \times u^{\frac{1}{m}} - a^{\frac{2}{m}}$

$$+ \frac{m \cdot m+2}{1 \cdot 3} u^{\frac{m+4}{m}} \times u^{\frac{1}{m}} - a^{\frac{2}{m}} + \frac{m \cdot m+2 \cdot m+4}{1 \cdot 3 \cdot 5} u^{\frac{m+6}{m}} \times u^{\frac{1}{m}} - a^{\frac{2}{m}}$$

$$+ \frac{m+6}{m} \times u^{\frac{1}{m}} - a^{\frac{2}{m}} + \frac{m \cdot m+2 \cdot m+4 \cdot m+6}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} u^{\frac{m+8}{m}} \times u^{\frac{1}{m}} - a^{\frac{2}{m}}$$

$$\times u^{\frac{1}{m}} - a^{\frac{2}{m}} + \&c. = a^{\frac{m+1}{m}} - a^{\frac{1}{m}} z, \text{ dans}$$

laquelle on voit que si $m=2$, ou 4, ou 6, ou 8, &c. c'est-à-dire, $n=2n$, n étant un nombre entier positif, cette suite sera composée d'un nombre fini de termes, & par conséquent dans tous ces cas la courbe cherchée sera encore géométrique.

PROBLEME II.

Fig. 5.

Soit maintenant une infinité de courbes AMB , AmO , ARH , qui ont toutes pour sommet le point A , pour axe la droite APQ , & dont la propriété soit celle du premier Problème. On demande la courbe $DMmR$, qui coupe toutes les courbes AMB , AmO , ARH à angles droits.

PREMIERE SOLUTION.

Soit la courbe $DMmR$, celle qu'on cherche, si l'on nomme AP , x , PM , y , l'arc DM , s , on aura (en menant pm , infiniment proche de PM) $Pp = dx$, $Mr = -dy$, parce que l'ordonnée PM diminue, pendant que l'abscisse AP & l'arc DM augmentent, on aura aussi $Mm = ds$.

Cela posé, il est évident que la sous tangente PQ de cette courbe est aussi sousperpendiculaire d'une courbe quelconque AMB .

Si entre toutes ces courbes, on en prend une déterminée, son équation sera par le premier problème $dz =$

$$\frac{u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{\frac{2}{a^m} - u^{\frac{2}{m}}}}. \text{ Et si dans cette équation on met à la place}$$

de la constante a , une indéterminée t ; alors cette équation

$$\text{deviendra } dz = \frac{u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{\frac{2}{t^m} - u^{\frac{2}{m}}}}, \text{ \& exprimera toutes les}$$

courbes AMB , AmO , ARH , &c.

$$\text{La sousperpendiculaire de ces courbes sera } \frac{u du}{dz} =$$

$$u \sqrt{\frac{\frac{2}{t^m} - \frac{2}{u^m}}{\frac{2}{t^m} - u^{\frac{2}{m}}}} \text{ (en mettant pour } dz \text{ sa valeur) qui se ré-}$$

$$\text{duit à } \sqrt{\frac{\frac{2}{t^m} u^{\frac{2m-2}{2}} - u u}{\frac{2}{t^m} - u^{\frac{2}{m}}}}, \text{ \& la sous tangente de la}$$

$$\text{courbe cherchée } DMmR, \text{ sera } \frac{y dx}{-dy}. \text{ On aura donc}$$

cette équation $\frac{y dx}{dy} = \sqrt{\frac{z}{t^{\frac{2}{m}} y^{\frac{2m-2}{m}}}} - u u$
 $\sqrt{\frac{z}{t^{\frac{2}{m}} y^{\frac{2m-2}{m}}}} - yy$, car alors $u = y$. En quarrant cette

équation, il vient $yy dx^2 = t^{\frac{2}{m}} y^{\frac{2m-2}{m}} dy^2 - yy dy^2$;
 d'où l'on tire $t^{\frac{2}{m}} = \frac{yy dx^2 + yy dy^2}{yy dy^2} \times y^{\frac{2}{m}}$ & $t^{\frac{1}{m}} =$
 $y^{\frac{1}{m}} \sqrt{\frac{dx^2 + dy^2}{-dy}}$, & enfin $t = \frac{y ds^m}{-dy^m}$, en mettant pour $dx^2 +$
 dy^2 la valeur ds .

Si maintenant on reprend l'équation $a - z = m u^{\frac{m-1}{m}}$

$$\times a^{\frac{1}{m}} - u^{\frac{1}{m}} + \frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 3} u^{\frac{m-3}{m}} \times a^{\frac{3}{m}} - u^{\frac{3}{m}} +$$

$$\frac{m \cdot m-3 \cdot m-5}{1 \cdot 3 \cdot 5} u^{\frac{m-5}{m}} \times a^{\frac{5}{m}} - u^{\frac{5}{m}} + \frac{m \cdot m-5 \cdot m-7}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} u^{\frac{m-7}{m}} \times a^{\frac{7}{m}} - u^{\frac{7}{m}} +$$

$u^{\frac{m-7}{m}} \times a^{\frac{7}{m}} - u^{\frac{7}{m}} +$ &c. qui a été trouvée à la re-
 marque II. pour exprimer la nature d'une courbe détermi-
 née AMB , & que l'on substitue dans cette équation à la
 place de la constante a , l'indéterminée t , on aura $t - z$

$$= m u^{\frac{m-1}{m}} \times t^{\frac{1}{m}} - u^{\frac{1}{m}} + \frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 3} u^{\frac{m-3}{m}} \times t^{\frac{3}{m}} - u^{\frac{3}{m}} +$$

$$+ \frac{m \cdot m-3 \cdot m-5}{1 \cdot 3 \cdot 5} u^{\frac{m-5}{m}} \times t^{\frac{5}{m}} - u^{\frac{5}{m}} + \frac{m \cdot m-5 \cdot m-7}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} u^{\frac{m-7}{m}} \times t^{\frac{7}{m}} - u^{\frac{7}{m}} +$$

$u^{\frac{m-7}{m}} \times t^{\frac{7}{m}} - u^{\frac{7}{m}} +$ &c. pour l'équation d'une courbe
 Sij

140 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
quelconque AMB , AmO , ARH , & si l'on veut que cette
équation exprime la nature de la courbe cherchée $DMmR$,
il ne faut que substituer à la place de z , u & t , leurs valeurs

$$x, y \text{ \& } \frac{y ds^m}{-dy^m}. \text{ Alors on aura } \frac{y ds^m}{-dy^m} - x = m y^{\frac{m-1}{m}}$$

$$\times \frac{y^{\frac{2}{m}} ds^2}{dy^2} - y^{\frac{\frac{1}{m}}{\frac{1}{2}}} + \frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 3} y^{\frac{m-3}{m}} \times \frac{y^{\frac{2}{m}} ds^2}{dy^2} - y^{\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{m}}}$$

$$+ \frac{m \cdot m-1 \cdot m-3}{1 \cdot 3 \cdot 5} y^{\frac{m-5}{m}} \times \frac{y^{\frac{2}{m}} ds^2}{dy^2} - y^{\frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{m}}} + \&c. \text{ qui se}$$

$$\text{réduit à } \frac{y ds^m}{-dy^m} - x = \frac{m y}{-dy} \times ds^2 - dy^2 + \frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 3} \frac{y^{\frac{1}{2}}}{-dy^3} \times y^{\frac{1}{2}}$$

$$ds^2 - dy^2 + \frac{m \cdot m-1 \cdot m-3}{1 \cdot 3 \cdot 5} \frac{y^{\frac{3}{2}}}{-dy^5} \times y^{\frac{3}{2}} ds^2 - dy^2 +$$

$$\frac{m \cdot m-1 \cdot m-3 \cdot m-5}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} \frac{y^{\frac{5}{2}}}{-dy^7} \times y^{\frac{5}{2}} ds^2 - dy^2 + \&c. \text{ où l'on doit}$$

remarquer que l'on a mis $-dy$, $-dy^3$, $-dy^5$, &c. parce
que ces grandeurs résultent de $-dy$, qui a été introduit
dans la valeur de t .

Si l'on multiplie cette équation par $\frac{dy^m}{y}$, il viendra

$$-ds^m - \frac{x dy^m}{y} = -m dy^{m-1} \times ds^2 - dy^2 -$$

$$\frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 3} dy^{m-3} \times ds^2 - dy^2 - \frac{m \cdot m-1 \cdot m-3}{1 \cdot 3 \cdot 5} dy^{m-5}$$

$$\times ds^2 - dy^2 - \frac{m \cdot m-1 \cdot m-3 \cdot m-5}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} dy^{m-7} \times ds^2 - dy^2$$

$$- \&c. \text{ dont la différence, en supposant } ds \text{ constante, est}$$

$$\frac{-y d \times dy^m - m \times y dy^{m-1} ddy + x dy^{m+1}}{yy} = dy d'y \times ds^2 - dy^2$$

$$\begin{aligned}
 & \times dy^{m-1} \frac{m \cdot m - 1}{1} dy^{m-2} ddy \times ds^2 - dy^2 + 3 dy dy \\
 & \times ds^2 - dy^2 \times \frac{m \cdot m - 1}{1 \cdot 3} dy^{m-3} \frac{m \cdot m - 1 \cdot m - 3}{1 \cdot 3} dy^{m-4} \\
 & ddy \times ds^2 - dy^2 + 5 dy ddy \times ds^2 - dy^2 \times \frac{m \cdot m - 1 \cdot m - 3}{1 \cdot 3 \cdot 5} \\
 & dy^{m-5} \text{ --- \&c.}
 \end{aligned}$$

Si l'on examine le second membre de cette équation, on verra que tous les termes à l'infini se détruisent, excepté le premier terme. Cette équation se réduira donc à celle-ci;

$$\begin{aligned}
 & \frac{-y dx dy^m - m xy dy^{m-1} ddy + x dy^{m+1}}{y^2} = m dy^m ddy \times ds^2 - dy^2 \\
 & = \frac{m dy^m ddy}{dx}, \text{ en mettant pour } ds^2 - dy^2 \text{ la valeur } \frac{1}{dx}
 \end{aligned}$$

& en la divisant par $m dy^{m-1}$, faisant évanouir les dénominateurs, & mettant les deux membres de l'équation du même côté, on aura $-\frac{1}{m} y dx^2 dy - xy dx ddy + \frac{1}{m} x dx dy^2 - yy dy ddy = 0$. Mais de ce que $ds^2 - dy^2 = dx^2$, il s'ensuit, en prenant les différences, que $-\frac{dx ddx}{dy}$. Si donc on substitue dans le dernier terme de l'équation pour ddy , cette valeur, on aura $-\frac{1}{m} y dx^2 dy - xy dx ddy + \frac{1}{m} x dx dy^2 + yy dx ddx = 0$, qui se réduit, en divisant par dx , à $-\frac{1}{m} y dx dy - xy ddy + \frac{1}{m} x dy^2 + yy ddx = 0$. Pour intégrer cette équation, il faut la multiplier par $y^{\frac{1}{m}}$, & l'on aura $-\frac{1}{m} y^{\frac{1}{m}} dx dy - xy^{\frac{1}{m}} ddy + \frac{1}{m} xy^{\frac{1}{m}} dy^2 + y^{\frac{1}{m}} yy ddx = 0$, dont l'intégrale est $y^{\frac{1}{m}} dx - xy^{\frac{1}{m}} dy$, ce qui se voit en prenant la différence de cette grandeur.

Cette différence est $1 - \frac{1}{m} \times y^{\frac{1}{m}} dy dx + y^{\frac{1}{m}}$
 Siij

$ddx + \frac{1}{m} xy \frac{1}{m} dy^2 - xy \frac{1}{m} ddy - y \frac{1}{m} ddx$
 $dx dy$, qui se réduit à $-\frac{1}{m} y \frac{1}{m} dy dx + y \frac{1}{m} ddx$
 $+ \frac{1}{m} xy \frac{1}{m} dy^2 - xy \frac{1}{m} ddy$, qui est la grandeur
 que l'on avoit à intégrer. Or comme cette grandeur est égale
 à zéro, il s'en suit que son intégrale est égale à une quantité
 constante.

Soit cette constante $\frac{ds}{a^m}$, on aura pour l'équation

$$\text{de la courbe cherchée } \frac{y dx - x dy}{y^m} = \frac{a ds}{a^m}.$$

Si l'on reprend l'équation $-\frac{1}{m} y \frac{1}{m} dxdy - xy \frac{1}{m}$
 $ddy + \frac{1}{m} xy \frac{1}{m} dy^2 + y \frac{1}{m} ddx = 0$, & que
 l'on change tous les signes de ses termes, on aura $\frac{1}{m} y \frac{1}{m}$
 $dxdy + xy \frac{1}{m} ddy - \frac{1}{m} xy \frac{1}{m} dy^2 - y \frac{1}{m} ddx$
 $= 0$, dont l'intégrale est $xy \frac{1}{m} dy - y \frac{1}{m} dx$,
 ou $\frac{x dy - y dx}{y^m}$; ainsi la courbe cherchée peut aussi avoir

$$\text{pour son équation } \frac{x dy - y dx}{y^m} = \frac{a ds}{a^m}, \text{ c'est-à-dire que}$$

$$\text{son équation fera } \frac{+x dy + y dx}{y^m} = \frac{a ds}{a^m}.$$

Si l'on suppose $m = 1$, qui est le cas où l'on a vû que les
 courbes coupées étoient des cercles, on aura $\frac{x dy - y dx}{y} =$
 $\frac{a ds}{a} = ds$ pour l'équation de la courbe cherchée dans ce
 cas. En quarrant cette équation, & mettant pour ds sa va-

leur $\sqrt{dx^2 + dy^2}$, elle deviendra $xxdy^2 - 2xydxdy + yydx^2 = yydx^2 + yydxy^2$ qui se réduit à $xxdy^2 - 2xydxdy = y y dy^2$, ou à $\frac{2xydx - xxdy}{yy} = dy$, dont l'intégrale est $\frac{xx}{y} = a - y$, ou $xx = ay - yy$, qui est l'équation à un cercle dont le diamètre est a . La courbe qui coupe une infinité de cercles à angles droits est donc un autre cercle, ce que l'on sçavoit d'ailleurs.

SECONDE SOLUTION.

Soit repris l'équation $dz = \frac{u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}$ qui a été

trouvée pour une courbe déterminée AMB . Si on réduit cette équation ensuite, en élevant le dénominateur

$\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}$ à l'exposant $-\frac{1}{2}$; par les règles de l'élevé-

vation des puissances, on aura $a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}} = a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}$

$-\frac{1}{2} \times a^{\frac{2}{m}} \times -u^{\frac{2}{m}} = \frac{1}{2} \times a^{\frac{2}{m}} \times u^{\frac{2}{m}}$

$\times u^{\frac{4}{m}} = \frac{1}{2} \times a^{\frac{2}{m}} \times u^{\frac{4}{m}}$

$\times u^{\frac{6}{m}} = \frac{1}{2} \times a^{\frac{2}{m}} \times u^{\frac{6}{m}}$

$\times u^{\frac{8}{m}} = \frac{1}{2} \times a^{\frac{2}{m}} \times u^{\frac{8}{m}}$

$\times u^{\frac{10}{m}} = \frac{1}{2} \times a^{\frac{2}{m}} \times u^{\frac{10}{m}}$

$\times u^{\frac{12}{m}} = \frac{1}{2} \times a^{\frac{2}{m}} \times u^{\frac{12}{m}}$

$\times u^{\frac{14}{m}} = \frac{1}{2} \times a^{\frac{2}{m}} \times u^{\frac{14}{m}}$

$\times u^{\frac{16}{m}} = \frac{1}{2} \times a^{\frac{2}{m}} \times u^{\frac{16}{m}}$

$$+ \frac{\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \times u^{\frac{10}{m}}}{\frac{11}{12}} + \&c.$$

Si donc on met dans l'équation $dz = \frac{u^{\frac{1}{m}} du}{\sqrt{a^{\frac{2}{m}} - u^{\frac{2}{m}}}}$,

pour le dénominateur, la suite que l'on vient de trouver,

$$\begin{aligned} \text{on aura } dz = & \frac{u^{\frac{1}{m}} du}{a^{\frac{1}{m}}} + \frac{1 \cdot u^{\frac{3}{m}} du}{-1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot a^{\frac{3}{m}}} + \frac{1 \cdot 3 \cdot u^{\frac{5}{m}} du}{-2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot a^{\frac{5}{m}}} \\ & + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot u^{\frac{7}{m}} du}{-3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot a^{\frac{7}{m}}} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot u^{\frac{9}{m}} du}{-4 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot a^{\frac{9}{m}}} + \\ & \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot u^{\frac{11}{m}} du}{-5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot a^{\frac{11}{m}}} + \&c. \text{ dont l'intégrale est } z = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{u^{\frac{1}{m}} + 1}{\frac{1}{m} + 1 \cdot a^{\frac{1}{m}}} + \frac{1 \cdot u^{\frac{3}{m}} + 1}{\frac{3}{m} + 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot a^{\frac{3}{m}}} + \frac{1 \cdot 3 \cdot u^{\frac{5}{m}} + 1}{\frac{5}{m} + 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot a^{\frac{5}{m}}} \\ & + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot u^{\frac{7}{m}} + 1}{\frac{7}{m} + 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot a^{\frac{7}{m}}} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot u^{\frac{9}{m}} + 1}{\frac{9}{m} + 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot a^{\frac{9}{m}}} \\ & + \&c. \text{ qui se réduit à } z = \frac{m \cdot u^{\frac{1}{m}}}{m+1 \cdot a^{\frac{1}{m}}} + \frac{m \cdot 1 \cdot u^{\frac{3}{m}}}{m+3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot a^{\frac{3}{m}}} \\ & + \frac{m \cdot 1 \cdot 3 \cdot u^{\frac{5}{m}}}{m+5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot a^{\frac{5}{m}}} + \frac{m \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot u^{\frac{7}{m}}}{m+7 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot a^{\frac{7}{m}}} + \&c. \end{aligned}$$

Cette équation ensuite infinie, exprime la nature d'une courbe déterminée AMB , & si l'on met à la place de la constante a , l'indéterminée t , on aura pour l'équation d'une

$$\text{courbe quelconque, } AMB, AmO, ARH, z = \frac{m \cdot u^{\frac{1}{m}}}{m+1 \cdot t^{\frac{1}{m}}} + \frac{m \cdot 1 \cdot u^{\frac{3}{m}}}{m+3 \cdot t^{\frac{3}{m}}} + \frac{m \cdot 1 \cdot 3 \cdot u^{\frac{5}{m}}}{m+5 \cdot t^{\frac{5}{m}}} + \frac{m \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot u^{\frac{7}{m}}}{m+7 \cdot t^{\frac{7}{m}}} + \&c.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\frac{m+3}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{2} \cdot \frac{m}{3}}{m+3} + \frac{\frac{m+5}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{m}{5}}{m+5} + \\
 & \frac{\frac{m+7}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{m}{5} \cdot \frac{m}{7}}{m+7} + \&c.
 \end{aligned}$$

Si l'on veut que cette équation exprime la nature de la courbe cherchée $DMmR$, il ne faut que substituer à la place de z , u & t , leurs valeurs x , y & $\frac{z ds^m}{-dy^m}$, & l'on

$$\begin{aligned}
 \text{aura } x = & \frac{\frac{m+1}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{2} \cdot \frac{m}{3}}{m+1} - \frac{\frac{m+3}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{m}{5}}{m+3} + \\
 & \frac{\frac{m+5}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{m}{5} \cdot \frac{m}{7}}{m+5} - \frac{\frac{m+7}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{m}{5} \cdot \frac{m}{7} \cdot \frac{m}{9}}{m+7} + \&c.
 \end{aligned}$$

$$\text{à } x = \frac{\frac{m+1}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{2} \cdot \frac{m}{3}}{m+1} + \frac{\frac{m+3}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{m}{5}}{m+3} + \frac{\frac{m+5}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{m}{5} \cdot \frac{m}{7}}{m+5} + \&c.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\frac{m+7}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{m}{5} \cdot \frac{m}{7} \cdot \frac{m}{9}}{m+7} + \frac{\frac{m+9}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{m}{5} \cdot \frac{m}{7} \cdot \frac{m}{9} \cdot \frac{m}{11}}{m+9} + \&c.
 \end{aligned}$$

Si l'on multiplie chaque membre de cette équation par

$$\begin{aligned}
 \frac{dy}{y}, \text{ on aura } \frac{-x dy^m}{y} = & \frac{\frac{m+1}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{2} \cdot \frac{m}{3}}{m+1} \frac{dy^m}{y} + \frac{\frac{m+3}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{m}{5}}{m+3} \frac{dy^m}{y} + \\
 & + \frac{\frac{m+5}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{m}{5} \cdot \frac{m}{7}}{m+5} \frac{dy^m}{y} + \frac{\frac{m+7}{m} \cdot \frac{m}{1} \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{m}{5} \cdot \frac{m}{7} \cdot \frac{m}{9}}{m+7} \frac{dy^m}{y} + \&c.
 \end{aligned}$$

La différence de cette équation, en supposant ds constante,

Mem. 1725.

T

$$\text{est } \frac{-ydx dy^m - mxy dy^{m-1} ddy + xdy^{m+1}}{yy} = \frac{m dy^m ddy}{ds}$$

$$+ \frac{m \cdot 1 \cdot dy^{m+2} ddy}{2 \cdot 1 \cdot ds^3} + \frac{m \cdot 1 \cdot 3 \cdot dy^{m+4} ddy}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot ds^5} + \frac{m \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot dy^{m+6} ddy}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ds^7}$$

$$+ \frac{m \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot dy^{m+8} ddy}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot ds^9} + \&c. \text{ en divisant cette équation}$$

$$\text{par } mdy^m ddy, \text{ elle se réduit à } \frac{-ydx dy^m - mxy dy^{m-1} ddy + xdy^{m+1}}{myy dy^m ddy}$$

$$= \frac{1}{ds} + \frac{1 \cdot dy^2}{2 \cdot 1 \cdot ds^3} + \frac{1 \cdot 3 \cdot dy^4}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot ds^5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot dy^6}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ds^7}$$

$$+ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot dy^8}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot ds^9} + \&c.$$

La somme de cette suite infinie est $\frac{1}{\sqrt{ds^2 - dy^2}}$, ce qui se voit en élevant $ds^2 - dy^2$ à la puissance $-\frac{1}{2}$, car on trouvera la même suite. Mais $\sqrt{ds^2 - dy^2} = dx$, on aura donc cette équation $\frac{-ydx dy^m - mxy dy^{m-1} ddy + xdy^{m+1}}{myy dy^m ddy} = \frac{1}{dx}$ ou $-ydx - \frac{mxy ddy}{dy} + xdy = \frac{myy ddy}{dx}$, ou enfin en multipliant par $\frac{dx dy}{m}$, & transposant, il vient $-\frac{1}{m} ydydx^2 - x ydx ddy + \frac{1}{m} x dx dy - yydydd = 0$, & en mettant dans le dernier terme pour ddy sa valeur $-\frac{dx dx}{dy}$, tirée de la différence de $dx^2 + dy^2 = ds^2$, en supposant ds constante, comme on l'a déjà supposé, cette équation deviendra $-\frac{1}{m} ydx^2 dy - x ydx ddy + \frac{1}{m} x dx dy^2 + yydx dx = 0$, qui se réduit à $-\frac{1}{m} ydx dy - xyddy + \frac{1}{m} x dy^2 + yyddx = 0$.

Pour intégrer cette équation, on la multipliera par y $-\frac{1}{2} - \frac{1}{m}$

& l'on aura $-\frac{1}{m} y^{-\frac{1}{m}} dx dy - xy^{-\frac{1}{m}} dd y +$
 $\frac{1}{m} xy^{-\frac{1}{m}} dy^2 + y^{-\frac{1}{m}} dd x = 0$, dont l'intégrale
 est $\frac{y dx - x dy}{y^{\frac{1}{m}}}$, ou (en changeant les signes de l'équation)
 $\frac{x dy - y dx}{y^{\frac{1}{m}}}$ comme dans la première solution.

L'équation de la courbe cherchée est donc $\frac{+y dx + x dy}{y^{\frac{1}{m}}}$
 $= \frac{b ds}{b^{\frac{1}{m}}}$.

Mais comme cette équation, qui exprime la nature de la courbe cherchée, est telle que les indéterminées x , & y , y sont mêlées entr'elles, & avec leurs différences dx & dy , & qu'en faisant évanouir ds , ou le signe radical $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ qui lui est égal, ce mélange devient encore plus composé, que si l'on introduit de nouvelles inconnues, à la place de x & de y ; on ne peut encore parvenir à la séparation des indéterminées, ce qui est cependant nécessaire pour construire la courbe demandée par le moyen de quelques quadratures.

Pour donc parvenir à une construction, soit repris l'équation $\frac{x dy - y dx}{y^{\frac{1}{m}}} = \frac{b ds}{b^{\frac{1}{m}}}$, ou $\frac{x dy - y dx}{y^{\frac{1}{m}} ds} = \frac{1}{b^{\frac{1}{m} - 1}}$, dans

laquelle si l'on met pour $\frac{y^{\frac{1}{m}} ds}{-dy}$ sa valeur $t^{\frac{1}{m}}$, il viendra

$\frac{x dy - y dx}{-t^{\frac{1}{m}} dy} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, qui se réduit à $\frac{y dx}{t^{\frac{1}{m}} dy} - \frac{x}{t^{\frac{1}{m}}} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$.

Maintenant pour faire évanouir les x & les dx , soit mis pour

dx sa valeur trouvée $\frac{-dy \sqrt{\frac{1}{t^{\frac{1}{m}}} y^{\frac{2}{m} - 2}}}{y}$

$$\frac{-y^{\frac{m-1}{m}} dy \sqrt{\frac{z^{\frac{2}{m}}}{z^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}}{y}, \text{ \& pour } x, \text{ la valeur}$$

$$S \frac{-y^{\frac{m-1}{m}} dy \sqrt{\frac{z^{\frac{2}{m}}}{z^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}}{y}, S, \text{ signifie somme ou intégrale.}$$

$$\text{Alors on aura } \frac{-y^{\frac{m-1}{m}} \sqrt{\frac{z^{\frac{2}{m}}}{z^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}}{z^{\frac{1}{m}}} + S$$

$$dy \frac{\sqrt{\frac{z^{\frac{2}{m}}}{z^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}}{\frac{1}{z^{\frac{1}{m}}} y^{\frac{1}{m}}} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}; \text{ mais si pour } z, \text{ parametre varia-}$$

ble de toutes les courbes coupées, on met la constante a ,

$$\text{on aura } \frac{-y^{\frac{m-1}{m}} \sqrt{\frac{a^{\frac{2}{m}}}{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}}{a^{\frac{1}{m}}} + S \frac{dy \sqrt{\frac{a^{\frac{2}{m}}}{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}}{a^{\frac{1}{m}} y^{\frac{1}{m}}} \\ = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}, \text{ dont la différence est}$$

$$\frac{-m+1}{m} \times y^{\frac{m-1}{m}} dy \sqrt{\frac{a^{\frac{2}{m}}}{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}} + \frac{1}{2} \times a^{\frac{1}{m}} y^{\frac{1}{m}} \times -\frac{1}{m} y^{\frac{1}{m}-1} dy \times -y^{\frac{1}{m}-1}$$

$$+ \frac{dy \sqrt{\frac{a^{\frac{2}{m}}}{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}}{a^{\frac{1}{m}} y^{\frac{1}{m}}} = 0, \text{ qui se réduit à } \frac{\frac{1}{a^{\frac{1}{m}}} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{\frac{a^{\frac{2}{m}}}{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}}$$

$= 0$, dont l'intégrale est par conséquent égale à la quantité constante $\frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, c'est-à-dire que l'on aura S

$$\frac{\frac{1}{a^{\frac{1}{m}}} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{\frac{a^{\frac{2}{m}}}{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}, \text{ qui est l'équation que le}$$

célèbre M. Jean Bernouli a construite.

Si l'on fait attention à ce qui vient d'être fait, on verra que cette équation ne convient qu'au seul point de la courbe cherchée, où cette courbe coupe celle des courbes coupées qui a pour parametre la constante a .

D'où l'on voit encore que si ce parametre est pris plus grand ou plus petit, cette équation exprimera dans ces deux cas, deux nouveaux points de la courbe cherchée qui sont ceux où cette courbe rencontre les deux courbes coupées qui ont pour parametre, l'une la grandeur a augmentée, & l'autre cette même grandeur diminuée; mais il faut que dans ces trois

valeurs de a , l'expression $S \frac{\frac{1}{a^m} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{\frac{1}{a^m} - y^{\frac{1}{m}}}}$ soit toujours

égale à la même grandeur constante $\frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, puisque b ne

peut varier. Il en sera de même de l'infinité de valeurs que l'on peut donner à la grandeur a , ce qui fournit cette construction.

Soit une des courbes coupée AMB dont le parametre soit a , si l'on décrit une courbe AN dont le sommet soit en A , qui ait pour axe la ligne AQ , perpendiculaire à l'axe AP de la courbe cherchée, & dont les ordonnées NQ

Fig. 6.

soient cette expression $\frac{\frac{1}{a^m} \frac{1}{b^m} + 1}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{\frac{1}{a^m} + y^{\frac{1}{m}}}}$, les abscisses

AQ étant y . Si l'on prend l'espace ANQ de cette courbe égal à l'espace donné bb , & que l'on prolonge l'ordonnée NQ jusqu'en M , où elle coupe la courbe AMB dont le parametre est a , ce point M , sera aussi à la courbe cherchée $AmMD$.

Si l'on prend une autre courbe $Am b$, dont le parametre a soit plus grand ou plus petit que dans le cas précédent, on aura aussi une autre courbe An , dont l'ordonnée

est encore $\frac{a^{\frac{1}{m}} b^{\frac{1}{m}} + 1}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}$, dans laquelle courbe on

prendra de même l'espace ANq égal à l'espace donné bb , l'ordonnée nq prolongée coupera la courbe Amb en m , qui sera encore à la courbe cherchée $AmMD$.

DÉMONSTRATION.

Dans toutes les courbes AN , l'expression de la différentielle de l'espace ANQ sera $\frac{a^{\frac{1}{m}} b^{\frac{1}{m}} + 1}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}} dy$, dont

l'intégrale doit être égale à l'espace bb , on aura donc

$$S \frac{a^{\frac{1}{m}} b^{\frac{1}{m}} + 1}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}} dy = bb, \text{ ou } S \frac{a^{\frac{1}{m}} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}, \text{ qui est l'équation qui étoit à construire.}$$

REMARQUE.

1.^o Si l'on examine l'équation $S \frac{a^{\frac{1}{m}} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, &c que l'on transforme le premier terme en une

suite infinie dont tous les termes pris deux à deux soient in-

$$\begin{aligned} \text{tégrables, on trouvera } & \frac{a^{\frac{1}{m}}}{y^{\frac{1}{m}}} - \frac{1}{m} \frac{a^{\frac{1}{m}}}{y^{\frac{1}{m}+1}} dy \times a^{\frac{1}{m}} - y^{\frac{2}{m}} = \\ & - \frac{1}{m} y^{\frac{2-m}{m}} dy \times a^{\frac{1}{m}} - y^{\frac{2}{m}} = \\ & - a^{\frac{1}{m}} \times m - 3 \times y^{\frac{2}{m}} dy \times a^{\frac{1}{m}} - y^{\frac{2}{m}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & y^{\frac{2-m}{m}} dy \times a^{\frac{1}{m}} - y^{\frac{2}{m}} \times a^{\frac{1}{m}} \times \frac{m \cdot m-3}{1 \cdot 3} y^{\frac{m-5}{m}} \\
 & - a^{\frac{1}{m}} \times \frac{m-3 \cdot m-5}{1 \cdot 3} \times y^{\frac{1}{m}} dy \times a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}} - \\
 & \frac{1}{m} y^{\frac{2-m}{m}} dy \times a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}} \times a^{\frac{1}{m}} \times \frac{m \cdot m-3 \cdot m-5}{1 \cdot 3 \cdot 5} \\
 & y^{\frac{m-7}{m}} - a^{\frac{1}{m}} \times \frac{m-3 \cdot m-5 \cdot m-7}{1 \cdot 3 \cdot 5} \times y^{-\frac{7}{m}} dy \times \\
 & a^{\frac{1}{m}} - y^{\frac{2}{m}} - \&c. \text{ dont l'intégrale est } \frac{a^{\frac{1}{m}}}{\frac{1}{m}} - m \cdot a^{\frac{1}{m}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & y^{\frac{m-3}{m}} \times a^{\frac{1}{m}} - y^{\frac{2}{m}} - \frac{m \cdot m-3}{1 \cdot 3} \times a^{\frac{1}{m}} y^{\frac{m-5}{m}} \\
 & \times a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}} - \frac{m \cdot m-3 \cdot m-5}{1 \cdot 3 \cdot 5} \times a^{\frac{1}{m}} y^{\frac{m-7}{m}} \times a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}} \\
 & - \&c. = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}
 \end{aligned}$$

20. Si l'on réduit l'équation $S \frac{a^{\frac{1}{m}} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{2}{m}} - y^{\frac{2}{m}}}}$

$= \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$ sous cette forme qui lui est égale $S y^{-\frac{1}{m}} dy$

$\times y^{-\frac{1}{m}} - a^{-\frac{1}{m}} = \frac{b}{b^{\frac{1}{m}}}$, & que l'on transforme

cette dernière est une suite infinie, dont les termes pris deux à deux, soient intégrables, on trouvera $y^{-\frac{1}{m}} dy$

$$\begin{aligned}
 & \times y^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{m}} = - \frac{1}{m} y^{\frac{2+m}{m}} dy \times \frac{1}{\frac{1}{2}} \\
 & y^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{m}} \times -my - mdy \times y^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{m}} \\
 & - \frac{3}{m} y^{\frac{2+m}{m}} dy \times y^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{m}} \times - \frac{m \cdot m}{1 \cdot 3} y^{\frac{2+m}{m}} \\
 & - \frac{m \cdot m + 2}{1 \cdot 3} y^{\frac{2}{m}} dy \times y^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{m}} - \frac{5}{m} y^{\frac{2+m}{m}} dy \\
 & \times y^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{m}} \times - \frac{m \cdot m \cdot m + 2}{1 \cdot 3 \cdot 5} y^{\frac{4+m}{m}} - \frac{m \cdot m + 2 \cdot m + 4}{1 \cdot 3 \cdot 5} \\
 & y^{\frac{4}{m}} dy \times y^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{m}} - \&c. \text{ dont l'intégrale est} \\
 & \frac{a^{\frac{1}{m}}}{\frac{1}{m}} - my \times y^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{m}} - \frac{m \cdot m}{1 \cdot 3} y^{\frac{2+m}{m}} \times \\
 & y^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{m}} - \frac{m \cdot m \cdot m + 2}{1 \cdot 3 \cdot 5} y^{\frac{4+m}{m}} \times y^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{m}} \\
 & - \frac{m \cdot m \cdot m + 2 \cdot m + 4}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} y^{\frac{6+m}{m}} \times y^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{m}} - \&c. \\
 & = \frac{b^{\frac{1}{m}}}{b^{\frac{1}{m}}}.
 \end{aligned}$$

COROLLAIRE.

Il suit de la nature des deux suites que l'on vient de trouver;
 pour l'intégration de la même grandeur $\frac{a^{\frac{1}{m}} dy}{y^{\frac{1}{m}} \sqrt{a^{\frac{1}{m}} - y^{\frac{1}{m}}}}$,
 que

Fig. 3.

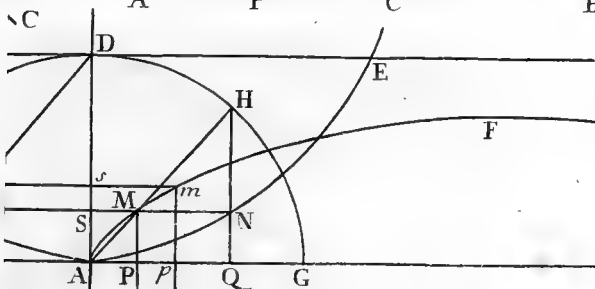
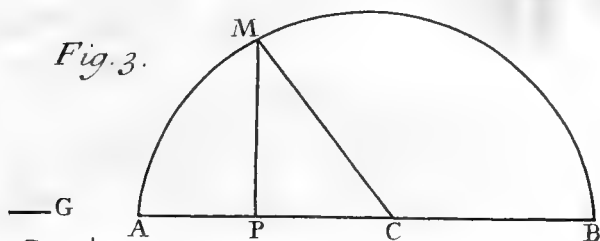


Fig. 2.

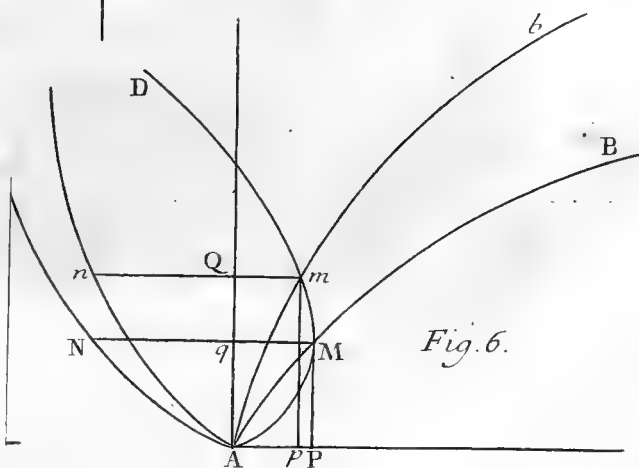


Fig. 6.

que si dans la première, m vaut 3 ou 5, ou 7, ou 9, &c. & que si dans la seconde, m vaut — 2, ou — 4, ou — 6, &c. il suit, dis-je, que dans tous ces cas les courbes AN, An sont non-seulement géométriques, mais encore qu'elles seront quarrables, & par conséquent que la courbe cherchée sera aussi géométrique dans tous ces cas qui sont les mêmes dans lesquels on a vu que les courbes coupées étoient géométriques.

OBSERVATIONS

SUR

LA PRÉPARATION

DU BLEU DE PRUSSE,

OU DE BERLIN.

Par M. GEOFFROY l'Aîné.

LA Société Royale de Berlin publia en 1710 le premier Volume de ses Mémoires sous le nom de *MISCELLANEA BEROLINENSIA*, où il est fait mention du *Bleu de Berlin*, & connu ici sous le nom de *Bleu de Prusse*. On y annonce seulement les avantages de cette couleur, mais on n'y déclare point comment elle se prépare.

14. Nov.
1725.

Les Peintres qui peignent en huile, manquent (dit-on dans ce Mémoire) d'une bonne couleur pour le bleu. Ils ont, à la vérité, quelques matières bleues qui se mêlent fort bien avec l'huile, mais les unes ne sont pas durables, avec le tems elles s'altèrent & deviennent vertes, pâles, rousses ou brunes; d'autres qui sont belles, ont le défaut d'être fableuses. On a beau les broyer très-long-tems, elles ne sont jamais assez fines pour les ouvrages délicats. La meilleure de toutes est l'Outremier, qui se prépare avec le *Lapis*, ou la Pierre d'azur. Il est très-fin. Sa couleur est très-belle, & ne change point.

Mem. 1725.

V

Mais outre qu'il est d'un très-grand prix, il ne s'allie pas bien avec les autres couleurs.

Le bleu de Prusse a toutes les qualités qu'on peut souhaiter dans les couleurs bleues. Il se détrempe & se mêle parfaitement avec l'eau, avec l'huile, & avec toutes les autres liqueurs dont on peut se servir pour peindre. L'huile lui donne même plus d'éclat. Le grand air n'en altère point la couleur. L'eau-forte ni les autres acides n'y font aucun changement considérable. La chaux vive ne l'endommage point. On peut le broyer en poudre aussi fine & aussi douce qu'il est nécessaire pour peindre en miniature, ayant soin de le bien laver dans l'eau nette après l'avoir broyé : il n'en fera que plus beau. Il se couche & s'étend à merveille, & mieux qu'aucune couleur.

On en compose de différentes nuances plus claires & plus obscures pour former les clairs & les ombres, sans avoir recours à des alliages d'autres couleurs. Ce n'est pas que ce bleu ne puisse s'unir à d'autres couleurs, comme avec le blanc pour en faire différentes nuances : & c'est ce que font quelques Peintres pour ménager leur bourse. Mais il est aisé de distinguer ces couleurs alliées, de celles qui ont été employées dans leurs nuances naturelles. Celles-ci ont toujours plus de douceur & d'éclat : celles-là sont plus rudes & plus mates. On en prépare à Berlin de deux sortes, l'un fort clair, & l'autre très-foncé, dont les Peintres peuvent ensuite par leurs différens mélanges former des nuances différentes.

D'ailleurs cette couleur n'a rien de nuisible à la santé, comme plusieurs matières qu'on employe dans la Peinture, de sorte qu'on peut s'en servir sans danger à colorer des pâtes de sucre pour manger. Enfin le prix de cette couleur est fort au dessous de celui de l'Outremer.

Ce sont là les éloges que Messieurs de Berlin firent de leur bleu dans cette annonce, sans nous en déclarer la préparation. Ils ont tenu ce secret caché tant qu'ils ont pu. Mais il est difficile qu'une préparation aussi utile, & qui est entre les mains de plusieurs personnes qui le travaillent, puissent être long-tems cachée.

Le curieux M. Woodward, illustre Membre de la Société Royale de Londres, a trouvé moyen d'avoir la maniere dont ce bleu se prépare, qu'il a rendu publique dans les Transactions philosophiques, ou Journaux de la Société Royale de Londres des mois de Janvier & Fevrier 1724; on prépare même beaucoup de ce bleu présentement à Londres: & soit que la maniere dont on le prépare soit différente de celle de Berlin, ou soit que Messieurs de Berlin, assurés de leur débit, se négligent dans cette préparation, celui de Londres paroît aujourd'hui plus brillant & plus éclatant que celui de Berlin. Voici la description de cette préparation, tirée des Transactions de la Société Royale de Londres.

Prenez quatre onces de tartre cru & autant de salpêtre bien desséché, mettez-les en poudre, & les mêlez exactement, mettez le feu à ce mélange avec un charbon. Il se fera une grande fulmination: après laquelle il restera quatre onces d'un sel alkali fixe, auquel les Chymistes donnent le nom de *Nitre fixé par le Tartre*.

Pendant que ce sel est encore chaud, mettez-le en poudre subtile, & joignez-y quatre onces de sang de bœuf bien desséché & réduit en poudre très-fine. Mettez ensuite ce mélange dans un grand creuset, dont le tiers au moins demeure vuide. Couvrez le creuset de son couvercle: entourez-le de charbons qu'on allumera peu à peu, de sorte que la matiere contenue dans le creuset, s'échauffe, s'allume, s'embrase lentement, & ne brûle point trop vite. Vous tiendrez la matiere dans ce même degré de feu jusqu'à ce que la flamme qui part de la matiere embrasée se rallentisse & diminue considérablement. Vous augmenterez pour lors le feu jusqu'à ce que la matiere rougisse, & qu'il ne sorte plus du creuset qu'un peu de flamme légère.

Alors retirez le creuset du feu, versez la matiere encore chaude dans un mortier, & la pulvérisiez grossièrement. Jetez-la sans lui donner le tems de se refroidir dans deux pintes d'eau bouillante que vous aurez toute prête sur le feu: laissez bouillir le tout pendant l'espace d'une demi-heure. Faites

passer cette décoction au travers d'un linge. Ramassez la matiere noire qui reste sur le linge, faites-la bouillir de nouveau dans suffisante quantité d'eau. Passez cette décoction, & faites bouillir encore cette matiere noire dans de nouvelle eau jusqu'à ce qu'elle n'ait plus aucune salure, & que l'eau en sorte insipide. Passez votre décoction, & en dernier lieu exprimez fortement votre matiere noire. Mêlez ensemble toutes vos décoctions, faites-les évaporer & réduire à deux pintes. Gardez cette lessive.

Prenez une once de vitriol d'Angleterre légèrement calciné en blancheur. Faites-le fondre dans six onces d'eau de pluie. Filtrez cette dissolution de vitriol, & la gardez.

Enfin prenez huit onces d'alun bien net & crystalin. Faites-le fondre dans deux pintes d'eau bouillante. Vous tiendrez cette eau sur le feu, bouillant à gros bouillons, jusqu'à ce que l'alun soit fondu. Vous y ajouterez alors la dissolution du vitriol que vous aurez aussi chauffée auparavant jusqu'à bouillir. Versez ces deux dissolutions mêlées ensemble dans une grande terrine, & y ajoutez en même-tems votre lessive de sang & de nitre fixé toute bouillante aussi.

Ce mélange de liqueurs produira un bouillonnement considérable, & il prendra, en se troublant & en s'épaississant, une couleur de vert de montagne.

Pendant cette effervescence il faut avoir soin de verser la liqueur d'une terrine dans une autre pour faire le mélange plus exact, & faciliter cette fermentation.

Lorsque l'effervescence est passée, laissez un peu reposer la liqueur, & la versez ensuite sur un linge fin pour laisser écouler toute l'humidité & retenir la fécule sur le linge.

Quand toute l'eau est bien égouttée, prenez la fécule avec une spatule de bois de dessus le linge, & la mettez dans une petite terrine neuve; versez dessus deux ou trois onces de bon esprit de sel qui changera sur le champ la couleur verdâtre de cette matiere en une très-belle couleur bleue. Agitez bien cette fécule, afin de la bien détremper dans l'esprit de sel, puis laissez reposer ce mélange pendant la nuit. Le

lendemain versez dessus une grande quantité d'eau de pluie avec laquelle vous détremperez soigneusement la matiere. Laissez enfin reposer le tout, & lorsque l'eau sera bien claire & la fécule bien reposée, versez l'eau par inclination. Remettez-en de nouvelle sur la fécule, & réitérez cela tant de fois, que l'eau en sorte insipide, & que la fécule n'ait plus aucune acrimonie. Portez tout ce précipité ou cette fécule sur un linge fin ou sur un filtre pour le laisser bien égoutter, & vous acheverez de le laisser bien sécher à l'ombre.

Il est d'une grande conséquence dans cette opération de bien observer le point de la calcination du sang de bœuf avec le sel alkali pour avoir une couleur bleue-claire, plus foncée, ou violette obscure : ce qui dépend d'une légère, médiocre ou forte calcination : Il faut encore observer de mêler toutes les dissolutions fort chaudes, & même bouillantes, si on veut bien réussir.

Dans les mêmes Transactions le sieur John Brown, Chymiste & Membre de la Société Royale de Londres, a joint à ce Memoire quelques expériences & quelques remarques sur cette opération.

Il a observé qu'ayant calciné quatre onces de sang de bœuf desséché & autant de sel de tartre bien sec, la calcination étoit achevée en deux heures de tems, après lesquelles il restoit dans le creuset une masse noire & spongieuse pesant quatre onces ; qu'après en avoir fait la dissolution dans l'eau bouillante & l'avoir filtrée, la matiere noire qui restoit sur le filtre pesoit neuf dragmes.

Qu'il n'est pas aisé de déterminer précisément ce qui se perd de l'une & de l'autre de ces matieres dans cette opération, parce qu'ayant calciné séparément au même degré de feu du sel de tartre, il avoit diminué d'un huitieme de son poids, & le sang de bœuf de six huitiemes.

Que la fécule bleue qui résultoit de cette opération, pesoit environ une once & quelque peu davantage.

Il rapporte que dans les diverses préparations qu'il a faites de ce bleu avec la lessive du sel alkali & du sang de bœuf, les

dissolutions du vitriol & d'alun , cette odeur a varié suivant les différentes proportions d'alun & de vitriol : qu'ayant supprimé totalement l'alun dans une de ces expériences , il n'eut qu'un bleu fort pâle ; que dans une autre ayant mis égales parties de vitriol & d'alun , il eut un bleu très-foncé ; qu'il lui a paru par ses essais que la proportion d'alun & de vitriol portée par le Memoire étoit la plus juste pour faire le plus beau bleu. Il assure que si on ne réussit pas avec cette proportion , cela ne peut venir que de ce qu'on aura manqué dans la calcination , dont le point juste n'est pas toujours aisé à attraper.

Ce sçavant Chymiste regarde le sang de bœuf comme la principale matiere qui développe la couleur bleue dans cette préparation , parce que sans le sang de bœuf le mélange des autres matieres ne donne point de couleur bleue. Le sang ne le fait même que lorsque le feu qu'il a souffert dans la calcination a développé en lui cette propriété.

Il ne doute point que le sang de toutes sortes d'animaux ne produise le même effet. Il croit que la chair de tous les animaux produiroit aussi la même couleur , fondé sur l'expérience qu'il a faite avec la chair de bœuf desséchée & calcinée de même que le sang qui donna une couleur bleue , mais à la vérité beaucoup moins belle que le sang.

Il reconnoît qu'il est besoin de quelques sels alkalis , tels que le sel de tartre , le nitre fixé , les cendres gravelées , la potasche , &c. pour extraire ou développer cette qualité teignante du sang , & pour la communiquer à l'eau bouillante.

La décoction du sang de bœuf calciné seul sans sel alkali , traitée suivant le procédé du Memoire de M. Woodward , ne donne aucune couleur bleue. Bien plus , si on joint de l'huile de tartre avec cette décoction de sang calciné , & si on les mêle avec les dissolutions d'alun & de vitriol , il se fait un précipité , mais il ne paroît aucune couleur bleue. L'esprit de sel versé dessus , comme dans le procédé de M. Woodward , dissout le précipité , & rend la liqueur claire & de couleur d'ambre.

M. Brown conclut de ces expériences & de ces observations , que de toutes les matieres qu'on emploie dans cette opération , c'est le vitriol ou le fer contenu dans le vitriol qui fournit la matiere de la couleur bleue : que le sang de bœuf aidé des sels alkalis, développe & exhale cette couleur bleue cachée dans ce métal : que l'alun ne fait que fournir par sa terre le corps auquel cette couleur bleue s'attache , & que l'esprit de sel sert à rendre cette couleur plus foncée.

Cet effet particulier du fer a engagé ce Chymiste à faire quelques essais sur les autres sels métalliques ou sur les dissolutions des autres métaux. Il a travaillé sur le fer , l'argent , le vis-argent , le cuivre , le bismuth & le plomb.

La dissolution du fer dans l'esprit de vitriol , traitée comme le vitriol d'Angleterre , avec les autres matieres , lui a fourni du bleu. Les autres métaux n'ont point produit de couleur bleue , à la réserve d'une dissolution d'argent , qui traitée avec la chair de bœuf , a donné une légère couleur bleue ; mais il doute si cette couleur bleue ne provient point d'un peu de cuivre contenu encore dans son argent : ce que je ne crois pas , puisque le cuivre ne donne point cette couleur bleue.

La dissolution du sublimé corrosif , traitée avec la chair de bœuf , a aussi laissé paroître un peu de bleu. M. Brown soupçonne que ce bleu pourroit être le produit du vitriol employé dans la préparation du sublimé corrosif. Mais en même-tems il demande pourquoi le sang de bœuf n'a-t-il pas produit cette même couleur ? Il laisse à d'autres à en chercher la raison.

Aussi-tôt que cette préparation du bleu de Prusse fut venue à ma connoissance , la singularité de cette opération , qui , comme la plupart des découvertes singulieres de Chymie , paroît être plutôt l'effet du hazard que d'une méditation profonde , m'engagea d'y travailler pour en examiner toutes les circonstances , pour en approfondir la théorie , & pour découvrir les raisons des effets que produisoit l'assemblage bizarre de ces différentes matieres.

Je suivis à la lettre le Mémoire de M. Woodward, & j'éprouvai d'abord dans mes premiers essais le succès infidèle d'une grande partie des expériences de Chymie. Je ne pûs attraper le point de calcination nécessaire pour donner le beau bleu qu'après plusieurs tentatives, qui me le donnerent enfin.

Après avoir réfléchi sur cette opération, tout ce qui s'y passe m'a paru très-singulier & digne d'attention. Je pense, comme M. Brown, que c'est le fer qui fournit la base de ce bleu. Je crois que c'est la partie bitumineuse du fer, qui (comme on sçait) se trouve en grande quantité dans ce métal, qui donne cette couleur. Plusieurs choses me le persuadent. 1°. La couleur bleue que prend l'acier poli, étant exposé à un feu modéré, où ce bitume rarefié par la chaleur du feu est un peu élevé à la surface de ce métal. 2°. La couleur bleue de l'encre qui est faite avec le vitriol & la noix de Galle, & dont le noir est un bleu obscur & très-foncé. 3°. La couleur bleue que prennent avec la noix de Galle les eaux ferrugineuses, & particulièrement celles de Passy qui sont fort chargées de fer. 4°. La teinture bleue que quelques Chymistes tirent du fer par le moyen du sel ammoniac.

On pourroit croire que cette couleur bleue vient de quelque portion de cuivre contenue dans le fer. Mais les expériences que M. Brown a faites avec la dissolution du cuivre dans l'eau-forte, qui n'ont point donné de bleu, & les tentatives inutiles que j'ai faites avec le vitriol d'Allemagne, qui participe du fer & du cuivre, & qui n'a donné qu'un précipité de couleur d'ardoise, prouvent suffisamment que le cuivre lui-même ne fournit point cette couleur bleue, & qu'il y est même nuisible.

Il est vrai que dans le fer ce bitume paroît trop compacte & trop condensé pour donner une belle couleur bleue. Par lui-même il est obscur, & même noir. Il est lié & engagé trop étroitement dans la terre grossière du fer pour s'en débarrasser facilement. Il a besoin d'une matiere analogue, sulfureuse, qui s'unisse à lui, qui le détache de cette terre, l'étende, le divise & le rarefie.

Les huiles sont les dissolvans naturels des matieres bitumineuses. Mais comme toutes les huiles ne sont pas propres à dissoudre toutes les matieres sulphureuses & bitumineuses indifféremment, aussi ai-je reconnu que la plûpart des huiles tirées des végétaux ne sont pas propres à dissoudre ce bitume, & à développer sa couleur bleue.

Messieurs de Berlin ont employé utilement dans cette occasion le sang de bœuf, & leur expérience a fait connoître que l'huile de ce sang y est très-propre. M. Brown a reconnu la même propriété dans la chair de bœuf; & j'ai trouvé que la plûpart des huiles contenues dans les matieres animales produisent le même effet. Il faut à la vérité que ces huiles soient suffisamment préparées & subtilisées par le feu pour produire cet effet. Il est encore nécessaire qu'elles soient jointes à quelques sels alkalis qui sont aussi par eux-mêmes des dissolvans propres & particuliers des sourses & des bitumes.

Voici de quelle maniere je conçois la théorie de cette opération.

Trois sortes de liqueurs s'emploient dans la préparation de ce bleu; la lessive du sang calciné avec le sel alkali, la dissolution d'alun & la dissolution de vitriol.

La lessive alkaline du sang calciné est une liqueur dans laquelle une petite portion de l'huile du sang atténuée par le feu, & débarrassée par la calcination des autres parties salines, terrestres & grossieres du sang, s'est jointe très-intimement avec quelque portion des sels alkalis. Cette huile & ce sel unis ensemble, composent selon toute apparence un savon très-subtil, tout propre à s'unir au bitume du fer, à l'étendre & à le raréfier.

Je compare ce savon au savon tartareux de Starkey, il n'en differe qu'en ce que le savon tartareux de ce Chymiste est formé par l'union du sel alkali & d'une huile essentielle tirée du regne végétal, au lieu que ce savon-ci est formé de la jonction du sel alkali avec une huile animale subtilisée par le feu.

Quoique les sels alkalis soient les dissolvans des matieres

Mem. 1725.

X

sulphureuses ou huileuses, & que dès qu'on les mêle ensemble, ils s'unissent très-facilement & très-promptement, néanmoins malgré l'union étroite de ces substances, si on jette sur une dissolution d'une matiere sulphureuse par les sels alkalis une liqueur acide, cet acide s'attache promptement au sel alkali, & en détache les parties sulphureuses qui y étoient jointes; nous en avons des exemples dans la précipitation du magistère de soufre & dans plusieurs préparations de Chymie.

L'alun, dont la dissolution est la seconde liqueur qui s'emploie dans cette opération, est un sel salé, comme parlent les Chymistes, composé d'un acide & d'une terre blanche, fine, absorbante, assez semblable à la craie. Nonobstant l'union étroite de ces deux substances dans ce sel, si on jette dans la dissolution d'alun un sel alkali, tel que le sel de tartre, ce sel alkali s'attache à l'acide de l'alun, & lui fait abandonner la terre blanche qu'il tenoit en dissolution, & qui étoit imperceptible dans ce sel; & l'acide de l'alun & le sel de tartre forment par leur union un sel moyen assez approchant du tartre vitriolé.

Enfin le vitriol martial, qui est la troisième matiere qu'on joint à cette préparation, y apporte trois substances, l'acide vitriolique, la terre métallique du fer & son bitume.

Ce vitriol est un sel salé composé de l'acide vitriolique étroitement uni avec la terre métallique du fer dont il a fait la dissolution, & qu'il a extrêmement divisé. Ce sel contient aussi beaucoup de la substance bitumineuse du fer, dont une partie est encore unie à la terre métallique, mais cependant très-aisée à s'en séparer à cause de la grande division de cette terre: une autre partie déjà détachée de cette terre métallique, est restée jointe au sel acide.

Qu'il y ait dans le fer une substance bitumineuse inflammable, on n'en peut point douter, si on considère que la limaille de fer jetée au travers la flamme d'une chandelle, brûle & tombe en étincelles très-brillantes: & si on fait attention qu'en faisant dissoudre le fer dans l'esprit de sel ou dans l'esprit de vitriol la vapeur qui s'élève de la dissolution, est

d'une odeur sulphureuse, désagréable, & que si on en approche une lumière, elle s'allume.

Lorsqu'on jette sur le vitriol dissout dans l'eau un sel alkali, ce sel s'attache d'abord à l'acide vitriolique, & l'oblige d'abandonner le fer qu'il tenoit en dissolution, qui tombe au fond de la liqueur en une poudre jaune.

La nature de ces trois substances établie, voyons ce qui se passe dans le mélange qui s'en fait ici.

Si-tôt qu'on mêle la dissolution d'alun, la dissolution de vitriol & la lessive du sang calciné par le sel alkali, ces liqueurs qui étoient claires & transparentes, fermentent beaucoup, se troublent, s'épaississent, & il se fait un précipité de couleur de vert de montagne ou vert bleuâtre.

Cette grande effervescence vient de l'action des acides de l'alun & du vitriol sur le sel alkali de la lessive.

Les liqueurs se troublent, & il se fait un précipité considérable, parce que les acides de l'alun & du vitriol ayant plus de rapport avec le sel alkali de la lessive qu'avec la terre blanche alumineuse & la terre métallique du fer, ils abandonnent l'une & l'autre terre pour se joindre au sel alkali. Pour lors ces molécules terreuses qui étoient fort divisées par ces acides, se rapprochent, se réunissent en molécules assez grosses pour devenir sensibles & trop pesantes pour nager dans le liquide qui les soutenoit dans le tems qu'elles avoient plus de surface par rapport à leurs masses.

Mais en même tems que les sels acides abandonnent leurs terres pour se joindre aux sels alkalis, les sels alkalis de leur côté, en s'unissant aux acides, abandonnent aussi la partie grasse & huileuse du sang qui leur étoit restée unie dans le tems de la calcination. Il se fait donc une double précipitation.

Néanmoins la partie huileuse du sang n'est pas tellement détachée du sel alkali qu'elle n'en retienne quelque peu, & c'est à l'acide de ce sel que cette substance grasse venant à rencontrer le bitume du fer prêt à se détacher de sa partie terreuse par l'entremise de la fermentation, elle s'y unit à

cause du grand rapport qu'elles ont ensemble : elle le dissout, le détache de la terre métallique à laquelle il étoit joint, l'étend, le raréfie & développe sa couleur bleue qui étoit fort foncée & fort obscure dans le fer.

La couleur de ce précipité est verte un peu bleuâtre ou vert de montagne, dont voici la raison. La terre alumineuse qui fait la principale partie de ce précipité est blanche, elle se trouve chargée du bitume du fer étendu par l'huile du sang dont la couleur est bleue foncée : ce qui devoit donner à ce précipité une couleur bleue pâle. Mais comme parmi cette terre blanche se rencontre aussi la terre ferrugineuse qui est jaune ; & comme le jaune & le bleu mêlés ensemble produisent la couleur verte, il résulte de tout ce mélange dans ce précipité un vert pâle & bleuâtre.

Il reste après le mélange & la fermentation de ces liqueurs une matiere composée 1°. du tartre vitriolé formé par la jonction des acides alumineux & vitrioliques avec le sel alkali, 2°. de la terre alumineuse, 3°. de la terre du fer, & 4°. des parties grasses & bitumineuses du fer & du sang répandues dans ce mélange & fort étroitement unies avec quelque portion de la terre alumineuse.

Le tartre vitriolé se trouve dissous dans l'eau de ce mélange. On peut l'en retirer en filtrant l'eau & l'évaporant. On ne retire pas à la vérité ce sel bien pur, à cause de quelques parties grasses qui y restent toujours assez étroitement unies, & qu'on a peine à en séparer.

Les parties grasses & bitumineuses du sang & du fer ayant trouvé les pores de la terre alumineuse vuides, dénués de sels, & très-propres à les recevoir, s'y sont attachées, & elles y demeurent unies assez étroitement. Le bitume du fer, quoiqu'étendu par les parties huileuses du sang, produiroit encore un bleu obscur, comme nous le voyons dans l'encre, sans cette terre blanche de l'alun sur laquelle en s'appliquant il s'éclaircit & donne un bleu moins obscur.

Pour la terre du fer elle demeure seule confondue, mais non pas unie avec la terre de l'alun. On la voit souvent se déposer à part sur la fécule bleue.

Quand la fermentation est cessée, on verse ce mélange sur un linge fin pour séparer la liqueur claire chargée du tartre vitriolé qui passe au travers du linge, & pour garder la fécule qui reste sur le linge. Lorsqu'elle est bien égouttée, on la détrempé avec l'esprit de sel, & la couleur de vert de montagne se change dans l'instant en une belle couleur bleue fort foncée.

Il me paroît que l'effet de l'esprit de sel sur cette fécule est de dissoudre toute la terre alumineuse inutile & surabondante. Cette terre étant alcaline, est facilement dissoute par l'acide du sel marin. Il n'y a que la portion de cette terre à laquelle la partie bitumineuse du fer & l'huile du sang se sont jointes, qui est deffendue par ces matieres grasses contre l'action des sels acides. L'esprit de sel épargne donc ces molécules terreuses qui sont, pour ainsi dire, vernies par ces matieres sulphureuses, & qui forment les molécules bleues, pendant qu'il détruit toutes les molécules terreuses blanches qui affoiblissoient l'éclat du bleu, & par-là l'esprit de sel paroît concentrer le bleu & le rendre plus vif. Il dissout aussi les parties terreuses jaunes du fer qui altéroient le bleu, & formoient avec lui la couleur verte.

On lave enfin la fécule pour emporter avec l'eau tout l'acide du sel & tout le sel salé qui résulte du mélange de l'esprit de sel avec les terres alumineuses & vitrioliques, de sorte qu'il ne reste plus que la terre alumineuse qui étoit chargée du bitume bleu du fer.

Dans le Mémoire de la préparation de ce bleu donné par M. Woodward, Messieurs de Berlin employent le sang de bœuf pour extraire du vitriol martial la couleur bleue.

M. Brown dit avoir employé avec un succès à peu-près pareil la chair de Bœuf, excepté qu'elle n'a pas donné un bleu si éclatant. J'ai voulu tenter si d'autres matieres animales, chargées à peu-près des mêmes principes que le sang, produiroient le même effet.

J'ai fait la même opération avec la laine mêlée & calcinée avec le sel alkali, & leur lessive m'a donné un assez beau bleu, mais un peu pâle.

J'ai tenté la même chose avec la corne de cerf rapée , pulvérisée & calcinée avec le sel alkali , scavoir , quatre onces de l'un & quatre onces de l'autre : elle m'a donné une aussi belle fécule bleue que le sang de bœuf , mais en petite quantité. Il n'y en avoit que deux gros vingt-quatre grains ; aussi la corne de cerf ne contient-elle pas tant d'huile que le sang.

Je ne doute point que les autres substances animales , comme les cheveux , les ongles , la corne , les os , l'urine , les excréments , &c. ne produisent la même couleur. J'observerai par la suite la variété de couleur que donnent ces différentes substances dans cette opération.

J'ai voulu voir si des substances végétales , sur-tout de celles qui sont chargées de beaucoup d'huile essentielle & de résine produiroient la couleur bleue. J'ai choisi pour cela d'abord les sommités du thym , que j'ai traitées de la même manière que le sang de bœuf , les calcinant avec le sel alkali & suivant le procédé ordinaire pour le reste , & je n'ai eu qu'une fécule pâle un peu verdâtre.

J'ai fait la même tentative avec le bois de gayac , qui est fort résineux , avec le tartre rouge qui tient beaucoup d'huile grossière , avec le coton , & avec plusieurs autres plantes ou matières végétales différentes en principes , mais inutilement. Le gayac a donné une fécule blanchâtre ou verte pâle , le tartre une fécule jaunâtre , & le coton une fécule blanchâtre tant soit peu verdâtre. Les autres plantés ont donné des fécules ou grisâtres cendrées ou un peu verdâtres.

Il paroît par ces essais que les huiles animales sont plus propres à extraire ce bitume ferrugineux & à donner la couleur bleue que ces substances végétales. Je ne dis pas néanmoins qu'il ne se puisse trouver aussi dans quelques plantes des huiles analogues à celles du sang. J'ai suivi ce même procédé avec les truffes seches. Elles ont fourni une fécule qui a pris une belle couleur bleue si-tôt qu'on a versé l'esprit de sel dessus , mais peu de tems après elle a perdu cette couleur bleue , & elle est devenue verdâtre , tirant un peu sur le bleu. Ce qui me fait présumer que les truffes contiennent ,

quoiqu'en petite quantité, un principe analogue à celui qui dans les animaux développe ce bleu, à moins qu'on ne voulût croire que les truffes participent un peu des substances animales, & qu'on ne voulût les regarder comme ces productions extraordinaires occasionnées dans les plantes par la piquûre de quelque insecte, telle par exemple que la noix de galle : ce qui ne paroît pas vraisemblable.

Cette pensée néanmoins me donna la curiosité d'éprouver ce que feroit la noix de galle dans cette occasion, d'autant plus que nous voyons que sans calcination elle nous développe dans l'encre ce bleu du Mars.

J'ai donc éprouvé la noix de galle calcinée avec le sel alkali, qui dans le procédé ordinaire n'a point du tout donné de bleu, mais seulement une fécule jaunâtre d'abord, qui en séchant est devenue blanchâtre, tirant un peu sur le gris. Ainsi cette matière, quoiqu'en partie animale, & en partie végétale, n'est pas propre à développer le bitume du fer dans cette opération, quoiqu'elle le fasse fort bien quand elle n'est point calcinée.

Cela m'a fait penser que la noix de galle non calcinée, aussi bien que l'écorce & les feuilles du chêne, les fleurs & l'écorce de grenade, les grappes de sumac, les roses rouges, &c. ne tirent la teinture noire du fer que comme des absorbans sulphureux qui par leurs terres astringentes absorbent en partie les acides du vitriol, & par les parties résineuses ou huileuses dont ils sont chargés, développent imparfaitement le bitume du fer, comme M. Lémery l'a prouvé dans son Mémoire sur les vitriols & les encres en 1707. Dans l'encre faite avec la noix de galle & le vitriol, le bitume du fer reste encore fort étroitement uni avec une grande partie de sa terre : au lieu que dans l'opération de M. Woodward ce bitume est détaché de la terre du fer, & porté sur la terre de l'alun. Dans l'expérience que j'ai voulu faire avec la noix de galle calcinée, elle n'a pû détacher le bitume du fer, parce que son huile a été enlevée par le feu ou tellement changée, qu'elle n'avoit plus aucune action sur ce bitume.

Pour éprouver si dans les substances animales qu'on emploie pour la préparation du bleu, les huiles sont les principaux agens, qui joints aux sels alkalis, développent le bitume du fer, il falloit faire du bleu avec l'huile distillée de quelques parties d'animaux, j'en ai fait la tentative. J'ai choisi pour cela l'huile distillée de la corne de cerf, d'autant plus volontiers que la corne de cerf, comme je l'ai dit, m'a donné un fort beau bleu. J'ai donc préparé avec cette huile & le sel de tartre un savon tartareux, & je suis parvenu à en tirer quelque teinture bleue, non sans quelque difficulté. Je réserve pour un autre Mémoire la maniere de faire ce savon tartareux très-promptement, & les circonstances qui m'ont donné la couleur bleue.

J'ai voulu tenter par un autre moyen, d'étendre la couleur noire ou bleue obscure que prennent la noix de galle & le vitriol, en les joignant à la terre blanche de l'alun, pour observer ce qui en résulteroit. Ce mélange m'a donné une couleur violette obscure, assez vilaine.

Pour cet effet j'ai fait une décoction de quatre onces de noix de galle dans deux pintes d'eau, : après l'avoir bien filtrée, elle étoit brune assez foncée. J'y ai ajouté ensuite une once de terre d'alun que j'avois préparée, en versant sur une dissolution d'alun de l'huile de tartre. Dans le mélange de ces deux liqueurs il se précipite une terre blanchie fort fine, que j'ai lavée dans plusieurs eaux pour la dépouiller de tous ses sels.

J'ai fait bouillir cette terre dans la décoction de noix de galle, & réduire à moitié. J'y ai joint pour lors la dissolution de deux onces de vitriol de Mars. Le tout a pris dans l'instant une couleur noire ou bleue très-foncée. Ayant laissé reposer le mélange, il est tombé au fond de la liqueur la terre de l'alun. La liqueur qui surnageoit étoit de couleur bleue ou violette très-foncée, sale & obscure.

J'ai séparé la liqueur par inclination. J'ai lavé dans plusieurs eaux la fécule qui est restée, laquelle a prise, en séchant, une couleur violette obscure, mais toujours très-vilaine.

Quoique

Quoique dans cette occasion la couleur bleue foncée ou obscure de l'encre dût être éclaircie par la terre blanche de l'alun, néanmoins ce bleu n'est jamais beau ni éclatant, à cause que le bitume du fer restant toujours lié avec toute sa terre, ne peut être suffisamment étendu & raréfié par la partie huileuse de la noix de galle.

Lorsque sur notre encre j'ai voulu verser de l'esprit de sel pour voir s'il n'éclairciroit point la couleur de cette liqueur, cet acide lui a donné une couleur verdâtre obscure.

L'analyse que j'avois faite autrefois de l'éponge, & qui est rapportée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1706, m'ayant fait connoître qu'elle fournissoit des principes assez semblables à ceux des substances animales, c'est-à-dire, beaucoup de sel volatil & d'huile fétide, j'ai eu la curiosité d'éprouver ce qu'elle feroit par rapport au bleu. Je l'ai donc calcinée avec le sel alkali, & la lessive qu'on en a faite avoit une très-belle couleur verte comme une dissolution de cuivre, chose que je n'ai encore observée que dans cette seule occasion. J'ai vû ensuite avec plaisir qu'elle me donnoit une très-belle fécule bleue, quoiqu'en médiocre quantité.

Ceux qui ont voulu rapporter l'éponge au regne animal, soit parce qu'on remarque dans quelques-unes un mouvement de contraction & de dilatation continuel qui semble désigner en elle une espece de vie, ou qui la regardent comme le nid de quelques poissons à coquilles, produit & tissû par le poisson même, parce qu'elle se trouve ordinairement remplie d'un nombre infini de très-petits coquillages, regarderont cette expérience comme une preuve de leur opinion. Mais si on fait attention qu'une grande partie des plantes marines, sur-tout les *Lithophytons*, fournissent les mêmes principes que l'éponge, on cessera de la croire animée, quoique par l'analyse & par le bleu qu'elle donne en cette expérience, on ne puisse s'empêcher d'y reconnoître les mêmes principes que dans les substances animales.

Parmi un grand nombre d'essais & de combinaisons que j'ai faites de différentes matieres que j'ai insérées dans la
Mem. 1725.

préparation du bleu de Prusse, pour voir si j'en tirerois quelque nouvelle couleur, il y en a deux qui m'ont paru mériter attention, l'une est la fleur de carthame ou safran bâtard, l'autre est la cochenille.

On sçait que le safran bâtard donne dans les teintures une couleur rouge qui a beaucoup d'éclat. Tout le monde connoît le carmin, qui est une fécule de la cochenille d'une couleur rouge très-éclatante. Je les ai mêlées dans la préparation du bleu, & elles m'ont paru relever très-considérablement l'éclat de cette couleur. Voici de quelle maniere j'ai procédé avec le safran bâtard.

Après avoir préparé la lessive de sang de bœuf, prête à mêler avec mes dissolutions d'alun & de vitriol, j'y ai fait bouillir légèrement un gros de safran bâtard. J'ai passé la lessive au travers d'un linge, & l'ai mêlée avec les dissolutions. Dans la fermentation qui accompagne ce mélange, l'écume qui s'y fait étoit d'une couleur verdâtre, il s'est fait ensuite un précipité d'une couleur grise cendrée. Ayant versé le tout dans un linge pour séparer la liqueur de la fécule précipitée, cette liqueur a passé claire & sans couleur. La fécule bien égouttée ayant resté quelque tems sur le linge, a pris une couleur verte à la surface, où l'air la touchoit, le fond restant toujours gris cendré.

J'ai versé sur cette fécule trois onces d'esprit de sel, qui lui a donné d'abord une couleur bleue très-foncée. En agitant la matiere, elle a repris une couleur verte tirant un peu sur le jaune. J'ai lavé cette matiere au bout de quelque tems avec beaucoup d'eau. Les premieres eaux que j'y ai employées en sont ressorties jaunes, couleur de safran, & enfin les dernieres en sont sorties fort claires, & à mesure que l'eau emportoit le jaune, la fécule reprenoit une couleur bleue qui est restée à la fin fort belle & fort éclatante: cette fécule bien desséchée, pesoit deux onces & demie & quelques grains. Ce qui est une quantité beaucoup plus considérable que dans le procédé Anglois qui ne donne que huit à neuf dragmes.

Il s'agit présentement de voir l'effet que produira ce bleu,

étant employé, soit avec l'huile, soit avec l'eau gommée, & exposée à l'air. J'en ferai faire différentes épreuves.

Il paroît dans cette expérience que l'eau dans les lotions de la fécule emporte la plus grande partie du jaune du safran, & que la fécule n'en retient qu'une suffisante quantité pour relever son éclat.

J'ai fait avec la cochenille différens essais & à différentes doses. Quand j'ai employé une trop grande quantité de cochenille, la couleur de ma fécule tiroit trop sur le pourpre. Un demi-gros m'a paru une dose suffisante dans la quantité des autres drogues marquées dans le procédé d'Angleterre, pour relever l'éclat du bleu. Dix-huit grains m'ont paru faire trop peu d'effet.

J'ai fait bouillir de la cochenille dans la lessive du sang de bœuf, & j'en ai fait aussi de simples infusions. Il m'a paru que les décoctions donnoient au bleu un ciel trop rougeâtre, de sorte que je m'en suis tenu aux simples infusions.

J'ai donc préparé la lessive ordinaire du sang de bœuf avec le sel alkali. Dans une portion de cette lessive j'ai fait infuser pendant quelques heures demi-gros de cochenille réduite en poudre subtile.

J'ai versé dans une grande terrine cette infusion de cochenille avec le reste de la lessive, la dissolution d'alun, & la dissolution de vitriol fort chaudes & dans les doses ordinaires. Il s'est fait une effervescence très-considérable, beaucoup plus d'écume que dans l'opération ordinaire, & qui paroissoit d'abord rouge, éclatante dans des endroits, & d'un très-beau bleu dans d'autres. Enfin toute l'écume est devenue bleue. Lorsque la fermentation a cessé, & que la liqueur a été reposée, le précipité qui est ordinairement de couleur de vert de montagne, avoit une couleur rougeâtre qui a aussi changé en peu de tems en une belle couleur bleue.

On a versé le tout dans un linge fin, au travers duquel a passé une liqueur claire chargée de sels.

Après avoir laissé égoutter la fécule bleue qui reste sur le linge, & qui est encore chargée de sels, on l'a étendue dans

une grande terrine , & j'ai observé qu'en peu de tems la surface que l'air touche prend une couleur bien plus éclatante que celle qui est dessous. Ainsi il faut avoir soin de remuer de tems en tems cette fécule pour qu'elle présente à l'air différentes surfaces , & en un jour ou deux elle devient d'un bleu très-vif & très-éclatant.

On a ensuite lavé cette fécule pour en emporter tous les sels , & elle est restée très-belle & en plus grande quantité que dans le procédé de Berlin. J'en ai retiré deux onces cinq gros & demi.

J'ai fait encore la même opération , dans laquelle j'ai passé la fécule dans l'esprit de sel selon la pratique de Berlin , mais je n'ai pas apperçu que le bleu en sortit beaucoup plus beau , il paroît seulement quelque peu plus foncé. J'en ai eu à peu près la même quantité. Ainsi l'esprit de sel me paroît inutile dans cette dernière opération. J'ai observé qu'en employant l'esprit de sel , l'eau des lotions sort rouge de dessus la fécule , ce qu'elle ne fait pas quand on ne l'y met point. L'esprit de sel anime l'eau , & la met en état de retirer une partie de la teinture de la cochenille.

Le mucilage de la cochenille étendu par le savon tartareux de la lessive du sang de bœuf , divise & étend beaucoup la matiere bitumineuse du fer , il en rehausse la couleur par son rouge éclatant.



SUR LA THEORIE DU

MOUVEMENT DES COMETES,

Comparée aux Observations des années 1707 & 1723.

Par M. CASSINI.

DEPUIS que l'on observe avec soin le mouvement des Cometes, & que l'on a trouvé des méthodes de réduire à quelque régularité leur cours qui paroît souvent si irrégulier; la plupart des Astronomes sont persuadés que ce sont des corps célestes permanens, & non pas des Météores ou phénomènes passagers, qui arrivant dans de certains tems, soient, suivant l'opinion du vulgaire, destinés pour prédire des événemens extraordinaires. On peut s'en convaincre aisément, si l'on considère que pendant leur cours on ne les a jamais vû cesser entièrement de paroître, ou même diminuer sensiblement de grandeur & de lumière, qu'à proportion de leur éloignement de la terre, & de la diminution apparente de leur mouvement; ce qui, dans le grand nombre que l'on en a apperçû, feroit arrivé du moins quelquefois, si les Cometes étoient composées d'une matière capable de s'enflammer, de se consumer & de s'éteindre. On a vû, à la vérité, des changemens considérables dans leurs queues ou dans les chevelures qui les environnent: mais aussi quelque explication que l'on donne de la formation de ces queues ou de ces chevelures, tous les Physiciens conviennent qu'elles ne leur sont que purement accidentelles.

Pour ne laisser aucun doute sur la nature des Cometes, il feroit à désirer que l'on pût prédire leur retour, & reconnoître celles qui après avoir cessé d'être apperçûes à cause de leur grand éloignement, reparoissent de nouveau après un

174 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
certain intervalle de tems, c'est ce que nous essayerons de
faire dans ce Mémoire.

Nous considererons pour cet effet que les Cometes, dont
la lumiere est le plus souvent plus foible que celle des Pla-
netes, & dans lesquelles on apperçoit des mouvemens qui se
font suivant différentes directions avec des vitesses fort in-
égales, ne peuvent point être mises au rang du Soleil & des
étoiles fixes qui sont lumineuses par elles-mêmes, & dans les-
quelles on n'apperçoit aucun mouvement semblable. Qu'ainsi
on ne peut les regarder que comme des corps célestes sem-
blables aux Planetes qui empruntent leur lumiere du Soleil.

Entre les Planetes il y en a qui tournent immédiatement
autour du Soleil, qui sont considérées comme les principales,
& d'autres qui font leurs révolutions autour d'une Planete,
telles que la Lune autour de la terre, & les Satellites autour
de Jupiter & de Saturne.

A l'égard des Cometes, il est aisé de reconnoître que la
plupart d'elles ne font pas leurs révolutions autour de la terre.
Les stations, directions & rétrogradations que l'on a souvent
observé dans leurs cours, en font une preuve évidente. Car les
mouvemens des corps célestes peuvent bien se ralentir à
l'égard de celui autour duquel ils font leur mouvement à me-
sure qu'ils s'en éloignent, & augmenter de vitesse en s'en
approchant, mais on ne peut jamais supposer qu'ils se puis-
sent anéantir pendant un certain tems; & reprendre ensuite
une direction opposée. On peut aussi se persuader que les
Cometes ne font point leur révolution autour d'une autre
Planete, parce qu'elles auroient de même que les Satellites,
un mouvement composé de celui de la Comete autour de sa
Planete, & de celui de cette Planete autour du Soleil, ce
que l'on n'apperçoit point dans leur cours.

On peut donc conclure avec beaucoup de vraisemblance,
que les Cometes font leur révolution autour du Soleil ou de
quelque étoile fixe. A l'égard des étoiles fixes, quoiqu'on
puisse supposer qu'elles ont chacune autour d'elles des Planetes,
que leur peu de lumiere ou leur trop grande distance nous

rend imperceptibles, & qu'elles ont chacune de même que le Soleil, un tourbillon qui leur est particulier, il y a tout lieu de croire que leurs Planetes, si elles existent, sont renfermées dans l'étendue de ce tourbillon, sans s'en écarter, & pénétrer pour ainsi dire dans le nôtre. Car comment pourroient-elles y conserver le mouvement qu'elles ont reçu de leur tourbillon, sans participer à celui que le nôtre leur imprimerait, ce qui pourroit altérer leur mouvement, l'anéantir, ou du moins en changer la direction, & les empêcheroit de rentrer dans leur propre tourbillon.

Il y a donc tout lieu de supposer que les Cometes sont dans l'ordre des Planetes, & qu'elles sont de même qu'elles leurs révolutions autour du Soleil.

Suivant cette hypothese, il n'est pas nécessaire, pour que les Cometes puissent être censées les mêmes, qu'elles paroissent avoir des mouvemens égaux, couper l'écliptique aux mêmes degrés & avec une pareille inclinaison en passant par les mêmes régions du Ciel. Cela ne doit arriver que lorsque l'on observe ces apparences dans les mêmes jours de l'année. Car la révolution du Soleil autour de la terre, ou de la terre autour du Soleil, fait varier continuellement le cours apparent des corps qui se meuvent le plus régulièrement autour du Soleil; de sorte qu'il peut arriver qu'une Comete paroisse en des régions du Ciel presque opposées à celles où a paru une autre Comete; que son mouvement ait des degrés de vitesse fort différens; que son orbe soit plus ou moins incliné à l'écliptique, & que cependant ce soit la même Comete qui soit retournée au même endroit du Ciel, avec la même quantité de mouvement, & dont l'orbe ait une pareille inclinaison à l'écliptique.

On s'en convaincra aisément par l'inspection de la Figure premiere, dans laquelle *S* représente le Soleil, *CGHI*, l'orbe de la Comete, dont le perihélie est en *P*; *TDBE*, l'orbe annuel sur lequel la terre est placée en *T*, lorsque la Comete est en *C*. Il est constant que la terre verra alors cette Comete suivant la direction de la ligne *TCK*. Si l'on suppose

* Fig. 1.

ensuite que la même Comete soit retournée au point C , après un certain nombre d'années plus six mois, la terre sera alors sur l'orbe annuel au point B qui est à l'opposite du point T , & verra cette Comete suivant la direction de la ligne BCI , répondre à un point du Zodiaque, éloigné de plusieurs signes du lieu où elle étoit vûe de la terre dans la révolution précédente, lorsqu'elle avoit passé par le point C .

Son diametre apparent, aussi-bien que la vitesse apparente de son mouvement, qui sont en raison réciproque des distances TC , CB , de la Comete à la terre, doivent donc être beaucoup plus grands à son passage par le perihélie, dans la première révolution que dans la dernière; & comme la lumière qu'elle nous réfléchit aussi-bien que la surface du disque qu'elle présente à nos yeux, sont comme le quarré des diametres apparens, & diminuent dans cette proportion à mesure qu'elle s'éloigne de nous, il peut arriver très-souvent qu'après le retour de la Comete au même point de son orbe, son diametre soit trop peu sensible pour être apperçu à nos yeux.

L'obliquité apparente de l'orbe de la Comete à l'égard de l'écliptique, peut aussi être alors fort différente. Car si l'on suppose que l'orbe $CGHI$ soit incliné à l'écliptique ou l'orbe annuel $TDBE$, de maniere que le point C , de l'orbe de la Comete soit élevé au dessus du plan de l'écliptique, & le point H soit au dessous, & que la plus grande obliquité, vûe du Soleil, soit mesurée par l'angle TSC , l'angle CTS mesurera l'obliquité apparente de l'orbe de la Comete à l'égard de l'écliptique vûe de la terre, lorsqu'elle est au point T ; & l'angle CBS qui est beaucoup plus petit, mesurera cette obliquité, lorsque la Comete étant retournée au point C après une révolution, la terre est sur l'orbe annuel au point B .

Toutes ces différentes apparences qu'on doit observer dans le retour des Cometes, ne sont qu'un effet de l'optique, dans la supposition que les Cometes fassent, de même que la terre, leurs révolutions autour du Soleil, mais dans des tems
inégaux,

inégaux, que leur axe soit toujours dirigé au même point du zodiaque, & que leurs nœuds ou interseptions du plan de leur orbe à l'égard de l'écliptique, n'ayent aucun mouvement sensible dans l'intervalle d'une révolution. Au lieu que s'il y a réellement quelque mouvement dans l'aphélie & le périhélie d'une Comete, aussi-bien que dans la situation de ses nœuds, on doit observer encore de plus grandes variations dans leur mouvement apparent.

Il est donc nécessaire de pouvoir distinguer le mouvement réel des Cometes à l'égard du Soleil, de leur mouvement apparent par rapport à la terre, ce que nous ferons en cette maniere.

Soit dans le système de Copernic, S , le Soleil, V , la terre sur l'orbe annuel, A , le lieu où la Comete a passé par l'écliptique. Soit mené du point V , la ligne VC parallele à la ligne SA , la terre verra cette Comete à son passage par l'écliptique, suivant la direction de la ligne VC , parallele à la ligne SA , qui répond au même point du ciel supposé à une distance infinie. Si la terre se trouve alors éloignée de trois signes du point A , les angles ASV & $SV C$ seront droits, & la ligne VC sera tangente au cercle au point V . Dans cet état, si l'on considère le mouvement de la terre sur l'orbe annuel qui se fait de V vers T , on trouvera que la terre, dans le premier instant, décrit une tangente à cet orbe au point V , & que par conséquent elle se meut suivant la direction de la ligne VR , directement opposée à la ligne VC . Quelques jours après, la terre étant parvenue en T , après avoir fait par exemple 10 degrés, la Comete est vûe à son passage par l'écliptique suivant la ligne TC , parallele à SA & VC .

L'angle AST est de 100 degrés, aussi-bien que l'angle STL que fait le rayon TS avec la ligne TL , & tirant au point T une tangente TG , sur laquelle la terre commence à se mouvoir, l'angle STG est de 90 degrés; le retranchant de l'angle STL de 100 degrés, on aura l'angle LTG qui mesure

178 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
l'inclinaison de la route de la terre par rapport à la ligne LTC ,
de 10 degrés.

Cette inclinaison sera de la même quantité, mais d'un sens contraire, si le point T est de V vers A ; d'où il résulte que lorsque la distance de la terre au lieu de l'écliptique par où a passé la Comète, excède 90 degrés, l'inclinaison de la route de la terre, à l'égard de la ligne qui est dirigée à ce lieu de l'écliptique, prolongée du sens contraire, & du nombre de degrés qui excède 90, & que lorsque cette distance est moindre de 90 degrés d'une certaine quantité de degrés, l'inclinaison de la route de la terre à l'égard de la ligne qui est dirigée à ce lieu de l'écliptique par où la Comète a passé, est de cette quantité de degrés, mais d'un sens contraire.

Cette règle subsiste jusqu'à ce que la distance de la terre au lieu où la Comète a passé, par l'écliptique soit de 0, ou de 180 degrés, auquel cas la terre a une direction perpendiculaire, à l'égard de la ligne qui est dirigée au lieu de l'écliptique par lequel la Comète a passé, après quoi la terre se meut d'un sens contraire, avec une inclinaison qui diminue dans la même portion qu'elle avoit augmenté.

Fig. 3. Supposons présentement que la terre étant en T , la Comète soit vûe suivant la ligne TC qui est dans le plan de l'écliptique, & que la distance du périhélie de la Comète à l'écliptique ait été observée d'un certain nombre de degrés; faisant l'angle CTP de ce nombre de degrés, & tirant du point P , la ligne CP perpendiculaire à TP , le point P représentera le périhélie de la Comète, & PC , son mouvement apparent depuis son périhélie, jusqu'à son passage par l'écliptique, lequel est mesuré par l'angle CTP .

Dans cet état, si le cours de la Comète est dirigé vers les poles de l'écliptique, la portion de l'orbe qu'elle a décrite se trouve dans un plan perpendiculaire à celui de l'écliptique, & l'angle de l'inclinaison de cet orbe, à l'égard de l'écliptique, est mesuré par l'angle TCP , complément de l'angle CTP .

Mais si la portion de l'orbe que la Comete a décrite est dans le plan même de l'écliptique, alors elle paroîtra se mouvoir suivant l'écliptique dans tout le tems de son cours ; mais avec des degrés différens de vitesse, dont les plus grands seront lorsqu'elle est dans son périégée, & qui diminueront continuellement jusqu'à ce qu'on cesse de l'appercevoir.

Dans les autres directions du cours de la Comete, qui ne sont pas suivant l'écliptique, ni suivant un cercle de latitude, l'inclinaison TCP du plan de son orbe à l'égard de celui de l'écliptique, doit diminuer dans la proportion du sinus total au sinus de l'obliquité apparente de sa route à l'égard de l'écliptique.

Car si l'on conçoit que le triangle TPC , supposé d'abord dans un plan perpendiculaire à celui de l'écliptique, tourne autour de la base TC , le point P qui est au sommet, décrira autour du point D comme centre, un cercle PHL , dont le plan sera perpendiculaire à l'écliptique, & dont les arcs HA , HB , mesureront l'obliquité apparente de la route de la Comete à l'égard de l'écliptique, & les lignes AE , BI , ou FD , GD , qui leur sont égales, mesureront le sinus de cette obliquité. On aura donc PD est à AE ou FD , comme le sinus total est au sinus de l'arc AH de l'obliquité apparente de la route de la Comete par rapport à l'écliptique. Mais PD est à FD comme le sinus de l'arc DCP de l'inclinaison de l'orbe de la Comete par rapport au plan de l'écliptique, lorsque son cours est perpendiculaire à l'écliptique, est au sinus de l'angle DCA de l'inclinaison de l'orbe de la Comete, lorsque l'obliquité apparente de sa route est mesurée par l'arc AH . Donc le sinus de l'inclinaison de l'orbe de la Comete, lorsque son cours est perpendiculaire à l'écliptique, est au sinus de cette inclinaison, lorsque son cours est incliné à l'écliptique, comme le sinus total est au sinus de l'obliquité apparente de sa route.

Cette inclinaison du plan de l'orbe de la Comete par rapport à celui de l'écliptique, seroit la véritable, si dans l'intervalle de tems que la Comete a employé à aller de son

périgée jusqu'à l'écliptique, la terre n'avoit eu aucun mouvement sensible par rapport à la Comete : mais aussi dans les cas où le mouvement de la Comete est dirigé du Midi vers le Nord par rapport au Soleil placé à l'Occident, comme il a été observé dans les Cometes de 1707 & 1723, ce mouvement seroit contre l'ordre des signes ; ce qui est contraire à ce que l'on remarque non-seulement dans toutes les révolutions des planetes principales autour du Soleil, mais même dans celles des satellites autour de ces planetes. Pour rendre raison de cette apparence, il faut considérer ce qui résulte du mouvement de la terre autour du Soleil, & nous démontrons que lorsque le mouvement de la terre se fait en sens contraire de la direction apparente d'une Comete qui se meut du Midi vers le Septentrion, cette Comete peut avoir un mouvement réel & régulier de l'Occident vers l'Orient, qui produira les mêmes degrés de vitesse apparente que si la terre étoit immobile.

Fig. 4.

Soit T , la terre ; TC , une ligne tirée de la terre au point C , où la Comete a paru passer par l'écliptique ; P , le périgée de la Comete, lequel est dans un plan perpendiculaire ou incliné à l'écliptique de telle quantité que l'on voudra ; CTP , l'angle qui mesure la distance du périgée de la Comete à l'écliptique.

Si l'on suppose que la terre se meuve suivant la ligne TG , dans une direction quelconque par rapport au mouvement apparent de la Comete, & qu'elle soit parvenue en G dans le tems que la Comete a employé à parvenir depuis son périgée jusqu'à l'écliptique ; je dis que si l'on fait GB , égale & parallèle à TC , la ligne PB représentera la route de la Comete qui sera parvenue du point P au point B , dans le même tems que la terre a employé, à parcourir la ligne TG , & qu'il résulte de ces deux mouvemens les mêmes apparences que si la terre étant immobile en T , la Comete eût parcouru la ligne PC .

DÉMONSTRATION.

Ayant fait TL égal au mouvement de la terre représenté par TG , soit pris LK , égal à GB , & soit menée du point B au point K , la ligne BK qui sera égale & parallèle à LG . Joignez PK , & divisez les lignes PB, PK, TL, TG, PC , en deux parties égales aux points Q, H, N, F, S , par lesquelles on tirera les lignes QH, NF, HS & TS ; les triangles TLG, TNF , dont les côtés égaux TL, TG , sont doubles des côtés TN, NF , & dont l'angle LTG est commun, sont semblables & isosceles, c'est pourquoi le côté LG est double du côté NF , & lui est parallèle. Les triangles PKB, PHQ , dont les côtés PK, PB , sont doubles des côtés PH, PQ , & dont l'angle BPK est commun sont semblables, c'est pourquoi le côté BK ou LG qui lui est égal est double de HQ , & lui est parallèle, mais LG est double de NF , & lui est parallèle. Donc HQ , est égale & parallèle à NF , & les lignes FQ & NH , comprises entre les lignes HQ & NF , égales & parallèles, seront aussi égales & parallèles entr'elles. Maintenant dans les triangles KPC, HPS , les côtés PK, PC , sont doubles des côtés PH, PS , & l'angle KPC est commun, c'est pourquoi le côté KC est double du côté HS , & lui est parallèle, mais à cause de la ligne LK , égale par la construction à la ligne GB , qui a été prise égale à TC , la ligne TL est égale à la ligne KC ; donc TL est double de HS , & lui est parallèle, mais TL est double de TN ; donc HS est égale & parallèle à TN , & les lignes TS, NH , comprises entre les lignes HS & TN , égales & parallèles, seront aussi égales & parallèles entr'elles; mais nous venons de démontrer que la ligne FQ est égale & parallèle à la ligne NH , donc la ligne FQ est égale & parallèle à la ligne TS . C'est pourquoi si l'on suppose que la Comete soit parvenue de P en B dans le tems que la terre a employé à parcourir la ligne TG , & que la terre soit parvenue en F , & la Comete en Q , après avoir fait chacune la moitié de leur route, la distance FQ de la terre à la comete sera égale & parallèle à la distance TS .

tirée de la terre supposée immobile à la Comete, lorsqu'elle a parcouru la moitié de sa route apparente depuis son périégée jusqu'à l'écliptique ; ce qui produit les mêmes apparences que si la terre étant restée immobile, la Comete eût parcouru la ligne PC .

Cette démonstration subsiste, quelque inclinaison que la route de la terre puisse avoir à l'égard de la ligne tirée de la terre au lieu de l'écliptique par où la Comete a passé, & quelque inclinée que soit la route apparente de la Comete par rapport à l'écliptique.

Après avoir représenté le mouvement vrai des Cometes à l'égard de la terre, qui répond aux diverses inclinaisons de sa route apparente à l'égard de l'écliptique, & aux différentes directions de la route de la terre, à l'égard de la ligne tirée de la terre au vrai lieu de la Comete sur l'écliptique ; nous donnerons la méthode de déterminer dans tous ces différens cas, la quantité du mouvement réel de la Comete par rapport à celui de la terre, & sa distance véritable à la terre tant dans son périégée que dans son passage par l'écliptique, qui répond aux diverses inclinaisons véritables de son orbe ; & réciproquement la quantité du mouvement réel d'une Comete, où sa distance véritable à la terre étant connue, nous enseignerons la maniere de déterminer les autres élémens.

PROBLEME I.

Fig. 5.

L'inclinaison apparente de la route d'une Comete à l'égard de l'écliptique étant déterminée, & la distance du vrai lieu de la terre au vrai lieu de cette Comete étant donnée, déterminer la quantité de son mouvement réel & sa distance à la terre, tant dans son périégée que dans son passage par l'écliptique, pour telle inclinaison de l'orbe de la Comete à l'égard du plan de l'écliptique que l'on voudra.

Soit mené par le point T , qui représente le lieu de la terre, & par les points P & C qui représentent le périégée de la Comete & son lieu sur l'écliptique, le triangle TPC qui est

dans un plan dont l'inclinaison à l'égard du plan de l'écliptique est mesurée par l'inclinaison apparente de la route de la Comète à l'égard de l'écliptique. Soit fait l'angle TCB égal à l'angle LTG , qui mesure la direction de la route à la terre à l'égard de la ligne LTC tirée de la terre au vrai lieu de la Comète, & soit pris CB égale à TG . Du point P soit menée la ligne PV , perpendiculaire à TC , & la ligne PA , perpendiculaire au plan de l'écliptique, & soient jointes les lignes AB, AV, AC , qui sont toutes sur le même plan; la ligne PA sera aussi perpendiculaire sur toutes ces lignes, & les angles PAB, PAV, PAC , seront droits. Si l'on conçoit un plan qui passe par les points P, A, V , ce plan sera perpendiculaire au plan du triangle TPC , & la ligne CV perpendiculaire à la ligne PV , commune section de ces plans, sera aussi perpendiculaire à toutes les lignes tirées par le point V sur le plan du triangle PAV , telles que VA , & l'angle $CV'A$ sera droit, la ligne GB , comprise entre les lignes CB, TG , égales & parallèles, sera égale & parallèle à TC , & par conséquent le vrai mouvement de la Comète sera représenté par la ligne PB , l'angle PBA mesurera l'inclinaison véritable de l'orbe de la Comète à l'égard de l'écliptique qui est donnée, & dans le triangle BAP rectangle en A , l'angle PBA étant connu, on aura la valeur des côtés PA & BA par rapport à l'hypothénuse PB , que l'on supposera de tel nombre de parties que l'on voudra. Dans le triangle PAV rectangle en A , l'angle PVA qui mesure l'inclinaison du plan du triangle TPC à l'égard de celui de l'Ecliptique, est connu aussi bien que le côté PA , c'est pourquoi l'on trouvera la valeur du côté AV & de l'hypothénuse PV . Dans le triangle PVC rectangle en V , le côté PV étant connu, & l'angle PCV complément de l'angle CTP , on aura la valeur des côtés CV & PC . Dans le triangle AVC rectangle en V , les côtés AV & CV étant connus, on aura la valeur de l'hypothénuse AC & de l'angle ACV , dont il faut retrancher l'angle VCB ou LTG , lorsqu'il est plus petit, & on aura l'angle BCA . Et dans le triangle BCA , dont les côtés BA & AC sont connus, & l'angle

184 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
BCA, on trouvera la valeur du côté *BC* qui mesure le mouvement de la terre par rapport au côté *BP* qui mesure le mouvement de la Comete dans le même intervalle de tems. Enfin dans le triangle *TPC* rectangle en *P*, le côté *PC* étant connu, & l'angle *CTP*, l'on aura les côtés *PT* & *TC* qui mesurent la distance de la Comete à la terre, tant dans son périégée que dans son passage par l'écliptique, dont on connoîtra la valeur réelle aussi-bien que de la quantité du mouvement *PB* de la Comete, la quantité du mouvement réel de la terre dans l'orbe annuel, dans l'intervalle de tems depuis le passage de la Comete par le périégée jusqu'à celui de son passage par l'écliptique, étant connue en lieues ou demi-diametres de la terre.

Il faut remarquer que lorsque l'angle *ACV* est plus petit que l'angle *BCV*, il faut le retrancher de l'angle *BCV*, & qu'il faut ajoûter l'angle *ACV* à l'angle *BCV*; lorsque la perpendiculaire *PA* tombe au delà de la ligne *TC*, ce qui arrive dans les cas où l'inclinaison du plan du triangle *TPC* à l'égard du plan de l'Ecliptique, est d'un sens contraire à la direction de la route de la terre *TG* à l'égard de la ligne *TL*.

P R O B L E M E I I.

Le rapport du mouvement véritable d'une Comete à l'égard de celui de la terre, étant connu, déterminer dans toutes les situations de la Comete sur l'écliptique, & pour toutes les inclinaisons apparentes de sa route, l'inclinaison véritable du plan de son orbe à l'égard de celui de l'écliptique, & sa distance réelle à la terre tant dans son périégée que dans son passage par l'écliptique.

Ayant mené du point *A* au point *V* la ligne *AV* sur le plan de l'écliptique qui coupe en *D* la ligne *BC* qui est aussi sur ce plan. Soit menée du point *P* au point *D* la ligne *PD*. Dans le triangle *CVD*, l'angle *CVD* ou *CVA* étant droit, & l'angle *VCD* ou *LTG* qui mesure la direction de la terre à l'égard du vrai lieu de la Comete sur l'écliptique, étant connu, on aura la valeur de l'hypothénuse *DC* & du côté *DV*
par

par rapport au côté CV , supposé de tel nombre de parties que l'on voudra. Dans le triangle CVP rectangle en V , le côté CV étant connu, l'angle PCV , on aura la valeur du côté PV & de l'hypothénuse PC . Dans le triangle PVD , les côtés PV & DV étant connus, & l'angle compris PVD , qui mesure l'inclinaison apparente de la route de la comète à l'égard de l'écliptique, on trouvera le côté PD , & dans le triangle PCD , dont les trois côtés DC , PC & PD sont connus, on aura l'angle PCD ou PCB . Maintenant dans le triangle BCP , dont les côtés BC & BP qui mesurent la quantité du mouvement réel de la terre & de celui de la comète, sont connus, & l'angle PCB , on aura la valeur du côté PC par rapport au mouvement de la terre BC . Dans le triangle PVC rectangle en V , l'angle PCV étant connu, & la valeur de l'hypothénuse PC , on aura la valeur du côté PV , & dans le triangle PAV rectangle en A , le côté PV étant connu, & l'angle PVA de l'inclinaison du plan du triangle TPC à l'égard de l'écliptique, on aura la valeur du côté PA . Enfin dans le triangle PAB rectangle en A , dont les côtés PA & PB sont connus, on trouvera l'angle PBA , qui mesure l'inclinaison véritable du plan de l'orbe de la comète à l'égard de l'écliptique. On aura aussi dans le triangle TPC rectangle en P , dont le côté PC & l'angle CTP sont connus, la valeur du côté TP & de l'hypothénuse PC qui mesurent la distance véritable de la comète à la terre, tant dans son périégée que dans son passage par l'écliptique. Ce qu'il falloit trouver.

PROBLEME III.

La distance réelle d'une comète à la terre dans son périégée, étant donnée ou connue par l'observation de sa parallaxe, déterminer dans toutes les situations de cette comète sur l'écliptique par rapport à la terre & pour toutes les inclinaisons apparentes de sa route, l'inclinaison véritable de son orbe à l'égard de l'écliptique & la quantité réelle de son mouvement.

Dans le triangle TPC rectangle en P , la distance de la

comete à la terre dans son périégée, mesurée par TP , étant connue, & l'angle CTP , on aura la valeur du côté PC & de l'hypothénuse TC , qui mesure la distance de la comete à la terre dans son passage par l'écliptique. Dans le triangle PCV rectangle en V , l'hypothénuse PC étant connue, & l'angle PCV , on aura les côtés PV & CV . Dans le triangle PAV rectangle en A , le côté PV étant connu, & l'angle PVA de l'inclinaison du plan du triangle TCP à l'égard du plan de l'écliptique, on aura les côtés PA & AV . Dans le triangle CVA rectangle en V , les côtés AV & CV étant connus, on aura l'angle ACV , dont il faut retrancher l'angle TCB ou LTG , lorsqu'il est plus petit, & qu'il faut retrancher du même angle TCB , lorsqu'il est plus grand, pour avoir l'angle BCA . Dans le triangle BCA , le côté BC qui mesure le mouvement de la terre, étant connu, aussi-bien que le côté CA , & l'angle compris BCA , on aura le côté BA . Enfin dans le triangle BAP rectangle en A , dont le côté PA est connu & l'hypothénuse BA , on aura l'angle ABP qui mesure l'inclinaison véritable du plan de l'orbe de la comete à l'égard de celui de l'écliptique, & le côté BP qui mesure la quantité réelle de son mouvement depuis son périégée jusqu'à son passage par l'écliptique. Ce qu'il falloit trouver.

Pour déterminer dans ces trois cas, les termes du plus grand & du plus petit mouvement qu'on puisse assigner à la comete, aussi-bien que de sa plus grande distance possible à la terre, & le lieu où son mouvement est égal à celui de la terre, on élèvera du point P sur la ligne PC , la perpendiculaire PE qui rencontre CE au point E , par lequel on mènera la ligne EL égale & parallèle à TC . Il est clair, par ce que l'on a démontré ci-dessus, que la ligne CE ou TL représentant le mouvement de la terre, la ligne LE égale à TC , représentera la distance de la terre à la comete, lorsqu'elle a passé par l'écliptique, & la ligne PE mesurera le mouvement de la comete depuis son périégée jusqu'à son intersection avec l'écliptique, qui sera le plus petit qui soit possible, puisque le rapport de PE à CE est comme le sinus de l'angle

PCE , qui est toujours constant, est au sinus total, qui est le plus grand que l'on peut concevoir. Pour déterminer dans ce cas la valeur de PE , l'inclinaison véritable de l'orbe de la comète mesurée par l'angle PEA , & sa distance à la terre dans son périégée & dans son passage par l'écliptique, on résoudra le triangle CVD rectangle en V , dans l'angle VCD ou LTG est connu; c'est pourquoi l'on aura la valeur des côtés DV & DC par rapport au côté CV , supposé de tel nombre de parties que l'on voudra. Dans le triangle CVP , rectangle en V , le côté CV étant connu, & l'angle PCV , on aura le côté PV & l'hypothénuse PC . Dans le triangle PVD , le côtés PV & DV étant connus, & l'angle PVD compris entre les deux plans, on trouvera le côté PD , & dans le triangle PCD , dont les trois côtés DC , PC & PD sont connus, on aura l'angle PCD ou PCE qui est toujours constant. Maintenant dans le triangle EPC rectangle en P , dont le côté CE ou TL , mouvement de la terre depuis le tems de son passage par le périégée, jusqu'à celui de son passage par l'écliptique, est connu, & l'angle PCE vient d'être déterminé, on aura le côté PC & le côté PE qui mesure le plus petit mouvement possible de la comète. Ce qu'il falloit d'abord trouver.

Dans le triangle PVC rectangle en V , le côté PC étant connu, & l'angle PCV , on aura le côté IV . Dans le triangle PAV rectangle en A , le côté PV étant connu, & l'angle PVA de l'inclinaison du plan du triangle TCP , à l'égard du plan de l'écliptique, on aura le côté PA . Dans le triangle PAE rectangle en A , les côtés PA & PE étant connus, on trouvera l'angle AEP qui mesure l'inclinaison véritable du plan de l'orbe de la comète à l'égard de celui de l'écliptique, lorsque son mouvement est le plus petit qui soit possible. Enfin dans le triangle TPC rectangle en P , dont le côté CP est connu, & l'angle CTP , on trouvera la distance PT de la comète à la terre dans son périégée, & sa distance à la terre TC dans son passage par l'écliptique, lorsque le mouvement de la comète est le plus petit qui soit possible.

Dans les autres situations de la comete sur la ligne CB qu'elle rencontre dans son passage par l'écliptique, son mouvement doit être plus grand que lorsqu'elle est au point E , avec la différence que lorsqu'elle rencontre l'écliptique de E vers B , son mouvement ne peut jamais égaler celui de la terre, parce que le sinus de l'angle obtus CPB , qui mesure le mouvement de la terre, est toujours plus grand que le sinus de l'angle constant PCB aigu, qui mesure le mouvement de la comete, & qu'il peut le surpasser lorsqu'elle se trouve de E vers C . On déterminera le lieu où ces deux mouvemens sont égaux, en faisant l'angle CPF égal à l'angle constant PCE . Car alors les lignes PF , PC , qui représentent le mouvement de la comete & de la terre sont égales entr'elles; & on déterminera dans ce cas la distance véritable de la comete à la terre dans son périégée & dans son passage par l'écliptique, aussi-bien que l'angle AFP de l'inclinaison véritable du plan de son orbe à l'égard de celui de l'écliptique, en cette maniere.

Dans le triangle PFC isoscele, les côtés égaux CF & PF étant connus, & l'angle constant PCF , on aura la valeur du côté PC . Dans le triangle PVC rectangle en V , l'hypothénuse PC étant connue, & l'angle PCV , on aura le côté PV . Dans le triangle PVA rectangle en A , l'hypothénuse PV étant connue, & l'angle PVA de l'inclinaison du plan du triangle TCP à l'égard du plan de l'écliptique, on aura le côté PA ; & dans le triangle PAF rectangle en A , le côté PA étant connu, & l'hypothénuse PF qui est égale à PC , on trouvera la valeur de l'angle AFP , qui mesure l'inclinaison véritable du plan de son orbe à l'égard de celui de l'écliptique. Enfin dans le triangle TPC rectangle en P , le côté PC étant connu, & l'angle CTP , on aura les côtés PT & TC , qui mesurent la distance véritable de la comete dans son périégée & dans son passage par l'écliptique, lorsque son mouvement est égal à celui de la terre. Ce qu'il falloit trouver.

Lorsque la comete dans son passage par l'écliptique, rencontre la ligne CB de F vers C , comme en I , son mouvement

doit être plus grand que celui de la terre, parce que l'angle CPI étant plus petit que l'angle CPF ou PCF qui lui est égal, le côté CI qui mesure le sinus de cet angle, & qui représente le mouvement de la terre, est plus petit que le côté PI qui mesure le sinus de l'angle PCF , & mesure en même tems le mouvement de la comete. Menant du point A , la ligne AO perpendiculaire à la ligne CB , & joignant PO , la ligne PO représentera le plus grand mouvement possible de la comete, supposant qu'il soit direct suivant la suite des signes. Car la ligne AO étant la plus courte de toutes les lignes tirées du point A sur la ligne CB , & l'angle PAO , que la perpendiculaire PA fait avec toutes les lignes tirées par le point A sur le plan de l'écliptique, telles que AQ étant droit, l'angle APO est le plus petit de tous les angles formés par la ligne PA & une ligne quelconque tirée du point P sur la ligne CB . L'angle POA , qui mesure alors l'inclinaison de l'orbe de la comete par rapport au plan de l'écliptique, est donc le plus grand de tous ceux que l'on peut concevoir, & le point O , le terme où le mouvement de la comete est le plus grand qui soit possible, supposant qu'il soit direct suivant la suite des signes, puisque au de-là de ce terme vers C , l'inclinaison de l'orbe de la comete diminuant de grandeur, la comete prend une direction contraire.

Dans cet état, la ligne CO qui représente la quantité du mouvement de la terre, est la plus petite qui soit possible par rapport aux lignes PT & TC , qui mesurent la distance de la comete à la terre dans son périégée & dans son passage par l'écliptique, qui seront par conséquent les plus grandes qui soient possibles, & dont on déterminera la quantité, aussi bien que du plus grand mouvement de la comete, en cette maniere.

Dans le triangle COA rectangle en O , le côté CO qui mesure le mouvement de la terre, pendant que la comete est parvenue de son périégée à l'écliptique est connu, de même que l'angle ACO ou BCA ; c'est pourquoi on aura les côtés CA & AO . Dans le triangle $CV A$ rectangle en V , le côté CA

& l'angle ACV sont connus; c'est pourquoi l'on aura les côtés AV & CV . Dans le triangle PAV rectangle en A , le côté AV & l'angle PVA de l'inclinaison du plan du triangle TPC par rapport à l'écliptique, étant connus, on aura le côté PA , & dans le triangle PAO rectangle en A , les côtés PA & CA étant connus, on trouvera l'angle POA qui mesure la plus grande inclinaison possible de l'orbe de la comete par rapport à l'écliptique, & le côté PO qui mesure le plus grand mouvement qu'elle peut avoir. Maintenant dans le triangle CVP rectangle en V , le côté CV étant connu, & l'angle PVC , on aura le côté PC ; & dans le triangle TPC rectangle en T , le côté PC ; & l'angle PTC étant connus, on aura la distance PT de la comete à la terre dans son perigée, & sa distance TC dans son passage par l'écliptique, qui sont les plus grandes qui soient possibles. Ce qu'il falloit trouver.

Les regles que nous venons d'établir, pour déterminer les termes du plus grand & du plus petit mouvement d'une comete, doivent être différentes, lorsque le mouvement de la terre se fait de T vers C , qui représente le lieu de la comete sur l'écliptique.

Dans le cas où le mouvement apparent de la comete est perpendiculaire à l'écliptique, & la direction du mouvement de la terre, est aussi perpendiculaire à la ligne tirée de la terre au vrai lieu de la comete sur l'écliptique, la quantité de son mouvement réel est toujours plus grande que celle de la terre. Car soit tiré des points T & C sur le plan de l'écliptique; les lignes Tg , Cb , perpendiculaires à la ligne TC , & égales entr'elles, & soient joints les points Pb & gb . Il est clair par ce que nous avons démontré ci-devant, que la terre étant arrivée en g , la comete est parvenue de P en b , & que les lignes Tg ou Cb représentant le mouvement de la terre, la ligne Pb mesure celui de la comete. La ligne Cb étant perpendiculaire à la ligne TC , commune section du plan de l'écliptique & du plan du triangle TPC qui lui est perpendiculaire, est aussi perpendiculaire à toutes les lignes tirées sur ce plan par le point C , telles que PC , & l'angle PCb

Fig. 6.

est droit ; le mouvement de la comete qui est mesuré par l'hypothénuse Pb , est donc plus grand que le mouvement de la terre, qui est mesuré par un des côtés Cb .

Dans toutes les autres directions du mouvement de la terre de T vers C , comme lorsqu'elle suit la ligne TG . Le mouvement de la terre est représenté, par exemple, par la ligne TG ou CB qui lui est égale, & celui de la comete par la ligne PB qui mesure le sinus de l'angle obtus PCB , lequel est toujours plus grand que le sinus de l'angle aigu CPB qui mesure le mouvement de la terre TG ou CB qui lui répond, d'où il suit que lorsque le mouvement apparent de la comete est perpendiculaire à l'écliptique, & la direction du mouvement de la terre est de T vers C , le mouvement de la comete est toujours plus grand que celui de la terre.

Dans les cas où le mouvement apparent de la comete est incliné au plan de l'écliptique, il faut considérer si l'angle PCb ou PCB est obtus ou aigu. Lorsqu'il est obtus, le mouvement de la comete Pb ou PB qui mesure le sinus de l'angle PCb ou PCB obtus & constant, est dans toutes les situations de la terre sur la ligne Cb ou CB , plus grand que le mouvement de la terre Cb ou CB qui mesure le sinus de l'angle aigu CPb ou CPB .

Lorsque l'angle CPb ou PCB est aigu, le mouvement de la comete peut être plus grand ou plus petit que celui de la terre, ou lui être égal. Il est plus grand, lorsque la terre étant parvenue en g ou en G , dans le tems que la comete a employé à parvenir de son périégée P à l'écliptique en b ou B , l'angle PCb ou PCB qui est toujours constant, dont le sinus mesure le mouvement Pb ou PB de la comete, est plus grand que l'angle CPb ou CPB , dont le sinus mesure le mouvement Cb ou CB de la terre. Il est plus petit lorsque l'angle CPb ou CPB surpasse en grandeur l'angle PCb ou PCB . Enfin il lui est égal, lorsque l'angle CPb ou CPB est égal à l'angle constant PCb ou PCB .

Appliquons présentement les regles que nous avons prescrites aux observations des comètes des années 1707 & 1723.

La premiere de ces cometes coupa l'écliptique à $5^{\text{d}} \frac{1}{4}$ du Verseau le 26 Novembre de l'année 1707, à 9 heures du matin. Le vrai lieu du Soleil étoit alors à 3 degrés & demi du Sagittaire, & celui de la terre qui est à l'opposite, à 3 degrés & demi des Gémeaux. Ainsi la distance de la terre au lieu de l'écliptique par où la comete a passé étoit de 3

Fig. 2.

signes 28 degrés, qui sont mesurés par l'angle *AST*, dont retranchant 3 signes, reste l'angle *LTG* de 28 degrés, qui mesure l'inclinaison de la route de la terre à l'égard de la ligne dirigée du vrai lieu de la comete au vrai lieu de la terre.

La distance du périgee de cette comete à l'écliptique, ayant été déterminée de $33^{\text{d}} 30'$, on aura l'angle *CTP*, qui mesure cette distance de $33^{\text{d}} 30'$. La direction de sa route étoit à peu-près suivant un cercle de latitude, dont elle ne déclinait que de deux à trois degrés de l'Occident vers l'Orient, depuis son passage par l'écliptique jusqu'à la distance de 43 degrés. Ainsi nous supposons, sans erreur sensible, que le plan du triangle *TPC*, sur lequel le périgee étoit placé au point *P*, étoit perpendiculaire au plan de l'écliptique.

Fig. 5.

Dans toutes ces circonstances, on déterminera la quantité du mouvement de la comete par rapport à celui de la terre & sa distance véritable à la terre, tant dans son périgee que dans son passage par l'écliptique, pour telle inclinaison de l'orbe de la comete à l'égard de l'écliptique que l'on voudra, comme par exemple de $33^{\text{d}} 30'$, en cette maniere.

Dans le triangle *BVP* rectangle en *V*, l'hypothénuse *BP* qui représente le mouvement de la comete, étant supposée de 100000, & l'angle *PBV* de $33^{\text{d}} 30'$, on trouvera le côté *BV* de 83389, & le côté *PV* de 55194. Dans le triangle *PVC* rectangle en *V*, le côté *PV* étant connu de 55194, & l'angle *PCV*, complément de l'angle *CTP*, de $56^{\text{d}} 30'$ on aura le côté *CV* de 36532, & l'hypothénuse *PC* de 66188. Dans le triangle *BCV*, le côté *BV* étant connu de 83389, & le côté *CV* de 36532, aussi-bien que l'angle *BCV*, qui est égal à l'angle *LTG*, de $28^{\text{d}} 0' 0''$, on trouvera le côté *BC* ou *TG*, qui mesure le mouvement de la terre

terre de 113863 parties, dont le mouvement de la comete est de 100000. Enfin dans le triangle TPC rectangle en P , dont l'angle CTP est connu de $33^d 30'$, & le côté PC de 66188, on trouvera le côté PT , distance de la comete à la terre dans son périégée, de 100000, & sa distance CT , lorsqu'elle est sur l'écliptique, de 119920. La distance de la terre au Soleil étant de 22 mille demi-diametres de la terre, ou de 33 millions de lieues, l'orbe annuel est de 207 millions 430 mille lieues, qui étant partagées par 365 & un quart, donnent la quantité du mouvement journalier de la terre de 568 mille lieues ou environ; ainsi dans l'exemple proposé, la comete ayant employé trois jours & 15 heures à parvenir de son périégée jusqu'à l'écliptique, la terre a pendant ce tems-là parcouru 2 millions 60 mille lieues qui mesurent la ligne CB ou TG . On fera donc comme CB , qui a été trouvé de 113863 parties, est à PT , distance de la comete à la terre dans son périégée qu'on a trouvée de 100000, ainsi 2 millions 60 mille lieues, sont à la distance réelle de la comete à la terre dans son périégée, qu'on trouvera de 1. 809. 200 lieues. On fera aussi comme BC 113863 est à TC 119920; ainsi 2 millions 60 mille lieues sont à 2. 169. 600 lieues qui mesurent la distance de la comete à la terre, lorsqu'elle a passé par l'écliptique. Enfin l'on fera comme CB 113863 est à BP , mouvement de la comete depuis son périégée jusqu'à l'écliptique, qu'on a supposé de 100000; ainsi le mouvement journalier de la terre, qui est de 568000 lieues, est au mouvement journalier de la comete qu'on trouvera de 498860, & qui seroit le veritable, si l'inclinaison de l'orbe de la comete à l'égard de l'écliptique étoit de $33^d 30'$, comme on l'a supposé.

Pour déterminer les termes du plus grand & du plus petit mouvement que cette comete ait pû avoir, aussi-bien que de son plus grand éloignement de la terre, on menera du point P , la ligne PE perpendiculaire à la ligne PC , qui rencontrera en E la ligne CE parallele à la ligne TG , & représentera le mouvement de la comete, le plus petit qui soit possible, comme il a été démontré ci-devant.

Fig. 5. Pour en déterminer la quantité, on refoudra le triangle $CV D$ rectangle en V , dont l'angle TCE ou VCD est connu de 28 degrés, & le côté CV a été trouvé de 35632 parties, dont BP & PT sont de 100000; c'est pourquoi l'on aura DV de 19424, & DC de 41375. Dans le triangle PVD , le côté PV ayant été trouvé de 55194, le côté DV de 19424, & l'angle PVD , que le plan du triangle CPD fait avec le plan de l'écliptique, étant supposé droit, on aura PD de 58512; dans le triangle PDC , dont les trois côtés ont été déterminés, sçavoir PC de 66188, DC de 41375, & PD de 58512, on trouvera l'angle PCE de $60^d 50' 5''$. Et dans le triangle CPE rectangle en P , dont le côté PC est de 66188, & l'angle PCE de $60^d 50' 5''$, on trouvera le côté PE de 118597, & l'hypoténuse CE de 135819. Enfin dans le triangle EPV rectangle en V , dont le côté est connu de 55194, & l'hypoténuse PE de 118597, on trouvera l'angle PEV qui mesure alors l'inclinaison de l'orbe de la comete à l'égard du plan de l'écliptique de $27^d 44' 6''$. La distance CE ou TC qui mesure le mouvement réel de la terre dans l'espace de 3 jours & 15 heures, étant, comme on l'a dit ci-dessus, de 2 millions 60 mille lieues. On fera comme CE , que l'on vient de déterminer de 135819, est à PT , 100000, à TC 119920, & à PE 118597; ainsi CE 2.060.000 lieues est à PT 1.516.740 lieues, distance de la comete à la terre dans son passage par le périée, à TC 1.818.860 lieues, distance de la comete à la terre dans son passage par l'écliptique; & à PE de 1.798.870 lieues, qui mesurent le mouvement de la comete le plus petit qui soit possible, pendant l'espace de trois jours 15 heures, depuis son passage par son périée jusqu'à son intersection avec l'écliptique. Partageant ce nombre de lieues par 3 jours 15 heures, on aura le mouvement journalier de la comete le plus petit qu'on peut lui assigner de 496230 lieues, l'inclinaison de l'orbe de la comete à l'égard du plan de l'écliptique étant de $27^d 44' 6''$.

Dans toutes les inclinaisons de l'orbe de la comete qui

sont plus petites, le mouvement réel de la comete doit être plus grand que celui que l'on vient de déterminer, mais il ne peut jamais égaler celui de la terre, quoiqu'il puisse en approcher à l'infini, par les raisons que nous avons dites ci-dessus.

Dans les autres inclinaisons qui excèdent $27^{\text{d}} 44' 6''$, le mouvement réel de la comete doit augmenter, & le terme de cette augmentation, supposant que son mouvement soit suivant la suite des Signes est lorsqu'elle décrit la ligne PD tirée du point P au point D , où tombe la perpendiculaire tirée du point V sur la ligne CE . On trouvera dans cet état la quantité du mouvement de la comete par rapport à celui de la terre qui est mesuré par CD . Car dans le triangle CDV rectangle en D , le côté CD ou TG qui mesure le mouvement de la terre pendant 3 jours & 15 heures, étant connu de 2 millions 60 mille lieues, & l'angle VCD de 28^{d} degrés, on aura le côté CV de 1818860 lieues, & le côté VD de 967120 lieues; & dans le triangle CPV rectangle en V , le côté CV étant connu, & l'angle PCV , de $56^{\text{d}} 30'$, on aura le côté PV de 2181170, & l'hypoténuse CP de 3. 295. 400 lieues. Enfin dans le triangle PVD rectangle en V , les côtés PV & VD étant connus, on aura l'hypoténuse PD , qui mesure le mouvement de la comete dans l'espace de 3 jours 15 heures de 2. 385. 950 lieues, qui est le plus grand qu'on peut lui assigner. Le partageant par 3 jours 15 heures, on aura son mouvement journalier de 658. 200 lieues, plus grand de 172000 lieues que son plus petit mouvement possible qui a été trouvé de 496. 230 lieues, de sorte que le plus grand mouvement que cette comete ait pû avoir, est à son plus petit comme 658 à 496, c'est-à-dire, à peu-près comme 4 à 3.

On fera aussi comme le sinus de l'angle CTP de $33^{\text{d}} 30'$ est au sinus de l'angle TCP de $56^{\text{d}} 30'$; ainsi CP 3295. 400 lieues est à PT , qui mesure la plus grande distance possible de cette comete à la terre dans son périégée, que l'on trouvera de 4 millions 978 mille 900 lieues, d'où l'on peut conclure que la distance de cette comete à la terre, lorsqu'elle étoit dans son périégée, n'a pas excédé 50 fois la distance de

la Lune à la terre, supposant que son mouvement a été direct suivant la suite des signes.

Déterminons présentement quel doit être le mouvement de la comete de l'année 1723, & sa distance à la terre dans son périée, supposant l'obliquité de son orbe à l'égard de l'écliptique de $27^{\text{d}} 44' 6''$, telle que nous l'avons trouvée dans la comete de 1707, son mouvement étant supposé le plus petit qui fût possible.

La route apparente de cette comete étoit inclinée à l'écliptique de 75 degrés, ayant une direction du Midi vers le Nord qui déclinait vers l'Ouest, d'où il résulte que le plan du triangle TPC qui passe par son périée, déclinait d'un cercle de latitude de 15 degrés vers l'Est.

Cette comete coupa l'écliptique le 19 Octobre à 2 heures du soir au huitième degré du Verseau. Le vrai lieu du Soleil étoit alors à $25^{\text{d}} \frac{1}{2}$ de la Balance, & celui de la terre à $25^{\text{d}} \frac{1}{2}$ du Bélier, d'où il suit que la terre étoit éloignée de 2 signes 18 degrés du lieu où la comete a passé par l'écliptique, & que par conséquent la ligne TG qui représente la route de la terre, déclinait de la ligne LTC qui est dirigée à l'écliptique, de 12 degrés vers l'Est, du même sens que le plan du triangle TPC . Menant du point P la ligne PA perpendiculaire sur le plan de l'écliptique, l'angle PBA mesure l'inclinaison du plan de l'orbe de la comete à l'égard du plan de l'écliptique, que l'on a supposée de $27^{\text{d}} 44' 6''$; c'est pourquoi dans le triangle PAB rectangle en A , l'angle PBA étant connu, & le mouvement de la comete depuis son périée jusqu'à l'écliptique, qui est mesuré par PB , étant supposé de 100 mille parties, on trouvera le côté BA de 88484 de ces parties, & le côté PA de 46538. Dans le triangle PAV rectangle en A , l'angle PAV qui mesure l'inclinaison du plan du triangle TPC par rapport à l'écliptique, est connu de 75 degrés, de même que le côté PA ; c'est pourquoi l'on trouvera le côté AV de 12455, & l'hypoténuse PV de 48180. Dans le triangle PVC rectangle en V , le côté PV est connu & l'angle PCV de $28^{\text{d}} 44'$, complément de l'angle

CTP de $61^{\text{d}} 16'$, qui mesure le mouvement apparent de la comete depuis son périгée jusqu'à l'écliptique; c'est pourquoi l'on aura le côté *CV* de 87881, & l'hypoténuse *CP* de 100221. Dans le triangle *AVC* rectangle en *V*, les côtés *AV* & *CV* sont connus, c'est pourquoi on aura l'hypoténuse *AC* de 88760, & l'angle *ACI'* de $8^{\text{d}} 4' 34''$ qu'il faut retrancher de l'angle *LTG* ou *TCB* de $12^{\text{d}} 0' 0''$ pour avoir l'angle *ACB* de $3^{\text{d}} 55' 26''$; & dans le triangle *BCA*, dont les côtés *AC* & *BA* sont connus, & l'angle *ACB*, on aura *BC* ou *TG*, mouvement de la terre, depuis le tems du passage de la comete par son périгée jusqu'à son intersection avec l'écliptique de 176820 parties, dont le mouvement de la comete est de 100000 pendant le même intervalle de tems; & dans le triangle *TPC* rectangle en *P*, le côté *CP* étant connu de 100221, & l'angle *CTP* de $61^{\text{d}} 16'$, on aura le côté *PT*, distance de la comete à la terre dans son périгée, de 54945 parties, dont *BC* est de 176820. Le mouvement de la terre pendant l'intervalle de cinq jours que la comete a employés à parvenir de son périгée à l'écliptique est de 2 millions 840000 lieues; ainsi l'on fera comme *BC* 176820 est à *PT* 54945; ainsi 2840000 lieues sont à la distance *PT* de la comete à la terre dans son périгée, qu'on trouvera de 882510 lieues, plus petite d'environ deux cinquièmes que celle que l'on a trouvée en 1707 de 1516740 lieues, supposant la même obliquité de son orbe à l'égard de l'écliptique de $27^{\text{d}} 44' 6''$. Enfin l'on fera comme *BC* 176820 est à *BP* 100000; ainsi le mouvement journalier de la terre qui est de 568000 lieues est à celui de cette comete qu'on trouvera de 321400 lieues, plus petit de 175000 lieues que le mouvement journalier de la comete de 1707 qui répond à la même inclinaison de l'orbite, quoique le mouvement apparent de la comete de 1723 près de son périгée, ait été le double plus grand que celui de la comete de 1707.

Pour déterminer dans la comete de 1723 sa plus grande distance possible à la terre, aussi bien que le plus grand & le plus petit mouvement qu'on puisse lui assigner, on résoudra

d'abord le triangle PCB , dans lequel les trois côtés sont connus, sçavoir PB de 100000, PC de 100221, & BC de 176820, c'est pourquoi l'on trouvera l'angle BCP de $27^h 56' 27$. On élèvera du point P sur la ligne PC la perpendiculaire PE qui rencontre BC au point E . La ligne PE représentera le plus petit mouvement possible de la comete, puisque le rapport PE à CE est comme le sinus de l'angle PCE qui est toujours constant au sinus total qui est le plus grand que l'on peut concevoir.

Pour déterminer la valeur de PE & l'inclinaison véritable de l'orbe de la comete, qui est alors mesurée par l'angle PEA , on fera comme le sinus total est au sinus de l'angle PCE constant, qui a été déterminé de $27^d 56' 27''$; ainsi CE , mouvement de la terre dans l'espace de cinq jours qui est de 2840000 lieues, est à PE qui représente le plus petit mouvement de la comete dans cet espace de tems qu'on trouvera de 1330700 lieues. Le divisant par cinq, on aura le mouvement journalier de la comete, le plus petit qui soit possible, de 266140 lieues. On fera aussi comme le sinus total est au sinus de l'angle PEC de $62^d 3' 33''$, complément de l'angle PCE constant; ainsi CE 2840000 lieues est à PC , qu'on trouvera de 2508900 lieues. Dans le triangle PVC rectangle en V , l'hypoténuse PC étant connue de 2508900 lieues, & l'angle PCV de $28^d 44' 0''$, on aura le côté PV de 1206100 lieues. Dans le triangle PAV rectangle en A le côté PV étant connu de 1206100 lieues, & l'angle PVA de $75^d 0' 0''$, on aura le côté PA de 1248700 lieues. Dans le triangle PAE rectangle en A , le côté PA étant connu de 1240700 lieues, & le côté PE de 1330700 lieues, on aura l'angle PEA , qui mesure l'inclinaison véritable de l'orbe de la comete par rapport à l'écliptique, de $69^d 46' 40''$, lorsque son mouvement est le plus petit qui soit possible. Enfin dans le triangle TPC rectangle en P , dont le côté PC est connu de 2508900 lieues, & l'angle CTP de $61^d 16'$, on trouvera la distance PT de la comete à la terre dans son périégée de 1375500 lieues, & sa distance à la terre TC ,

lorsqu'elle a passé par l'écliptique, de 2861300 lieues.

Pour déterminer presentement le plus grand mouvement possible de cette comete, & sa plus grande distance à la terre dans son périégée & dans son passage par l'écliptique, lorsque l'inclinaison de son orbe excède $69^{\text{d}} 46' 40''$; ce qui arrive, comme on l'a remarqué ci-devant, lorsque la comete suit la ligne PO tirée du point P au point O où tombe la perpendiculaire tirée du point A sur la ligne BC ; on résoudra le triangle COA rectangle en O , dans lequel le côté CO qui mesure le mouvement de la terre, est connu de 2840000 lieues, & l'angle ACO ou ACB de $3^{\circ} 55' 26''$, c'est pourquoi l'on trouvera le côté AC de 2846700 lieues, & le côté AO de 194800 lieues. Dans le triangle $CV A$ rectangle en V , le côté AC étant connu de 2846700 lieues, & l'angle ACV de $8^{\text{d}} 4' 34''$, on aura le côté AV de 399930 lieues, & le côté CV de 2818500 lieues. Dans le triangle PAV rectangle en A , le côté AV étant connu de 399930 lieues, & l'angle PVA de 75 degrés, on aura le côté PA de 1492500 lieues, & dans le triangle PAO rectangle en A , le côté PA étant connu de 1492500 lieues, & le côté AO de 194800 lieues, on aura l'angle PAO , qui mesure la plus grande inclinaison de l'orbe de la comete par rapport à l'écliptique, de $8^{\text{d}} 33' 50''$, & le côté PO , qui mesure le plus grand mouvement possible de la comete, de 1505200 lieues. Le partageant par cinq jours que la comete a employés à parvenir de son périégée à l'écliptique, on aura le plus grand mouvement journalier possible de cette comete, lorsque l'inclinaison de son orbe excède $69^{\text{d}} 53' 10''$ de 301040 lieues. On fera aussi comme le sinus de l'angle CPV est au sinus total; ainsi le côté CV de 2818500 lieues est au côté PC qu'on trouvera de 3214200 lieues. Enfin dans le triangle TPC rectangle en P , le côté PC étant connu de 3214200 lieues, & l'angle TCP de $61^{\text{d}} 16' 0''$, on aura la distance PT de la comete à la terre dans son périégée de 1762200 lieues, & sa distance TC , lorsqu'elle a passé par l'écliptique, de 3665600 lieues, qui sont les plus grandes qui soient possibles, d'où l'on peut conclurre que

supposé que le mouvement de cette comete ait été dirigé suivant la suite des signes, sa distance à la terre dans son périégée n'a pas excédé 18 fois la distance de la Lune à la terre.

A l'égard de son mouvement, il a pû être plus petit que celui de la terre d'un peu moins de la moitié : mais il ne l'a jamais dû surpasser, ni même l'égaliser, puisque nous avons trouvé que lorsque l'inclinaison de l'orbe de la comete étoit de $82^{\text{d}} 33' 50''$, la plus grande qui soit possible, son mouvement n'étoit qu'environ la moitié de celui de la terre, & que quelque petite que soit cette inclinaison, le sinus de l'angle PCE qui mesure la quantité du mouvement de la comete, est toujours plus petit que le sinus de l'angle CPE qui mesure le mouvement de la terre.

Dans toutes ces déterminaisons du plus grand & du plus petit mouvement de ces cometes, aussi-bien que de leur plus grande distance à la terre, l'inclinaison de l'orbe de la comete à l'égard du plan de l'écliptique excédoit 27° degrés, ce qui surpasse de beaucoup l'inclinaison des orbes des planetes à l'égard de l'écliptique, dont la plus grande, qui est celle de Mercure, ne monte pas à 7° degrés.

Si l'on suppose cette inclinaison de 4° degrés, moyenne entre la plus grande & la plus petite que l'on observe dans les planetes, on trouvera que le mouvement journalier de la comete de 1707 est au mouvement journalier de la terre comme 1000 à 1038, ou comme 25 à 26, & que le mouvement journalier de la comete de 1723 est à celui de la terre, comme 100 à 113, comme 25 à $28\frac{1}{4}$, de sorte que, supposant le mouvement de la terre égal dans ces deux observations, le mouvement journalier de la comete en 1707 est à celui de la comete en 1723 comme $28\frac{1}{4}$ à 26 à peu près comme 12 à 11 ; au lieu que supposant cette inclinaison de $27^{\text{d}} 44'$, le rapport de ces deux mouvemens étoit comme 12 à 8 ; on trouvera aussi en 1707 la distance de la comete à terre dans son passage par le périégée de 250520 lieues, & en 1723 de 207050 lieues, ce qui n'excede gueres le double de la distance de la Lune à la terre.

Enfin

Enfin si l'on suppose l'inclinaison de ces deux Comètes de 2 degrés, moyenne entre celle de Saturne qui est de $2^d 30'$ & celle de Jupiter qui est de $1^d 20'$, on trouvera que le mouvement journalier de la Comète de l'année 1707 est à celui de la Comète de 1723, comme 1066 à 1020, c'est-à-dire, à peu près comme 23 à 22; que la distance de la Comète à la terre dans son périégée étoit en 1707, de 127618 lieues, & en 1723 de 109827 lieues, ce qui n'excede guère la distance de la Lune à la terre.

On trouvera encore une plus grande conformité entre le mouvement des Comètes de 1707 & 1723, & leur distance à la terre en supposant l'inclinaison de leur orbe à l'égard de celui de l'écliptique, plus petite que celle que l'on a ci-devant établie : mais comme nous mettons les Comètes au rang des Planètes, nous avons jugé qu'il étoit plus convenable d'assigner aux orbes sur lesquelles elles se meuvent, des inclinaisons à peu - près semblables à celles que l'on observe dans les autres Planètes.

Nous avons dans le rapport du mouvement des Comètes de 1707 & 1723, supposé que le mouvement de la terre étoit uniforme au tems de leurs observations, au lieu qu'en 1707 il étoit réellement plus grand de la cinquantième partie qu'en 1723; il faut donc augmenter d'autant le mouvement de la Comète de 1707, qui dans le dernier exemple étoit à celui de 1723 comme 1066 à 1020, & au moyen de cette augmentation, on aura le mouvement réel de la Comète de 1707, à celui de la Comète de 1723, comme 106 à 100, ou comme 53 à 50 supposant l'inclinaison de leurs orbes de deux degrés.

Mais il faut considérer que la distance de la terre au Soleil, étant plus petite au tems de l'observation de 1707 que dans celle de 1723, le mouvement réel de la Comète de 1707 devoit être plus grand que celui de la Comète de 1723 supposé que ces deux Comètes fussent à la même distance du Soleil que la terre.

Il y a plus, la Comète de 1707, qui a suivi une ligne Fig. 7.
Mem. 1725. Cc

presque perpendiculaire à l'Ecliptique, étoit au tems de son périégée dans la direction de la ligne TC , & a coupé l'écliptique en quelque endroit de cette ligne comme en D , dont la distance au Soleil DS , est plus petite que la distance ST du Soleil à la terre, au lieu que la Comete de 1723 qui au tems de son périégée déclinait de la direction de la ligne VC de plusieurs degrés vers l'Est, a coupé cette ligne dans un point tel que E , dont la distance au Soleil SE , étoit plus grande que la distance SV de la terre au Soleil; ainsi par cette raison, le mouvement réel de la Comete de 1707 devoit aussi être plus grand que celui de la Comete de 1723, conformément à ce que nous avons déterminé.

Toutes ces égalités de rapport dans le mouvement de ces deux Cometes, conformes à ceux que l'on observe dans les Planetes, à mesure qu'elles sont plus ou moins éloignées du Soleil, nous donnent lieu de conjecturer que la Comete de 1723 peut être la même que celle de 1707 qui a paru de nouveau après un intervalle de près de 16 années.

Dans cette supposition, nous avons cru devoir examiner quel doit être son orbe suivant l'hypothese de Kepler, où les Planetes décrivent des aires proportionnelles aux tems.

Pour déterminer la longueur de son grand axe, nous avons suivi la regle générale, suivant laquelle les distances des Planetes entr'elles sont comme les racines cubiques des quarrés du tems qu'elles emploient à faire leur révolution. Ayant donc pris le quarré de 16 qui est 256, on aura sa racine cubique qui est $6\frac{33}{100}$, ce qui fait voir que la distance de cette Comete au Soleil, moyenne entre la plus grande & la plus petite est de 6 & $\frac{33}{100}$, dont la distance du Soleil à la terre est 1.

La direction apparente de la Comete de l'année 1707, qui étoit dans un plan presque perpendiculaire à celui de l'écliptique, fait voir que sa distance au Soleil, étoit peu différente de celle de la terre au Soleil; & supposant que cette Comete étoit alors près de son perihélie, la distance du Soleil au perihélie de la Comete étoit d'une partie dont la moyenne étoit de 6 & $\frac{33}{100}$. Suivant ces proportions, supposant le grand axe

de 100000 parties, on trouvera le petit axe de l'orbe de cette Comete de 53867 de ces parties.

La révolution de la Comete étant de 16 années, son mouvement moyen journalier doit être de $3^{\circ} 41''$, la seizieme partie de celui du Soleil ou de la terre. Elle emploie donc 16 jours & quelques heures à parcourir un degré de son moyen mouvement, & calculant suivant la méthode que nous avons donnée dans les Mem. de l'Acad. de 1719, le mouvement vrai qui convient à un degré de moyen mouvement, nous le trouvons de $21^{\text{d}} 15' 30''$ que cette Comete a parcouru en 16 jours & quelques heures, au lieu que le Soleil près de son périgee, ne décrit dans cet espace de tems que 16 degrés & quelques minutes; ainsi le mouvement de cette Comete près de son périgee devoit être plus grand que celui du Soleil ou de la terre. Ayant calculé ensuite le mouvement vrai de cette Comete pour les autres degrés du moyen mouvement, nous l'avons trouvé pour le second degré depuis le perihélie de $18^{\text{d}} 49' 45''$, encore plus grand que celui de la terre, & pour le troisieme degré de $15^{\text{d}} 7' 40''$, plus petit que celui de la terre; de sorte que pour représenter le mouvement de cette Comete, qui suivant ce que nous avons démontré, doit être en 1707 & 1723 plus petit que celui de la terre, il faut qu'au tems des observations qui en ont été faites, elle se soit trouvée éloignée de son perihélie de plus de 2 degrés de son moyen mouvement, & de plus de 40 degrés de son vrai mouvement, avec la différence qu'elle en étoit un peu plus proche en 1707 qu'en 1723.

La distance de cette Comete à son perihélie, suppose qu'elle ait suivi exactement l'orbite de Kepler, & que son mouvement n'ait point été altéré en passant par le tourbillon des Planètes supérieures pour entrer dans celui de la terre; au lieu que si les différentes directions qu'elle a dû recevoir en passant par divers tourbillons, ont diminué sa vitesse réelle, comme il y a beaucoup d'apparence, son mouvement vrai a dû être plus lent que celui que nous avons calculé près de son perihélie, dont elle se sera par conséquent trouvée plus

proche dans le tems de l'une & l'autre de ces observations.

Pour déterminer la situation du nœud de cette Comete, ou de l'interfection de son orbe avec l'écliptique, il faut considérer que le 22 Novembre de l'année 1707, elle a passé par son périégée à six heures du soir, la terre étant à $29^{\text{d}} 46'$ du Taureau, représentée dans la figure 5 au point T , & la Comete au point, P . Trois jours & 15 heures après, cette Comete est arrivée du point P au point B de son interfection avec l'écliptique, la terre étant parvenue du point T au point G qui répond à $3^{\text{d}} 26'$ des Gémeaux. Ainsi si l'on suppose que le point B se soit rencontré entre les points T & G , comme il doit arriver lorsque l'inclinaison de l'orbe de la Comete est moindre que l'angle CTP qui est de $33^{\text{d}} 30'$, il suit que son nœud étoit placé entre le trentieme degré du Taureau & le quatrieme des gémeaux, plus près de ce dernier, plus l'inclinaison de l'orbe de cette Comete à l'égard de l'écliptique est petite.

Dans le dernier exemple où l'inclinaison de l'orbe de la Comete de 1707 à l'égard de celui de l'écliptique est de 2 degrés, on trouve que la quantité du mouvement de la terre, depuis le tems du passage de la Comete par son périégée jusqu'au tems de son interfection avec l'écliptique mesurée par TG , étoit à la distance de la Comete à la terre, dans le tems de son interfection avec l'écliptique mesurée par GB , comme 127618 sont à 7576. Menant du point S , qui représente le Soleil par le point B , lieu du nœud de la Comete, la ligne SBH qui rencontre la route de la terre au point H , l'angle GHB fera droit; & dans le triangle rectangle GHB , dont le côté GB est connu de 7576, aussi-bien que l'angle BGH ou GTL de 28 degrés, qui mesure l'inclinaison de la route de la terre TG à l'égard de la ligne LT , on trouvera le côté GH de 6689. On fera donc comme TG 127618 est à GH 6689; ainsi le mouvement de la terre, depuis le tems du passage de la Comete par son périégée jusqu'au tems de son interfection avec l'écliptique, qui est de 3 degrés 40 minutes, est à la distance du nœud de la Comete qui répond au point H ,

au point *G*, lieu de la terre, lorsque la Comete a passé par l'écliptique, qu'on trouvera de $11^{\circ} 30''$, & qui étant retransché de $3^{\text{d}} 26'$ des Gémeaux, donne le vrai lieu du nœud de cette Comete à $3^{\text{d}} 14' 30''$ des Gémeaux.

On trouvera de la même maniere le vrai lieu du nœud de cette Comete à $3^{\text{d}} 3'$ des Gémeaux, lorsque l'inclinaison de son orbe à l'égard de l'écliptique est de 4 degrés; d'où l'on voit que l'on peut déterminer le lieu du nœud de cette Comete, du moins avec autant de précision que ceux des Planetes, pourvû que l'on suppose que l'inclinaison de son orbe à l'égard de celui de l'écliptique, n'excede point celle des autres Planetes.

Pour déterminer le vrai lieu du nœud de cette Comete dans l'observation de 1723, où l'inclinaison de la ligne *TG*, qui représente la route de la terre, à l'égard de la ligne *LT* qui est dirigée au lieu où la Comete a passé par l'écliptique, est de 12 degrés vers l'Est, on considerera qu'elle a passé par le point *P* de son périégée le 14 Octobre à 2 heures du soir, la terre étant au point *T*, qui répond à $20^{\text{d}} 35'$ du Belier. Cinq jours après, cette Comete est parvenue du point *P* au point *B* de son intersection avec l'écliptique, & la terre du point *T* au point *G*, qui répond à $25^{\text{d}} 35'$ du Belier. Ainsi si l'on suppose que l'inclinaison de l'orbe de cette Comete à l'égard de l'écliptique, soit moindre que l'angle *CTP* qui est de $61^{\text{d}} 16'$, le point *B* qui représente le lieu de son nœud, étant vû du Soleil en *S*, répond à quelque endroit de la ligne *TG* comme en *H*, & se trouve entre le 21 & 26^{me} . degré du Belier, plus ou moins proche du point *G*, suivant que l'inclinaison de l'orbe de la Comete à l'égard de l'écliptique est plus petite ou plus grande.

Dans le cas où cette inclinaison est de deux degrés, on trouve que *TG* étoit à *TC* ou *GB* comme 106589 est à 8572. C'est pourquoi dans le triangle *GHB* rectangle en *H*, dont le côté *GB* est connu de 8572, & l'angle *BGH* ou *GTL* de $12^{\text{d}} 0'$, on trouvera le côté *GH* de 8384. On fera donc comme *BC* ou *TG* 106589 est à *GH* 8384; ainsi le

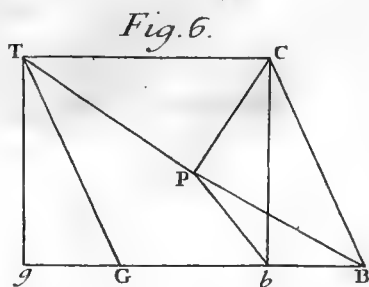
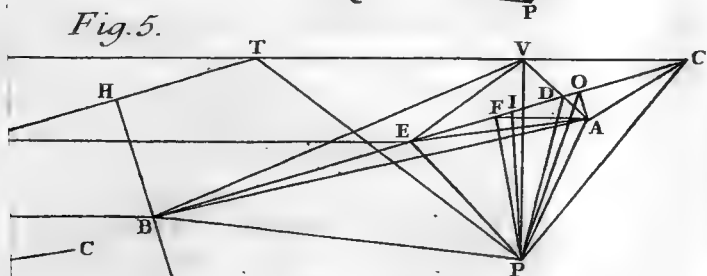
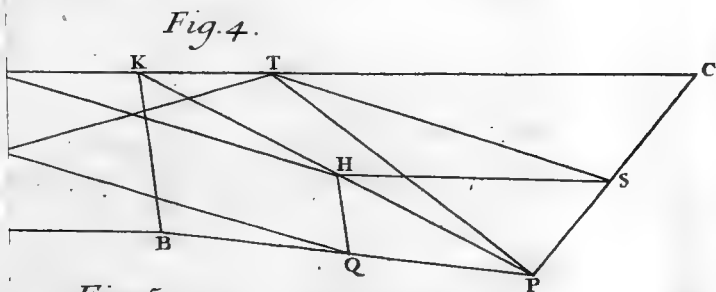
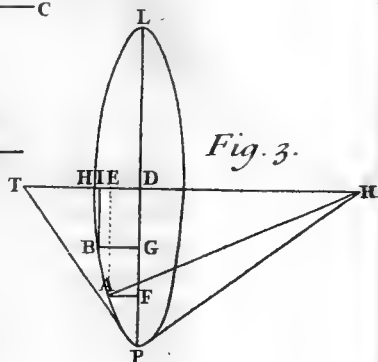
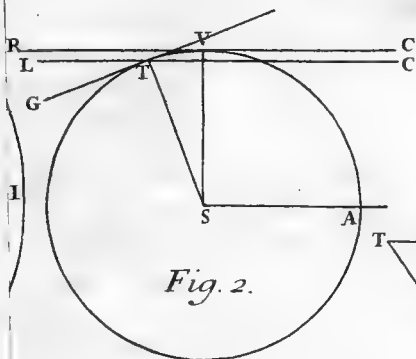
mouvement de la terre mesuré par TG , qui est de 5 degrés, est à la distance GI du nœud de la Comete au vrai lieu de la terre, dans le tems que cette Comete a passé par l'écliptique qu'on trouvera de $23^{\circ} 20''$. Les retranchant du lieu de la terre, qui étoit à $25^{\text{d}} 35'$ du Belier, on aura le vrai lieu du nœud de cette Comete le 19 Octobre 1723 à 2 heures du soir, à $25^{\text{d}} 11' 40''$ du Belier.

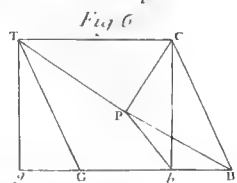
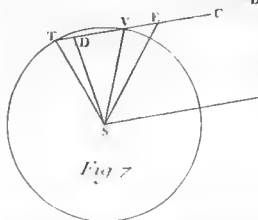
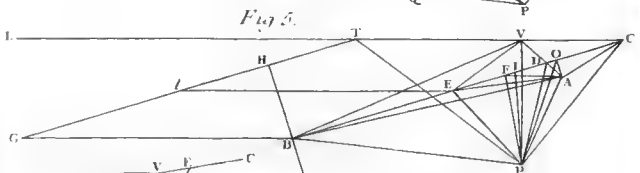
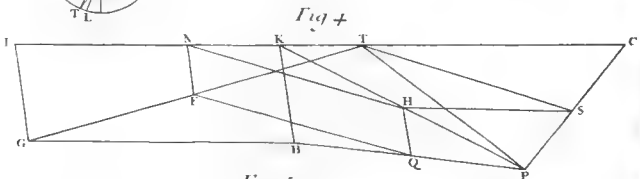
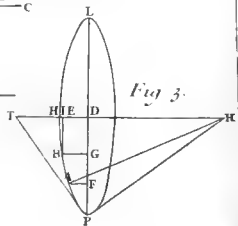
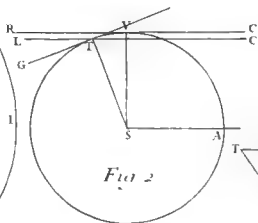
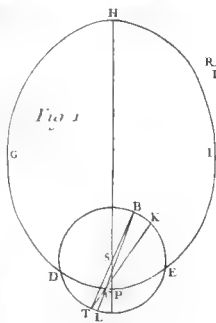
Il a été trouvé le 26 Novembre de l'année 1707 à $3^{\text{d}} 14' 30''$ des Gémeaux, supposant la même inclinaison de 2 degrés; ainsi le mouvement du nœud de cette Comete supposée la même, a été dans l'intervalle de 16 années moins un mois & 7 jours, de $38^{\text{d}} 3'$; ce qui excède de beaucoup le mouvement des nœuds des Planetes, à la réserve de celui de la Lune.

On ne peut pas déterminer avec la même précision la situation de son perihélie, ni la quantité de son mouvement. Nous nous contenterons d'avoir fait voir qu'en supposant que les Cometes de 1707 & 1723 ont un mouvement autour du Soleil, de l'Occident vers l'Orient, & qu'elles ont une inclinaison à peu-près semblable à celle des autres Planetes, leurs mouvemens, quoique si différens en apparence, sont assez uniformes, & que la quantité de ces mouvemens s'accorde assez exactement à l'hypothese de Kepler, supposant que la révolution de cette Comete soit de 16 années, & que son orbe se trouve placé entre ceux de Saturne & de Jupiter.

Tout ce que nous venons de conclure des observations de ces Cometes, suppose qu'elles ont fait leurs révolutions autour du Soleil, de l'Occident vers l'Orient; suivant la suite des signes; ce que l'on remarque non-seulement dans tous les mouvemens des Planetes autour du Soleil, & des satellites autour de leurs Planetes, mais même dans leurs révolutions autour de leur axe, & qui semble par conséquent être une loi constante de la nature.

Nous ne prétendons pas cependant assurer que toutes les Cometes que l'on a apperçues jusqu'à présent, aient fait leurs révolutions à l'égard du Soleil dans le même sens: mais alors





il est difficile de se persuader qu'elles aient décrit leurs révolutions autour du Soleil, & il faudra chercher quelque autre centre ou foyer de leur mouvement, qui étant inconnu, rendroit la théorie du retour des Comètes très-difficile, pour ne point dire impossible.

REMARQUES

SUR

L'INSCRIPTION DU CUBE

DANS L'OCTAEDRE,

ET

DE L'OCTAEDRE DANS LE CUBE.

Par M. DE MAIRAN.

UN Auteur de Géométrie élémentaire fort connu, & que je crois d'ailleurs utile, * a donné deux propositions fausses, en traitant des cinq corps réguliers, & de la manière de les inscrire réciproquement les uns dans les autres. L'une regarde l'Octaèdre, dans lequel il s'agit d'inscrire le cube; l'autre l'Icosaèdre, où il s'agit d'inscrire le Dodecaèdre; deux problèmes, qui font, comme on sçait, le sujet de la 4^{me}. & de la 5^{me} proposition du xv^{me} Livre d'*Euclide*. Une personne qui montre les Mathématiques, m'ayant fait l'honneur de me consulter là-dessus, je fus bien-tôt convaincu que l'Auteur en question, pour s'être voulu écarter d'*Euclide*, s'étoit absolument écarté de la vérité. Car sa construction, qui consiste à partager les côtés tant de l'Octaèdre que de l'Icosaèdre par la moitié, à mener par le point de milieu des parallèles à la base des triangles, & à prendre ces parallèles pour les côtés du cube, & du Dodecaèdre inscriptibles, donne dans l'Octaèdre, non un cube, mais un parallélepède ou prisme quadrilatère, qui a pour auteur la diagonale du carré de sa base. Et à

22 Dec.
1725.
* Le P. Lamy, *Elem. de Geom. l. 5. N^o. 184 & 185, 4^{me}. Edit. 1710.*

l'égard de l'Icosaëdre, le corps qu'il y inscrit n'est pas le Dodecaëdre, mais un corps régulier mixte, terminé par 12 pentagones, & par 20 triangles équilatéraux, qui ont tous pour côté, les uns & les autres, la moitié du côté de l'Icosaëdre.

Cependant en examinant cette solution de plus près, je me suis apperçû que toute fausse qu'elle est, elle pouvoit être rectifiée en un sens, par rapport à l'Octaëdre, & fournir un nouveau cube inscriptible, beaucoup plus grand que celui d'*Euclide*, & tout autrement posé dans l'Octaëdre. C'est ce que je vais donner dans ce Mémoire, avec quelques remarques sur l'inscription réciproque de ces deux polyèdres, conçue d'une manière beaucoup plus générale qu'elle ne l'a été jusqu'ici.

* Fig. 1. Soit $ABCDEFG$, un Octaëdre. Si d'un point L , sur le côté AD , on mène la ligne LM parallèle à AE , & de même du point M , la ligne MN , & ainsi de suite sur les deux autres triangles DCF , DFA , de la pyramide $DAECF$, on aura le carré $LMNO$ dans un plan parallèle à celui du carré de la base $AECF$. Et si l'on fait la même chose & à la même distance, $AK=AL$, sur la pyramide inférieure $BAECF$, on formera un autre carré $KGHI$ égal au précédent, & de même position par rapport à l'octaëdre. Que si maintenant on joint les angles de ces deux carrés par les perpendiculaires LK , MG , NH , OI , parallèles entr'elles, & à la diagonale ou diamètre du cercle circonscrit DB ; il est évident qu'on formera le prisme $LKGMNHIO$, inscrit à l'octaëdre, & qui deviendra un vrai cube, lorsque la hauteur LK , sera égale au côté LM , du carré de la base.

Donc pour inscrire ce cube, il ne s'agit que de trouver sur un des côtés AD , du carré $ABCD$, un point L , duquel ayant mené la ligne LK , parallèlement à la diagonale DB , la partie LD , du côté AD , soit égale à LK . Car à cause des triangles équilatéraux qui terminent l'Octaëdre, LM sera égale à DL .

Fig. 2. Soit le côté CD du carré $ABCD$, prolongé vers E , en sorte que DE soit égale à DB diagonale. Si de l'extrémité E du prolongement DE , on mène une ligne EB , au point B , elle

elle coupera AD au point M , qui est celui qu'on demande, & tel, qu'ayant fait MP , parallèle à DB , MP sera égale à DM .

Car à cause des triangles semblables EMD , BMA , & ADB , AMP , on aura,

$$AB. AM :: ED. DM.$$

$$AD. AM :: DB. MP.$$

Mais par constr. $AB = AD$, $ED = DB$, & $AM = AM$; donc les quatrièmes termes DM , MP sont aussi égaux. C.

Q. F. D.

Les triangles semblables EBG , BMA , donnent $EC. CB :: BA. AM$. Mais $EC = BD + DA$, & $CB = DA = BA$.

D'où l'on voit que ces trois grandeurs $BD + DA$, DA , AM , sont en progression géométrique, ce qui fournit encore une manière très-facile d'avoir le point M , puisqu'il ne s'agit pour cela que de trouver une troisième proportionnelle continue.

REMARQUES.

I. On sçait que le cube inscrit dans l'octaèdre, par *Euclide*, & par ses commentateurs, du moins par tous ceux qui me sont connus, appuie ses angles solides P , Q , R , S , sur le milieu des triangles de l'octaèdre, ou, ce qui est la même chose, sur le centre des cercles circonscrits à ces triangles, & que pour cela il faut que LM égale à LD , soit les $\frac{2}{3}$ du côté AD , &c.

Fig. 1.

Il y a assurément quelque chose de plus régulier, & de plus symétrique dans cette inscription, que dans celle que je viens de donner. Car les 8 angles solides du cube s'y trouvent au centre des 8 triangles de l'octaèdre; & réciproquement, ses 6 faces en soutiennent les 6 angles solides: de même les 12 côtés ou arêtes de l'un répondent aux 12 côtés ou arêtes de l'autre, & leur sont perpendiculaires. Au lieu que dans le cube inscrit, que nous venons de voir, les 8 angles solides portent sur 8 des côtés ou arêtes de l'octaèdre, & 4 de ses faces soutiennent les 4 autres arêtes, ses 2 autres faces

210 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
LMNO, *KGHI*, faisant la base de deux pyramides opposées,
LMNOD, *KGHIB*, & retranchées des deux pyramides
 entières, qui composent l'octaëdre en ce sens.

II. Mais ce cube a cet avantage sur celui d'*Euclide*, qu'il est beaucoup plus grand, & même le plus grand, qui soit inscriptible à l'octaëdre. Car, comme nous verrons dans la suite, il est presque double de celui d'*Euclide*; & il est très-aisé de se convaincre, sans aucun calcul, qu'il est le plus grand de tous, puisque le cube étant toujours proportionnel, en raison triplée, avec la diagonale de son quarré, il est évident que la diagonale du quarré ou de la base du cube inscriptible quelconque dans l'octaëdre, ne pourra jamais être plus grande, que lorsqu'elle sera posée parallèlement à la diagonale même de l'octaëdre, c'est-à-dire, sur un des diamètres *AC*, &c. de la sphere circonscrite, qui passe par le sommet des deux angles solides de l'octaëdre: comme on voit que seroit ici la diagonale *LN*, parallele à la diagonale *AC*, &c.

Par un semblable raisonnement on prouvera que le cube inscrit d'*Euclide* est le plus petit des cubes inscriptibles à l'octaëdre. Car la diagonale du quarré du cube inscrit ne sçauroit jamais être plus courte, que lorsqu'elle sera parallele au côté de l'octaëdre, telle que seroit ici *PR*, ou *QS*, par rapport à *EC*, ou à *AE*; ce qui fait une position perpendiculaire, & la plus contraire qu'il soit possible à la précédente.

III. Si l'on veut mettre au nombre des cubes inscrits régulièrement dans l'octaëdre, comme je crois qu'on le doit, ceux dont les angles solides ne porteroient ni sur le centre des triangles, ni sur les côtés ou arêtes de l'octaëdre, mais sur un point quelconque de la surface des triangles, on trouvera qu'il y en peut avoir une infinité tous différens. Car on peut toujours imaginer que la diagonale *LN* s'éloigne plus ou moins du parallélisme avec la diagonale ou diamètre *AC*, jusqu'à ce que son obliquité soit nulle, qu'elle lui soit perpendiculaire, & qu'elle se soit changée en *PR*, en supposant *P* au centre du triangle, & $AL = \frac{1}{3} AD$, comme il a été remarqué

par rapport au cube inscriptible d'*Euclide*. De sorte que si l'on imagine cette suite de cubes croissans ou décroissans, par une espece de mouvement autour du centre de l'octaëdre, & de l'axe commun BD ; l'angle solide L , du cube, en quittant le point L , & en s'approchant de P , s'approchera en même tems de la base AE . Car à mesure que le cube diminue, ou son côté PQ , le côté égal LK doit diminuer aussi, & le point L descendre en λ par exemple, lorsque AL devient $A\lambda = \frac{1}{2} AD$, & que PM est égale à MQ , qui est le cas du cube inscrit d'*Euclide*, le moindre de tous les cubes inscriptibles à l'octaëdre.

IV. Si l'on prend garde à la nature des deux mouvemens, par le moyen desquels l'angle solide du cube changeant vient de L en π , par exemple, milieu de la ligne $\lambda\mu$, dans le cas de AL ou $A\lambda = \frac{1}{2} AD$. On trouvera que le mouvement vers P étant supposé uniforme, le mouvement vers $\lambda\mu$ est retardé, & par conséquent que l'angle solide du cube est toujours dans une courbe $L\pi$, concave vers LM , & convexe vers $\lambda\mu$. Car 1°. les LP croissant arithmétiquement & uniformément, les PQ ne décroîtront qu'en raison des racines quarrées des sommes $PM + MQ$; jusqu'à ce qu'enfin LP devenant $= \frac{1}{2} LM = \frac{1}{2} MN$, à mesure que LM s'approche de AE , PQ soit $= \sqrt{2} PM$. 2°. Le décroissement de PQ , à mesure qu'elle devient moins oblique à LM , est encore retardé par l'augmentation du quarré $LMNO$, dans lequel elle est inscrite; puisque l'angle solide du cube variable ne scauroit aller vers π , que le point L n'aille vers λ , & que la ligne LM , côté du quarré circonscrit, ne devienne plus grande de tout l'abaissement de L vers λ , le triangle équilatéral donnant toujours $DL = LM$. 3°. Il est évident que ce retardement de diminution, ou plutôt l'augmentation qui arrive à la ligne PQ , par cette circonstance, ne compense pas la diminution qu'elle a en raison sous-doublée des sommes $PM + MQ$; d'où il suit qu'elle diminue

D d ij

toûjours réellement ; puisque le point L ne sçauroit s'approcher du point A , sans que LK , parallele à la diagonale DB , & toûjours égale à PQ côté du cube inscrit, ne diminue.

V. Mais il est aisé de se convaincre par le calcul, que le chemin $L\pi$, de l'angle solide du cube, se fait sur une courbe, & même de déterminer la nature de cette courbe. Car soit $AD = a$, AL ou $A\lambda = x$, LP ou $\lambda\pi = y$; DL ou $D\lambda = LM$ ou $\lambda\mu$ fera $= a - x$, $PM = a - x - y$, & $MQ = y$, parce que MQ est toûjours $= LP = NR = OS$.

Cela posé, on a $\overline{PQ} = \overline{PM} + \overline{LP}$, ou en termes algebriques, $aa - 2ax - 2ay + xx + 2xy + 2yy$. Mais par la nature du problème, $PQ = LK = \sqrt{2xx}$, à cause de l'angle droit LAK ; donc on aura $aa - 2ax - 2ay + xx + 2xy + 2yy = 2xx$, & après avoir réduit,

$$yy + xy - \frac{1}{2}xx - ay - ax + \frac{1}{2}aa = 0.$$

Qui est une équation à l'hyperbole rapportée à ses diametres, laquelle étant construite, déterminera par ses coordonnées le point L ou λ , & le point P ou π , & même le côté PQ , du cube inscriptible, l'une de ces trois lignes DL , LP , ou PQ , étant données. Car à l'égard de cette dernière, on pourra toûjours la connoître par le moyen de LP , ou réciproquement, PQ étant connue, on en tirera LP ; puisqu'il ne s'agit pour cela que de sçavoir inscrire une ligne donnée comme côté d'un quarré, dans un quarré. Ce qui est un problème du second degré, très-facile, & que je néglige de mettre ici. De sorte que l'arc $L\pi$, de l'hyperbole trouvée, satisfait à tous les cubes inscriptibles dans l'octaèdre, d'une position demandée quelconque, ou d'un côté donné entre les limites marquées, *Sup. Rem.* 2.

VI. Si dans l'équation précédente on fait $y = 0$, ou $y = a - x$, qui est le cas du plus grand cube inscriptible, & dont la construction a été trouvée sur la Fig. 2. elle deviendra $xx + 2ax - aa = 0$, qui fournit $AL(x) = a + \sqrt{2aa}$. D'où il est clair que AL est égale à la

différence du diamètre de la Sphere circonscrite à l'octaèdre & de son côté. Ainsi l'on peut avoir une seconde construction encore plus simple que la premiere. Car il n'y a qu'à prendre sur $BD = \sqrt{2}aa$, (Fig. 2) $DI = BD - CB (\sqrt{2}aa - a)$.

L'on trouvera directement que cette valeur est celle qu'on cherche pour déterminer le point M , si ayant fait $DA = a$, on fait AM ou $AP = x$, & $PM = y$. Car les conditions du problème donnent $DM(a - x)PM = (y)$ & le triangle isoscele rectangle AMP , $y = \sqrt{2}xx$, laquelle étant mise dans la premiere équation, $a - x = y$, la fait devenir, comme ci-dessus, $xx + 2ax - aa = 0$.

Mais si au lieu de prendre cette route, on dit $BD (\sqrt{2}aa)$. $DA (a) :: MP = DM(a - x)$. $AM (x)$ on trouvera l'équation linéaire $x\sqrt{2}aa + ax - aa = 0$, & l'on aura pour AL , $x = \frac{aa}{a + \sqrt{2}aa}$.

C'est de cette valeur de x , que résulte la premiere construction ci-dessus; pag. 208.

Ce qui fait voir qu'il pourroit être utile quelquefois de chercher les racines de l'équation d'un problème, avant que de l'avoir abaissé à son plus bas degré, & qu'il y a tel cas où l'équation qui le déguise, donne la même valeur sous une expression plus simple, & qui fournit une construction plus aisée, que ne fait sa véritable équation.

Comme la substitution de $y = \left\{ \frac{0}{a-x} \right\}$ dans l'équation à l'hyperbole, donne $x = -a + \sqrt{2}aa$, qui est le cas du plus grand cube, de même celle de $y = \frac{a-x}{x}$ donnera $x = \frac{1}{2}a$, qui est le cas du plus petit.

VII. Les LP (Fig. 1.) ou $\lambda\pi(y)$ ne pouvant augmenter jusqu'à $\frac{1}{2}LM$, que les AL , ou $A\lambda(x)$ ne diminuent, & au contraire; & les AL ou $A\lambda$, par leur rapport constant avec les LK ou λx , hauteur ou côté du cube inscrire, étant d'autant plus grands en raison soustriplée, que les cubes le seront davantage, il est évident, que $LP(y) = 0$ donne le plus grand

$AL(x)$, & par conséquent le plus grand cube inscriptible $LKGHIONM$, avec sa position dans l'octaèdre.

Par la même raison LP ou $\lambda\pi(y) = \frac{1}{2} LM = \frac{1}{2} DL = \frac{a-x}{2}$ donne le plus petit AL ou $A\lambda(x)$, & le plus petit cube inscriptible, avec sa position. Car il est clair qu'après que LP a passé au-de-là du point de milieu de LM ou $\lambda\mu$, elle doit diminuer, ou produire le même effet par rapport au cube inscriptible, que si elle diminuoit. Car LP croissante au de-là de $\frac{1}{2} LM$, ou $\frac{1}{2} \lambda\mu$, est la même chose que LP prise de M vers L , & décroissante. La ligne PQ , côté du cube à inscrire, se confond également dans l'un & dans l'autre cas (sçavoir de $LP = 0$, & de $LP = LM$) avec le côté du quarré circonscrit $LMNO$; & comme nous l'avons remarqué, les deux suppositions $y = 0$ & $y = a - x$ donnent la même valeur pour x .

VIII. On voit par-la que l'hyperbole $L\pi$, a son sommet en π , centre du cercle circonscrit au triangle AED , & une autre branche πM ; toute semblable, & égale à $L\pi$, & que son axe πD , doit passer par le milieu P , de LM . Ainsi la raison des dy aux dx devient $= \infty$ en π , & retourne ensuite au fini par les mêmes degrés. D'où il est clair qu'on auroit pû se servir ici de la méthode de *Maximis & Minimis*, par le moyen de cette courbe, pour déterminer la valeur de x , dans le plus petit cube inscriptible, & sa position. Car ayant multiplié l'équation à l'hyperbole, $yy + xy$, &c. par LK , ayant différentié le produit, & fait $\frac{dy}{dx} = 0$, on auroit eu, comme ci-dessus, $y = \frac{a-x}{2}$, & $x = \frac{1}{2}a$. Mais nous l'avons trouvé d'une manière plus simple, & plus directe; sans compter qu'il auroit fallu prendre une autre route pour avoir la valeur de x à l'égard du plus grand cube, & sa position; la méthode ne donnant dans l'équation précédente qu'un faux *Maximum*: sçavoir, $y = a - x$, dont la substitution rend $x = -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{2}aa}$,

qui est une valeur imaginaire. Et cela doit être ainsi en effet, puisque $LM = y = a - x$, qu'il falloit trouver, n'est pas un *plus grand*, par rapport à la courbe.

IX. Il est encore évident, & par les raisons que nous en avons apporté pour le plus grand cube, que le plus grand de tous les parallélépipèdes ou prismes quadrilateres inscriptibles à l'octaèdre, y doit être posé de la même manière que le plus grand cube. Mais pour voir si le plus grand cube est, ou n'est pas ce prisme, & pour le trouver; soit, comme ci-dessus, $AD = a$; AL , qui détermine le côté LM , de la base, $= x$. On aura LM ou $LD \times LK$, c'est-à-dire, $a - x$ multiplié par $\sqrt{2xx}$, ou par $\frac{x}{a} \sqrt{2aa} = bx$ (faisant $b = \frac{\sqrt{2aa}}{a}$)

pour l'expression du prisme; de sorte que ce produit $aabx - 2abxx + bx^2$, doit être un *Maximum*. Si l'on égale donc cette quantité à une autre inconnue, on en formera l'équation d'une courbe, dont la plus grande appliquée sur l'axe AD , répondra au point L qu'on cherche, & dont la différence étant supposée $= 0$, donnera $ax - \frac{2}{3}ax + \frac{1}{3}aa = 0$; d'où l'on tire les racines $x = \frac{2}{3}a + \sqrt{\frac{4}{9}aa - \frac{1}{3}aa}$, ou $x = \frac{2}{3}a + \frac{1}{3}a$; c'est-à-dire, $x = \frac{1}{3}a$ pour le *Maximum*, & $= a$ pour le *Minimum*, que la méthode donne par surabondance. Car $x = 0$, ou $x = \frac{a}{\infty}$ qu'on auroit pû prendre pour ce *Minimum*, ne l'est pas véritablement, puisqu'il en résulte un prisme, qui doit être regardé comme le quarré $AECF$, plus grand que celui qui résulte de $x = a$, lequel se confond avec la ligne DB .

X. Le plus grand prisme quadrilater inscriptible à l'octaèdre doit donc avoir pour côté du quarré de sa base une ligne LM , ou $\lambda\mu = \lambda D = \frac{2}{3}AD$, qui passe par le centre π , du cercle circonscrit au triangle AED ; & parce que la même analogie subsiste toujours pour toutes les positions de prismes quadrilateres dans l'octaèdre, & que la valeur des x sera toujours la même, il suit,

1°. Que la droite $\lambda\mu$, qui passe par le $\frac{1}{2}$ de AD , & par le centre π , parallèlement à AE , est le lieu de l'angle solide de tous les plus grands prismes quadrilateres inscriptibles à l'octaèdre, dans toutes les positions possibles correspondantes aux cubes; dont la courbe $L\pi M$ est le lieu, & qu'ils ont tous une hauteur constante sur différentes bases.

2°. Que comme l'angle solide du cube inscrit d'*Euclide* se trouve sur le centre, ce cube est en même tems le plus petit cube inscriptible à l'octaèdre, & le plus grand de tous les prismes inscriptibles, de même position que lui.

3°. Que le plus grand prisme quadrilateres inscriptible à l'octaèdre, se trouve par-là circonscrit au plus petit cube, dont il a la diagonale pour côté de sa base, & le côté pour hauteur: & que par conséquent leurs solidités sont comme 2 & 1, ou, si l'on veut l'exprimer par rapport au côté de l'octaèdre, dont la puissance est quadruple sesquialtere de celle du côté du cube, comme $\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$, & $\sqrt[3]{\frac{9}{4}}$. D'où il suit encore que ce prisme est à la solidité de l'octaèdre, en raison de 4 à 9. Car comme l'a démontré un ancien Auteur, qui a fait des additions aux livres d'*Euclide*, la solidité de l'octaèdre, & celle du cube inscrit d'*Euclide*, sont en même raison que les quarrés de leurs côtés, c'est-à-dire :: 9. 2. Or le prisme est double de ce cube, donc il est à l'octaèdre :: 4. 9. De sorte que le plus grand cube inscriptible qui est moindre que ce prisme, se trouve par là moins que double du cube d'*Euclide*, qui est le plus petit. Du reste leur rapport est irrationnel, & si l'on suppose le côté de l'octaèdre = 300, leurs solidités seront à peu près, comme 5451776, & 2820000.

XI. Ce qui vient d'être remarqué sur les cubes, & sur les prismes quadrilateres inscriptibles dans l'octaèdre est réciproque à plusieurs égards, pour l'octaèdre, ou pour les doubles pyramides inscriptibles dans le cube. (J'appelle double pyramide l'octaèdre qui cesse d'être terminé par des triangles équilatéraux.)

Pour le concevoir, imaginons l'octaèdre (*Fig. 1.*) inscrit dans

dans un cube, de maniere que les 6 angles solides A, B, C, D, E, F , soient appuyés sur le centre des 6 faces du cube, comme on le trouve au xv.^{me} Liv. d'*Euclide*, prop. 3. Il est clair que les trois diagonales BD, AC, EF , qui représentent trois diametres de la sphere circonscrite, & qui sont perpendiculaires entr'eux, seront paralleles aux côtés du cube circonscrit à l'Octaèdre, qui l'est aussi à la sphere, & joindront les centres de ses 6 faces ou quarrés. Cela posé, le cube, & le diametre BD demeurant fixes, si l'on fait tourner l'Octaèdre sur ce diametre, comme axe, il est évident que les extrémités des deux autres diametres AC, EF , quitteront la surface intérieure du cube, & que l'Octaèdre cessera de lui être inscrit comme auparavant, n'y ayant plus que les deux sommets B, D , qui le touchent. Mais si l'on imagine, comme on a fait ci-dessus (*Rem. 3.*) à l'égard du Cube inscriptible, que pendant cette révolution les angles A, E, C, F , continuent de toucher la surface intérieure du Cube, par l'accroissement continuel de l'Octaèdre en ce sens, l'Octaèdre cessera dès-lors d'être régulier, & deviendra une double pyramide terminée par 8 triangles isosceles non équilatéraux, puisque la hauteur BD , demeurant la même, ses dimensions croissent de A vers C , & de E vers F , avec la base $AECF$, commune aux deux pyramides.

XII. D'où il suit 1°. que dans un cube donné, on peut inscrire une infinité de doubles pyramides autour d'un axe parallele à 4 côtés de ce cube, & perpendiculaires aux 8 autres, ou aux deux faces opposées qu'ils terminent.

2°. Qu'entre ces doubles pyramides, la plus grande est celle dont la base commune $AECF$, se trouve égale à la base du cube, & confondue avec une de ses sections paralleles; desorte que sa position est la même dans le cube que celle du plus grand cube inscriptible dans l'Octaèdre, (*Rem. 2. & 7.*) & par les mêmes raisons.

3°. Que la plus petite a de même une position semblable à celle du plus petit cube inscriptible à l'Octaèdre. D'où l'on voit que c'est l'Octaèdre même, qui a le sommet de ses 6

218 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
angles solides au centre des 6 faces du cube, & que par conséquent il n'y a qu'un seul Octaëdre inscriptible dans le cube sur un axe donné BD .

XIII. Si au lieu d'imaginer le cube constant, & la double pyramide variable, on imagine un parallelepipedé ou prisme quadrilatre variable, successivement circonscrit au même Octaëdre dans toutes les positions possibles, en tournant seulement autour de l'axe commun BD , qui seroit toujours sa hauteur; on aura le plus grand & le plus petit de ces prismes dans les positions réciproquement contraires à celles de la plus grande & de la plus petite double pyramide inscrite dans le même cube. Et si tandis que cet Octaëdre demeure constant, & que les prismes circonscrits sont variables, on fait encore attention aux prismes inscrits dans le même Octaëdre, (*Rem. 10.*) & toujours les plus grands, chacun dans sa position. On aura au dedans & au dehors de l'Octaëdre deux suites infinies de prismes, croissantes ou décroissantes en ordre renversé, tant par rapport à leur solidité qu'à leurs dimensions correspondantes dans les positions semblables; c'est-à-dire, qu'à mesure que le prisme inscrit diminuera, le circonscrit croîtra, & au contraire; & que tandis que le carré de la base de l'un croîtra, le carré de la base de l'autre décroîtra, la hauteur de chacun demeurant toujours la même. De sorte que l'un sera plus allongé à mesure que l'autre deviendra plus applati.

XIV. Enfin si l'on veut avoir une suite infinie d'Octaèdres inscriptibles dans un cube donné, depuis le plus petit (*Rem. 12.*) jusqu'à un plus grand, il ne faut qu'ôter la condition de l'immobilité du diametre ou axe BD , par rapport au cube, (*Rem. 11.*) & imaginer que cet axe se meut sur le centre T , & s'incline aux côtés du cube & à ses bases, auxquelles il étoit auparavant perpendiculaire, en croissant & en touchant toujours par ses extrémités les mêmes faces en des points différents. Et si l'on suppose en même tems un mouvement autour de cet axe, & un accroissement égaux & semblables dans les deux autres diametres AC , EF , par rapport aux faces qui leur répondent, & que leurs extrémités ainsi prolongées soient

jointes par des lignes $AD, ED, DF, \&c$, il en résultera toujours un véritable Octaëdre inscrit dans le cube; le mouvement du sommet de ses angles solides sur les faces du cube y produira une Courbe, & l'on en pourra faire le sujet d'une recherche semblable & tout-à-fait analogue à celle que nous avons donnée sur l'inscription du cube dans l'Octaëdre.

XV. Je ne prétends pas pousser plus loin ce détail, & je me contenterai de rapporter ici une propriété de l'Octaëdre, qui est fondamentale sur cette matiere, & qui m'a paru digne de remarque. C'est que la distance de deux de ses faces quelconques, ou sa hauteur lorsqu'il est posé sur une de ses faces, est à sa diagonale BD , comme le côté de tout cube est à la diagonale qui joint deux de ses angles solides opposés.

Pour le prouver, soit le côté AD , du triangle équilatéral AED , $= 2$ ou $\sqrt{4}$. On trouvera par les Elémens de Géométrie, que la perpendiculaire DX , menée du sommet D , sur le milieu X de la base AE , doit être alors $= \sqrt{3}$,

& $BD = \sqrt{2} AD = \sqrt{8}$. Et parce que BD , & les perpendiculaires DX, BX , qui sont menées à la base commune AE , sont dans un même plan, elles formeront un triangle isoscele DBX (Fig. 3.) dont l'angle obtus BXD , est celui que font entre elles les deux surfaces de l'Octaëdre, desorte que si l'on mene DZ parallèle à BX , & BZ parallèle à DX , on représentera l'Octaëdre entier $BXDZB$, tel qu'il est vû en ce sens.

Fig. 3.

Cela posé, soit prolongée BX vers R , & abaissée la perpendiculaire DR , qui est la hauteur de l'Octaëdre, lorsqu'il pose sur une de ses faces BX . Il faut prouver que DR est à DB , comme le côté du cube est à la diagonale qui joint deux de ses angles solides opposés, ou, parce qu'on sçait que le quarré du côté du cube est à celui de cette diagonale, comme 1 est

à 3, il faut faire voir que $\overline{DR} : \overline{BD} :: 1. 3$. C'est-à-dire

$$\overline{DR}^2 = \frac{\overline{BD}^2}{3}.$$

On a par construction $\overline{BD} = \overline{BR} (= \overline{BX} + \frac{2}{3} \overline{BX} \times \overline{RX})$
E e ij

$$+ \overline{RX}^2 + \overline{DR} (= \overline{DX}^2 - \overline{RX}^2) = \overline{2BX}^2 + 2 \overline{BX} \times \overline{RX}.$$

$$\text{D'où l'on tire } \overline{RX} = \frac{\overline{BD}^2 - \overline{2BX}^2}{2 \overline{BX}} = \frac{8 - 2 \times 1}{2 \sqrt{3}} = \frac{2}{2 \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$\& \text{ par conséquent } \overline{DR} = \overline{BD}^2 - \overline{BX}^2 + \overline{RX}^2 = 8 -$$

$$\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = 8 - 3 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3} = 8 - 5 - \frac{1}{3} = 2$$

$$+ \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = \frac{\overline{BD}^2}{3}, \text{ Qui est ce qu'il falloit prouver.}$$

NOUVELLES OBSERVATIONS

SUR LA PREPARATION

DU BLEU DE PRUSSE.

Par M. GEOFFROY l'Aîné.

25. Mai
1726.

UN Chymiste Physicien ne doit pas travailler comme un simple Artiste, qui se contente de réussir dans l'opération qu'il se propose de faire, & qui borne à ce simple succès tous ses soins, sans s'embarrasser pourquoi ni comment il a réussi.

Le Physicien au contraire, après s'être assuré du succès de l'opération, doit en observer les différentes circonstances, s'appliquer à découvrir la cause des différens phénomènes qui s'y passent, approfondir la nature des matieres qu'il emploie, chercher la maniere dont ces substances agissent les unes sur les autres, & les changemens qui leur arrivent; il doit encore considérer les rapports de cette opération avec d'autres, tant celles dont les causes sont déjà connues, que celles dont la théorie est encore cachée, soit pour tirer des lumieres des opérations dont les causes sont connues pour lui aider à découvrir ce qui se passe dans la sienne, soit pour répandre sur les autres les lumieres que son opération lui fournit.

Fig. 1.

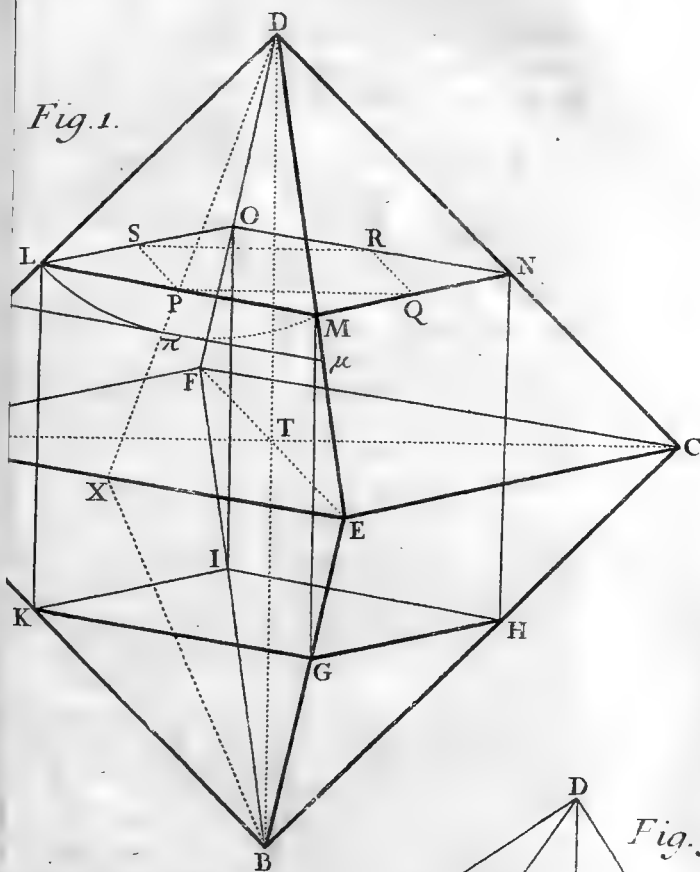


Fig. 2.

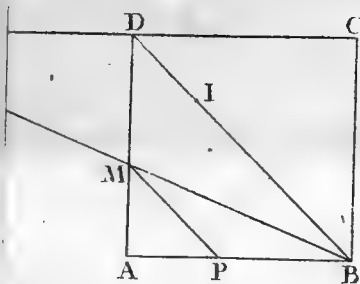


Fig. 3.

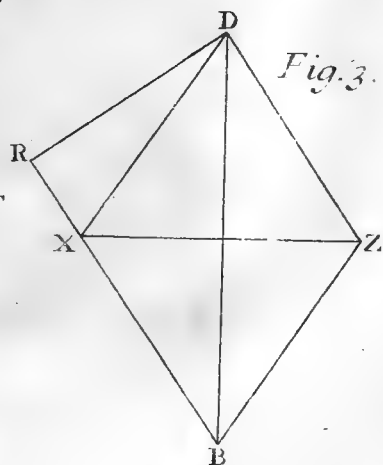


Fig 1

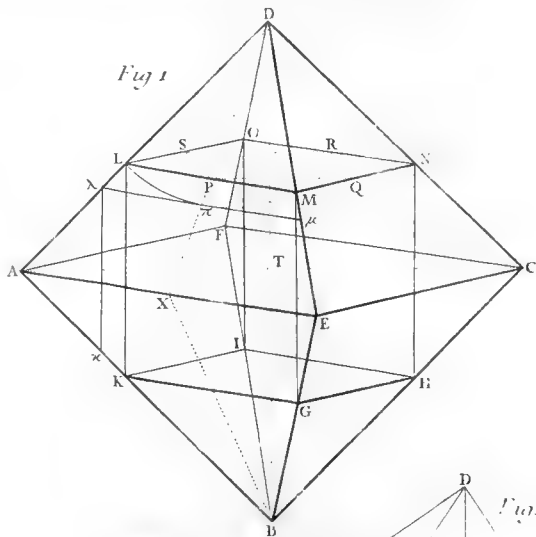


Fig. 2.

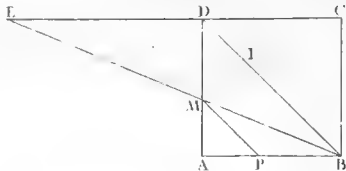
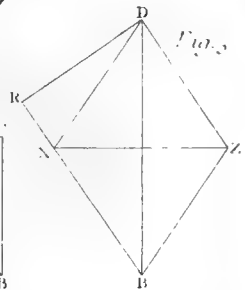


Fig. 3.



C'est par ce moyen que la Chymie peut beaucoup enrichir la Physique de nouvelles découvertes, qu'elle peut dévoiler les opérations cachées de la Nature, & qu'éclairée des lumières de la Physique, elle peut devenir elle-même une science très-utile & très-satisfaisante.

J'ai tâché de remplir ces vûes dans l'examen que j'ai fait de la préparation du Bleu de Prusse, publiée dans les Transactions philosophiques de la Société Royale de Londres.

J'ai donné dans mon premier Mémoire sur cette matiere quelques-unes des expériences les plus considérables que j'avois faites sur la préparation de ce Bleu, & j'ai tâché de découvrir & d'expliquer d'une maniere assez vraisemblable les causes des différens phénomènes de cette opération. Voici de nouveaux éclaircissémens que de nouvelles expériences m'ont fournis. Et en même tems je propose un moyen de préparer promptement le Savon tartareux de Starkey, auquel m'ont conduit mes réflexions sur ces expériences, au lieu que ce Chymiste demandoit pour cette opération six mois de tems, & beaucoup de sujétion. Mes expériences m'ont aussi fourni des éclaircissémens sur un phénomène singulier qui étoit arrivé à M. Henckel, en travaillant sur le Kali & sur la Soude, & sur lequel il prie les Sçavans de l'aider de leurs lumieres.

Les expériences que j'avois faites sur un grand nombre de différentes substances tirées des plantes, pour essayer d'en préparer le Bleu de Prusse suivant le procédé des Transactions philosophiques, ne m'ayant point réussi; ayant même reconnu que parmi ces plantes il n'y avoit que celles dont les principes étoient à peu-près semblables à ceux qui se trouvent dans les animaux qui donnaient le Bleu, je crus pouvoir en conclure avec quelque vraisemblance que ce Bleu ne pouvoit se développer dans le fer qu'à l'aide d'une huile animale, ou d'une espece de savon préparé avec cette huile. Cependant comme dans les effets de la Nature le vraisemblable n'est pas toujours le vrai, je ne fus point content que je ne visse cette opinion confirmée par de nouvelles expériences.

Pour m'assurer donc si les huiles animales avoient cette

propriété, je crus devoir essayer de faire du bleu avec quelques-unes de ces huiles. Je choisis pour cela l'huile distillée de corne de Cerf, que j'avois alors en assez grande quantité sous la main, & je la pris d'autant plus volontiers, que la corne de Cerf, substituée au sang de Bœuf dans le procédé Anglois, m'avoit donné une très-belle fécule bleue.

Je pris quatre onces de sel alkali bien sec, que j'imbibai peu-à-peu de deux onces d'huile de corne de Cerf qui firent une pâte. Ayant mis cette pâte dans le creuset pour rougir les matieres, ce mélange s'est allumé fort vite, & a brûlé promptement, en sorte qu'il m'a paru que le sel retenoit peu de cette huile. Ayant procédé avec la lessive de ce sel & les dissolutions d'Alun & de Vitriol à la maniere ordinaire, la fécule qui s'est précipitée a paru un peu bleuâtre. En laissant cette fécule s'égoutter sur un filtre, elle est devenue jaunâtre; l'esprit de sel versé dessus l'a rendue légèrement verdâtre. Cette couleur verte s'est perdue en la lavant, & la fécule sèche est restée blancheâtre.

Il paroît qu'il y a eu dans cette expérience un commencement de développement de la couleur bleue, puisque la fécule a paru bleuâtre après la précipitation, & verdâtre après le mélange de l'Esprit de sel. Mais le principe du développement du bleu s'est trouvé trop foible dans cette occasion, pour développer totalement cette couleur & pour la soutenir.

Je crus d'abord que l'huile de corne de Cerf n'avoit pas été assez concentrée ou unie assez intimement avec le sel alkali. Pour les unir plus étroitement je pensai à faire avec cette huile & avec le sel alkali le savon tartareux de Starkey selon la méthode de cet Auteur. Mais comme cette préparation demande plusieurs mois & bien du soin & de la sujétion, je fis réflexion que dans la préparation Angloise du bleu, ce savon se préparoit presque dans l'instant. Je cherchai donc à imiter ce qui se faisoit dans cette opération, ou pendant qu'une très-grande quantité de l'huile du sang est enlevée par le feu, une portion se concentre dans le sel calciné & s'unit à lui très-étroitement.

Je pris donc quatre onces de sel alkali que je fis chauffer dans un creuset jusqu'à devenir presque rouge; en le retirant du creuset je le jetai dans un mortier bien chaud, où je le réduisis en poudre très-subtile. Pendant qu'il étoit encore très-chaud, je l'imbibai peu à peu dans ce même mortier, d'autant d'huile de corne de Cerf qu'il en put prendre; il parut que l'huile pénéroit le sel, s'y unissoit intimement, & formoit avec lui une pâte ferme. Je continuai d'y mettre de l'huile jusqu'à ce que cela fit une pâte épaisse & de consistance assez ferme approchant du savon, il n'y entra que quatre gros & demi d'huile pour donner au sel cette consistance; j'ai laissé ce savon à l'air pour voir s'il s'y résoudroit, & si l'huile ne se sépareroit point du sel, après avoir été long-tems exposé à l'air humide il s'humecta médiocrement, mais l'huile ne se sépara point du tout du sel. Le succès de cette opération me donna la curiosité d'essayer si je ne réussirois pas de même en préparant de cette même façon le savon tartareux de Starkey avec le sel de Tartre & l'huile de Terebentine.

Je pris donc pour cela dix onces de sel de Tartre bien calciné & réduit chaudement en une poudre très-fine, l'ayant bien fait chauffer de nouveau, je l'imbibai peu à peu avec suffisante quantité d'huile de Terebentine, jusqu'à ce qu'ils fissent ensemble une pâte savoneuse assez ferme, ce qui monta à la quantité de huit onces & demie d'huile; si on n'emploie pas ce savon dans le moment, on peut y ajouter beaucoup plus d'huile pour lui donner une consistance un peu molle, parce qu'avec le tems il se dessèche & se durcit beaucoup. Ce n'est pas ici le lieu d'examiner les propriétés de ces savons tartareux, on les trouvera déduites fort au long dans les ouvrages de Starkey. Revenons à la préparation du bleu.

Étant parvenu à faire ce savon tartareux, je ne me trouvai guere plus avancé pour la confection du bleu avec ces huiles animales; je fis plusieurs tentatives, principalement avec le savon de l'huile de corne de Cerf, mais je n'obtins dans mes essais que quelque légère teinture bleuâtre qui se perdoit presque aussi-tôt, de sorte que je jugeai que l'huile animale

contenue dans ce savon, ne me suffisoit pas pour donner le bleu ; j'éprouvai donc en cette occasion ce qui arrive souvent aux Chymistes qui font des expériences , qui est de trouver ce qu'on ne cherchoit pas, pendant qu'on ne réussit pas dans ce qu'on cherche.

Cependant comme la corne de Cerf calcinée avec le sel alkali m'avoit donné du bleu, voyant qu'il ne manquoit à l'huile que j'employois que la partie grossiere ou le charbon de la corne de Cerf qui étoit resté dans la cornue après la distillation de cette huile, je pris le parti de rejoindre à l'huile le charbon qui en avoit été séparé.

J'ai donc repris ce charbon ou *caput mortuum* de la distillation de la corne de Cerf que j'ai joint au savon tartareux, & travaillant ce mélange suivant le procédé Anglois, j'ai obtenu de très-beau bleu, & en assez grande quantité.

Je voulus voir si c'étoit l'effet du charbon animal, & si tout autre charbon ne produiroit pas le même effet. Je joignis le savon de l'huile de corne de Cerf, dans une autre expérience, le charbon de bois ordinaire ; & procédant ensuite avec ce mélange & les dissolutions d'Alun & de Vitriol, selon le procédé Anglois, je ne fus pas peu surpris de voir qu'il me donnoit un bleu fort beau.

Comme jusques-là j'avois été prévenu de la pensée, que pour faire le bleu il falloit quelques huiles ou quelques matieres animales, parce que presque aucun de mes essais avec les matieres tirées des végétaux ne m'avoit réussi, je commençai à soupçonner fortement qu'elles n'y étoient pas nécessaires. Pour m'en convaincre pleinement je fis la tentative de faire du bleu, en employant le seul charbon de bois ordinaire au lieu du sang de Bœuf, ce qui m'a fort bien réussi en cette maniere.

J'ai pris quatre onces de sel alkali & quatre onces de charbon pilé & réduit en poudre subtile. J'en ai fait le mélange fort exactement. J'ai mis ce mélange dans le creuset, & je l'ai calciné de la même maniere qu'on calcine le sel & le sang ; ce mélange a donné à la fin de la calcination, de même que le
sang,

sang , une flamme bleuâtre sulphureuse, assez semblable à celle qui s'éleve de *l'hepar sulphuris*.

Ayant jetté dans l'eau cette masse calcinée encore rouge & brûlante , la lessive passée par un linge fin avoit une couleur verte très-foncée. Cette lessive repassée plusieurs fois sur le linge , de verte qu'elle étoit , est devenue un peu brune , & néanmoins transparente.

J'ai mêlé cette lessive avec la dissolution d'alun & de vitriol , ce mélange a produit la même effervescence. L'écume qui se formoit sur cette liqueur étoit en quelques endroits noirâtre , en d'autres bleue & verte , au lieu qu'elle est toute bleue pour l'ordinaire avec le sang : & le précipité , qui avec le sang est de couleur de vert de mer , étoit de couleur d'ardoise.

J'ai versé le tout sur un linge , & ayant laissé bien égoutter la fécule , la couleur d'ardoise s'est changée peu de tems après en un beau vert de mer à la surface où l'air la touchoit , le dessous restant toujours de couleur d'ardoise foncée.

Après avoir bien remué cette fécule à différentes reprises , pour que l'air en touchât successivement toutes les parties , & lui communiquât par-tout la couleur de vert de mer , j'y ai versé de l'esprit de sel , qui a donné aussi-tôt à cette fécule une belle couleur bleue avec quelque verdure.

J'ai versé de l'eau claire sur cette matiere pour la laver , la premiere eau , quoique reposée , est devenue trouble & blanchâtre comme du petit lait ; ayant versé l'eau par inclination , j'ai trouvé la fécule couverte d'un léger précipité blanchâtre , j'ai versé de nouvelle eau claire dessus , qui après avoir laissé déposer le précipité , est restée encore un peu trouble : j'ai continué de laver ce précipité avec de nouvelles eaux jusqu'à ce qu'elles en fortissent tout-à-fait claires & sans goût , la fécule étant sèche , étoit d'une très-belle couleur bleue foncée.

Elle s'est trouvée dans un de mes essais du poids d'une once deux gros , & dans un autre d'une once sept gros. Cette variété dans le poids de la fécule me paroît venir des différens degrés de calcination que le carbon ou le sang ont reçûs avec le sel alkali. Cette calcination plus ou moins forte ,

laisse dans le sel alkali une plus petite ou une plus grande quantité de matiere sulphureuse , propre pour l'opération , & capable d'imbiber par conséquent une quantité plus ou moins grande de terre alumineuse , & de la défendre contre l'action de l'esprit de sel.

Il paroît donc par ces expériences que si le sang & les autres matieres animales ont donné du bleu , ce n'est pas à raison de la qualité particuliere de l'huile animale , comme je l'avois pensé d'abord ; mais à raison de l'abondance du charbon que ces matieres fournissent , dans leur calcination , où elles en produisent une beaucoup plus grande quantité que les matieres végétales. Et si l'huile de corne de cerf & le savon tartareux qui en a été préparé ont donné une légère teinture bleuâtre au précipité , cette couleur est dûe à la petite portion de charbon que cette huile a laissée dans sa calcination avec le sel alkali.

Or il n'est pas aisé de déterminer ce que le charbon peut apporter de plus que les huiles dans cette opération , à moins que ce ne soit le principe inflammable qui se trouve en plus grande quantité dans le charbon que dans l'huile : car je regarde le charbon comme une huile extrêmement concentrée dans la terre du mixte , par les acides de ce mixte , dépouillé d'ailleurs de toute humidité par le moyen du feu , & fort chargée de l'élément du feu ou de la matiere subtile. Voici mes conjectures sur cela , fondées sur les observations que j'ai faites en travaillant , en attendant que de nouvelles expériences m'apportent de nouvelles lumieres.

J'ai observé qu'il falloit pour la réussite de l'opération , que les matieres animales & végétales , & même le charbon , fussent calcinées avec le sel alkali jusqu'à un certain point au de-çà & au de-là duquel l'opération manque ou réussit moins bien. Ce point est lorsque les premieres flammes & fumées étant passées , la matiere dans le creuset commence à jetter une légère flamme bleue , & à rendre une odeur sulphureuse approchant de celle de l'*hepar sulphuris* échauffé.

Il me paroît que lorsque la matiere est réduite à ce point ,

l'huile de ces substances est non-seulement épaissie & cuite en un bitume fort approchant du soufre minéral, comme on en peut juger par l'odeur qui s'exhale de cette matiere & par la couleur de la flamme, qu'elle est unie très-étroitement avec le sel alkali pour former une espece de savon, ou plutôt d'*hepar sulphuris*, mais encore que cette huile ou espece de bitume est fort pénétrée de l'élément du feu ou de la matiere subtile, comme on voudra l'appeller.

Lorsque la matiere n'est pas amenée à ce point de calcination, l'huile dont les pores sont trop lâches & trop grands, ne retient pas une assez grande quantité de l'élément du feu ou de cette matiere subtile, & d'autant moins que ces mêmes pores sont remplies de parties aqueuses.

Si au contraire on pousse trop le feu, & si on outre la calcination, on enleve par la violence du feu une grande partie du bitume qui étoit le réceptacle de ce feu élémentaire, & il ne reste plus qu'une masse saline & terreuse, inutile pour l'opération.

J'ai observé de plus qu'en suivant à la lettre le procédé Anglois, qui veut qu'on retire du creuset le mélange calciné du sel alkali & du sang pour le mettre dans un mortier où on le réduit en poudre, & où par conséquent il se refroidit beaucoup, on ne réussissoit pas si bien qu'en jettant ce mélange tout rouge encore & tout embrasé dans l'eau bouillante pour en faire la lessive.

Ces observations me font conjecturer que le principe inflammable, c'est-à-dire, le bitume pénétré de la matiere subtile, ou feu élémentaire, est absolument nécessaire pour cette opération, que sa réussite dépend de ce principe en partie, que ce principe se trouve concentré en beaucoup plus grande quantité dans le charbon que dans les huiles ou dans les autres matieres combustibles, que ce même principe est plus abondant dans le mélange du sel alkali & des charbons, lorsqu'il est encore tout embrasé, que lorsqu'il est refroidi, que les molécules savonneuses ou salines sulphureuses de ce mélange, quoiqu'étendues dans l'eau, y retiennent néan-

moins encore beaucoup de ce principe, qui donne plus d'action & de vivacité à cette lessive pour s'unir au bitume du fer contenu dans le vitriol, & pour dissoudre même plus exactement ce métal. En effet quand j'ai suivi à la lettre le procédé Anglois, j'ai remarqué qu'assez ordinairement, après le mélange de la lessive savonneuse, avec les dissolutions d'alun & de vitriol, il se trouvoit sur la superficie du précipité bleuâtre, un léger précipité jaune qui m'a paru une portion du fer contenu dans le vitriol, qui restoit sans être dissous par les sels savonneux de la lessive, au lieu qu'il ne paroît point du tout de cette poussière jaune lorsque je prépare ma lessive, en jettant dans l'eau bouillante mes matieres calcinées toutes embrasées, & j'obtiens même par ce moyen une quantité de bleu presque double de ce que donne le procédé Anglois, & d'un bleu plus foncé.

Surquoi on me permettra de hasarder de plus une autre conjecture, qui est, qu'il est peut-être nécessaire que les parties sulphureuses du charbon soient tellement concentrées avec les parties salines & terrestres de ce même charbon & du sel alkali que quelques-unes soient déjà converties en fer. Car j'ai fait observer il y a long-tems, qu'il n'y a point de cendres qui ne tiennent quelque peu de fer : or si les cendres tiennent du fer comme on l'y découvre aisément par l'aimant, & s'il ne s'en découvre point encore dans le charbon où l'aimant ne se charge d'aucunes particules, il doit y avoir différens degrés dans le passage de l'état de charbon à l'état de cendres & de fer, où on pourra commencer à découvrir le fer peu à peu, & où ce fer sera capable de produire certains effets, sans néanmoins se manifester entierement, & je soupçonne que la production de la couleur bleue est une des premières marques que le fer donne de son existence. Ce qui me le fait penser c'est que j'ai fait du bleu sans vitriol & sans alun avec le seul charbon de bois ; que le bleu que j'en retire est en très-petite quantité, proportionnée à ce que ce charbon laisseroit de fer dans ses cendres : il me paroît qu'on ne peut attribuer ce bleu qu'au fer que je suppose naissant dans le charbon,

& je le lui attribue d'autant plus, que le fer nous donne facilement & abondamment la couleur bleue dans plusieurs occasions. Voici de quelle maniere je suis parvenu à faire ce bleu.

Je cherchois à connoître quelle étoit la nature du sel qui résultoit du mélange du charbon calciné avec les sels alkalis. Pour cela je mêlai exactement du charbon pulvérisé & du sel alkali, de chacun une livre & demie, & je les fis calciner jusqu'à ce que le mélange rendît l'odeur sulphureuse. Je jettai la matiere toute embrasée dans suffisante quantité d'eau bouillante, je filtrai par le papier gris la lessive qui étoit de couleur verte foncée, je la fis évaporer jusqu'à pellicule; à mesure que la lessive s'évaporoit, elle s'éclaircissoit, & perdoit sa couleur verte, & ce qui produisoit cette couleur verte s'est précipité & s'est attaché comme un tartre aux parois & au fond de la terrine où se faisoit l'évaporation.

Ayant porté le tout dans un lieu frais, il s'est formé au fond de la liqueur, des crystaux approchant des crystaux de l'alun, d'un goût salé lixiviel sulphureux, qui me paroissent formés par l'acide contenu dans le charbon uni au sel alkali, qui retiennent encore quelque peu du soufre du charbon: mais comme cet acide est en très-petite quantité par rapport à l'alkali, si on laisse ces crystaux quelque tems à l'air, ils s'y résolvent promptement en liqueur.

Ayant vuïdé la liqueur contenue dans la terrine, & séparé les crystaux, pour examiner le précipité verdâtre qui étoit fortement attaché au fond & aux côtés de la terrine, je versai sur quelques endroits de ce précipité quelques gouttes d'huile noire de vitriol, il s'y fit une forte effervescence, il s'en éleva beaucoup de vapeurs blanches & une très-forte odeur de soufre. La couleur verte est devenue d'abord très-foncée, & a tourné peu de tems après en une couleur bleue, qui restant exposée à l'air est devenue plus belle & plus éclatante.

Ayant enlevé avec de l'eau tout ce mélange, & l'ayant versé dans un verre où on l'a laissé reposer, il s'est précipité au fond de l'eau une terre blanche qui est devenue bleuâtre au bout de quelque tems: l'eau trouble s'est éclaircie très-

promptement, mais elle est restée verdâtre. Enfin ayant laissé reposer le tout pendant quelques jours, la liqueur a perdu sa couleur verte, elle est devenue claire & limpide, & il s'est déposé sur la poudre blanche qui étoit au fond du verre, un léger précipité bleu d'une belle couleur.

J'ai pris ensuite les cristaux qui s'étoient formés dans cette lessive de charbon & de sel alkali, j'ai versé dessus de l'huile noire de vitriol, il s'est fait de même une forte effervescence, il s'est élevé de ce mélange des fumées blanches & d'une forte odeur sulphureuse, la matiere a pris peu à peu une couleur verte. L'effervescence cessée, j'ai versé dessus beaucoup d'eau pour étendre la dissolution; il s'est précipité en premier lieu une poudre blanche, & la liqueur est restée claire, mais de couleur verte foncée. Ayant versé par inclination cette liqueur verte, & l'ayant laissé reposer, il est tombé peu à peu au fond du vase une poudre bleue très-fine, en très-petite quantité, & la liqueur est restée encore un peu verdâtre.

Ayant versé sur une autre portion de ce sel, de l'huile claire de vitriol au lieu de l'huile noire, elle a produit les mêmes effets, mais elle a donné moins de bleu & beaucoup plus pâle.

Dans ces expériences, le bitume ou la partie sulphureuse & métallique du charbon, étendu par le sel alkali, a d'abord donné la couleur verte, qui est une couleur que prend assez ordinairement le fer ou la partie bitumineuse du fer, fort étendue & raréfiée par les sels, comme nous le voyons dans le vitriol de Mars qui est vert.

Dans ma lessive du sel alkali, & du charbon, il se dépose d'abord pendant l'évaporation, beaucoup de la terre du sel alkali, qui est précipitée par l'acide du charbon. Cette terre est blanche: mais comme elle retient beaucoup du bitume du charbon ou de cette partie huileuse concentrée & presque ferrugineuse du charbon, ce sédiment en retient la couleur verte. Le sel salé qui se cristallise, étant moins chargé de ce bitume, n'en a pas assez pour paroître vert. Lorsqu'on

verse de l'huile de vitriol sur le sédiment vert qui se trouve au fond de la terrine, l'acide dissout le sel alkali & la terre alkaline de ce sédiment, il ne reste presque plus que la seule partie sulphureuse & métallique du charbon que l'acide vitriolique n'endommage point, & qui ayant été fort raréfiée tant dans la calcination avec le sel alkali que dans la fermentation à l'arrivée des acides, se concentre & prend cette belle couleur bleue. Il en est de même du sel crySTALLISÉ de ma lessive, avec cette différence que ce sel étant moins chargé de la terre & du bitume que le sédiment de la terrine, donne moins de cette terre blanche & très-peu de bleu. La liqueur qui reste de la lessive après la crySTALLISATION, mêlée avec l'huile de vitriol, fermente à la vérité beaucoup, mais elle ne donne point de bleu. Elle ne retient plus ou trop peu de cette substance bitumineuse & métallique du charbon, pour être sensible dans les essais. Cette substance étant plus pesante que les sels, se précipite d'abord au fond de la liqueur pendant l'évaporation & la crySTALLISATION.

Il y a tout lieu de penser que l'huile de vitriol, & particulièrement l'huile noire, contient aussi quelque petite portion de la partie bitumineuse du fer qui avoit été détachée du fer du vitriol par la grande violence du feu pendant la distillation, & enlevée avec les acides. Ce qui me le fait croire, c'est que l'huile noire de vitriol employée dans les expériences précédentes, m'a donné beaucoup plus de bleu que l'huile blanche, soit que cette huile ait été dépouillée de ce bitume dans sa rectification, ou soit qu'elle ne s'en soit point chargée dans la distillation, parce qu'elle n'auroit pas éprouvé un feu assez violent pour élever ce bitume avec les acides.

En faisant réflexion que tout charbon soit animal, soit végétal, étoit capable de donner du bleu étant employé avec les sels alkalis & le vitriol, je me suis demandé à moi-même pourquoi les expériences que j'avois faites d'abord avec différentes matières végétales ne m'avoient point donné de bleu quoiqu'elles eussent dû faire du charbon dans la calcination que j'avois faite de ces matières avec les sels alkalis.

Mais en même tems j'ai pensé que cela n'est arrivé que parce que les doses que j'avois employées de chacune de ces matieres , n'étoient pas suffisantes pour donner une assez grande quantité de charbon, & que si quelques-unes, comme l'éponge entr'autres , m'a donné du bleu , cela n'est arrivé que parce qu'elle a fourni plus de charbon à proportion que les autres , & en assez grande quantité pour produire un peu de bleu. Pour vérifier si ma pensée étoit juste , j'ai fait les expériences suivantes.

J'ai pris quatre onces de rapure de bois de gayac & quatre onces de sel alkali que j'ai bien mêlés & calcinés à la maniere ordinaire ; j'ai jetté ma matiere calcinée & toute embrasée dans l'eau bouillante , j'ai coulé la lessive & l'ai mêlée avec les dissolutions d'alun & de vitriol , il s'est précipité une fécule noire. En laissant reposer le tout pendant un jour , la surface du précipité est devenue blanche , l'eau est restée fort claire , & la fécule est restée dessus le linge de couleur noire , mais peu à peu la noirceur de la surface qui étoit exposée à l'air , s'effaçoit , & la matiere devenoit blanche : lorsqu'on écartoit cette surface blanche , le dessous paroïssoit noir , & blanchissoit de même peu de tems après qu'il étoit exposé à l'air.

J'ai versé de l'esprit de sel sur une portion de ce précipité ; pour éprouver s'il ne rameneroit point cette fécule au bleu , mais inutilement. J'ai lavé toute la fécule dans plusieurs eaux claires pour en emporter toute la salure , je l'ai bien fait égoutter ensuite , & je l'ai laissé sécher à l'ombre ; le tout a pris une couleur blanche d'abord , & à mesure que cette matiere s'est séchée elle est devenue verdâtre tirant un peu sur le bleu pâle.

Ainsi le peu de charbon de gayac que j'ai eu dans cette occasion , n'a pas été suffisant pour fournir une assez grande quantité de sel savoneux pour faire la totale dissolution du fer contenu dans le vitriol.

J'ai examiné quelle étoit la quantité de charbon que quatre onces de bois de gayac pouvoient donner , & j'ai trouvé qu'elles ne m'en fournissoient qu'environ une once & demie.

J'ai

J'ai voulu essayer si une plus grande quantité de gayac, à peu près suffisante pour me donner au moins la valeur de quatre onces de charbon, ne réussiroit pas mieux.

Pour cela j'ai pris quatorze onces de bois de gayac pulvérisé, & quatre onces de sel alkali. Après les avoir mêlés ensemble très-exactement, je les ai calcinés à l'ordinaire : j'ai tiré du creuset la matiere calcinée, & en masse mollasse & comme demi-fondue, je l'ai mise toute rouge dans l'eau bouillante ; ces morceaux éteints avoient diverses couleurs changeantes bleues & vertes, & ils rendoient une forte odeur sulphureuse. J'ai fait bouillir le tout sur le feu pour faciliter la dissolution de la matiere, & j'ai filtré la lessive qui s'est trouvée d'une couleur verte foncée.

Ayant mêlé cette lessive avec les dissolutions d'alun & de vitriol, selon le procédé Anglois, il s'est fait après l'effervescence un précipité noir, & la liqueur est restée claire. La surface de ce précipité noir a blanchi au bout de quelques heures comme dans l'expérience précédente. On a versé le tout dans un linge pour séparer la liqueur de la fécule ; on a laissé bien égoutter cette fécule sur ce linge, où elle a continué de blanchir à sa surface pendant quelques tems, mais ensuite elle a pris une couleur verdâtre, tirant un peu sur le bleu.

J'ai partagé cette fécule en deux parties à peu près égales ; sur l'une j'ai versé beaucoup d'eau claire à diverses reprises pour la bien laver & en emporter tous les sels autant qu'il étoit possible, & plus cette fécule a été lavée, plus elle est devenue bleue. Je l'ai mise ensuite sur un filtre de papier gris pour en séparer toute l'humidité & la sécher entierement, j'ai eu une belle fécule bleue pesant une once un gros & demi.

Sur l'autre portion j'ai versé de l'esprit de sel, qui a converti dans l'instant la couleur verte bleuâtre en une couleur bleue, mais ma matiere a beaucoup diminué de volume, l'esprit de sel en ayant dissout la plus grande partie. J'ai fait ensuite sécher & laver ce qui m'est resté de la fécule, & je n'ai eu de cette portion qu'un gros & demi de fécule bleue, encore même la couleur n'étoit-elle pas si belle que celle de

L'autre portion préparée sans esprit de sel. Il paroît par cette expérience & par celles que j'ai faites avec différens charbons, qu'il reste moins de bleu quand on a passé la fécule par l'esprit de sel, dont je crois que la raison est que les charbons ayant moins de cette huile propre à étendre la substance bitumineuse du fer, que n'en a le sang ou les autres substances animales, ils ne peuvent pas imbiber parfaitement une si grande quantité de la terre d'alun, & la défendre contre l'action des acides.

J'ai observé d'ailleurs, & dans ces expériences, avec le charbon, & dans celles que j'ai faites avec le sang, que quand on a attrapé le point de calcination juste, on n'a pas besoin d'esprit de sel pour changer la couleur verdâtre du précipité en une couleur bleue, il ne faut que laisser cette fécule exposée à l'air, en la remuant de tems en tems pendant qu'elle seche, pour en présenter successivement à l'air les différentes parties. On a aussi par ce même moyen une plus grande quantité de fécule.

On voit par ces différens essais, que toute matiere capable de donner du charbon, donnera du bleu, suivant le procédé Anglois, pourvû qu'on employe une suffisante quantité de cette matiere capable de fournir dans l'opération la quantité de charbon nécessaire.

Pendant que je travaillois à toutes ces expériences, il me tomba entre les mains un livre Allemand, qui a pour titre, *Flora Saturnizans, ou Alliance du regne végétal avec le regne mineral, &c. Par le D^r. Jean-Frederic Henckel Médecin du Roi de Pologne & Electeur de Saxe, avec une addition, De Kali geniculato Germanorum, & sur-tout d'une certaine matiere de couleur bleue que l'Auteur en tire, & qui est tout-à-fait semblable à l'Outremer. A Leipsic. 1722.*

Parmi un grand nombre d'expériences que l'auteur a faites sur ce kali, qu'il a traité de bien des façons, & sur la soude qui est le sel fixe de différentes especes de kali, il rapporte les deux expériences suivantes, qui lui ont donné quelque peu de bleu, semblable au bleu de Prusse.

Première Expérience. L'auteur avoit fait un extrait de la plante sèche du kali, il distilla ensuite par la cornue cet extrait. La distillation finie, il lui resta dans la cornue une matière noirâtre saline, qui avoit une odeur d'*hepar sulphuris*, & qui s'humectoit très-aisément à l'air. Ayant versé de l'eau sur cette matière noire, pour en faire la lessive; il se précipita au fond de la liqueur une terre saline ou un sel grossier, ayant le goût du sel marin, & qui ne s'humectoit pas facilement à l'air. Il voulut faire quelques expériences avec ce sel pour en découvrir la nature; il versa de l'huile de vitriol sur une petite portion de ce sel, il se fit une forte effervescence, & quelque tems après avoir laissé reposer la dissolution, il aperçut au fond du verre quelque peu de poudre bleue, semblable au bleu de Prusse, dont il ne fut pas, dit-il, peu surpris.

Il versa sur d'autres portions de ce sel, de l'eau-forte & de l'esprit de sel, il eut pareillement du bleu, mais en moindre quantité.

Cette expérience le conduisit à la suivante.

2^e. *Expérience.* Il versa sur différentes portions de soude, de l'huile de vitriol, de l'eau-forte & de l'esprit de sel. Il trouva du bleu au fond des dissolutions de cette soude, dans chacune de ces liqueurs acides, mais en très-petite quantité, car sur six gros de soude ayant versé peu à peu de l'eau-forte jusqu'à ce qu'il ne se fit plus d'effervescence, (il en employa douze gros) & après avoir versé beaucoup d'eau sur cette dissolution, pour étendre les sels, & faciliter la précipitation du bleu, il ne retira après plusieurs lotions que deux grains & demi de poudre bleue.

M. Henckel prie les sçavans de lui découvrir ce que c'est que ce bleu que le kali & la soude lui ont donné, & de lui communiquer les moyens de le préparer plus facilement & à moins de frais.

Les expériences que je viens d'exposer dans ce Mémoire étant une fois bien connues, il ne sera pas bien difficile de rendre raison de celles de M. Henckel, & d'en découvrir la théorie. Cet Auteur trouvera même dans ce Mémoire,

différens moyens de préparer ce bleu, qui pourront lui en suggérer encore d'autres, s'il n'est pas content de ceux-ci.

M. Henckel employe dans l'une de ces expériences le sel du *caput mortuum* de l'extrait du kali, & dans l'autre la soude. Ces deux substances ne diffèrent point essentiellement. La soude est la cendre du kali brûlé & calciné : cette cendre étant fort saline, se durcit en masse fort dure & compacte, dans laquelle se trouve encore renfermé beaucoup de charbon & de fuliginosités, ce qui rend quelquefois cette soude fort noire. Le sel du *caput mortuum* de l'extrait du kali est aussi le sel fixe de l'extrait du kali calciné dans une cornue, & réduit par conséquent en un charbon ou cendre brune presque toute saline. Ce sel ne diffère de la soude qu'en ce que l'extrait du kali étant dépouillé des parties grossières & terrestres de cette plante, le sel en contient aussi moins de terre que la soude qui est formée par la calcination de toute la plante : mais du reste il faut comparer l'un & l'autre de ces sels à la masse saline qui résulte du sel alkali calciné avec le charbon : avec cette différence que comme dans la soude & dans le sel de l'extrait du kali, il se trouve une très-petite quantité de charbon, le sel savoneux ou sulphureux qui en résulte est en très-petite quantité, & ne fournira que très-peu de bleu, au lieu que le mélange du sel alkali & du charbon à parties égales, étant plus chargé, en fournira davantage.

On se souviendra aussi que nous avons dit qu'il ne se faisoit point de cendres où l'on ne trouvât du fer, ainsi l'un & l'autre de ces sels seront tous deux chargés, non-seulement de la partie sulphureuse & bitumineuse du charbon, mais encore de la portion de ce charbon qui s'est martialisée dans la calcination. Par conséquent le bleu qui résulte de ces deux expériences de M. Henckel, est le produit de cette portion ferrugineuse qui s'est trouvée dans ce charbon, qui a été développée par le savon tartareux, formé du soufre ou de l'huile concentrée du même charbon, unie avec le sel alkali qui se rencontre ici en assez grande quantité.

J'ai vérifié les expériences de M. Henckel avec la soude

& les esprits acides, qui ont donné un précipité bleu ; la quantité de bleu qui se dépose dans ces expériences varie beaucoup, il m'a paru que cette variation dépendoit principalement de la quantité de charbon contenue dans les morceaux de soude qu'on employe. Voici l'expérience que j'ai faite avec la soude, & qui m'a donné une assez belle fécule bleue.

J'ai fait chauffer jusqu'à rougir, une once & demie de soude dans un creuset fermé de son couvercle, je l'ai jetée toute rouge dans l'eau bouillante, & j'en ai fait la lessive, qui étant coulée, avoit une couleur verte foncée.

J'ai versé ensuite peu à peu sur cette lessive, de l'huile noire de vitriol, jusqu'à ce qu'il ne se fît plus d'effervescence, (il y en est entré une once six gros ;) il s'est élevé de cette effervescence des vapeurs blanches, & une odeur fort sulphureuse. Ayant laissé reposer le tout pendant quelques heures, la liqueur s'est éclaircie, & il s'est déposé une fécule bleue très-foncée, de sorte qu'elle paroïsoit presque noire. J'ai séparé par inclination la liqueur claire, & après avoir encore lavé la fécule, je l'ai fait sécher ; étant sèche elle pesoit trois grains.

J'ai cru tout-à-fait inutile de vérifier le procédé de M. Henckel avec le sel de l'extrait de kali, ne doutant nullement qu'il ne fît le même effet que la soude.

J'aurois encore d'autres observations à rapporter sur ces différentes préparations de bleu, & sur la différente nature de ces bleus, mais la matière nous meneroit trop loin. Je réserve ces observations pour un autre Mémoire.



O B S E R V A T I O N S
S U R L A Q U E S T I O N

D E S

PLUS GRANDES ET DES PLUS PETITES
Q U A N T I T É S.

Par M. SAURIN.

DANS mon dernier Mémoire sur le cas singulier des tangentes que je m'étois proposé de résoudre, j'ai été conduit par mes remarques à en examiner quelques-unes de M. de Croufaz dans son commentaire de l'*Analyse des infiniment petits*. Parmi ces remarques est celle-ci : *On pourroit alléguer une infinité d'exemples, d'expressions en termes radicaux, qui désignent des Courbes sans Maximum : mais dès qu'on a élevé les signes à leur puissance, il se trouve que cette puissance renferme d'autres racines, en vertu desquelles elle est l'expression d'une courbe à Maximum. De sorte qu'attaquer la nouvelle méthode par les prétendus embarras où jettent des exemples de cette nature, est un pur sophisme d'équivoque.*

En faisant faire une attention particulière à cette remarque, dans l'endroit où je l'ai rapportée, j'ai dit que quoiqu'elle eût été déjà traitée assez au long dans un de mes Mémoires de 1716, elle me fourniroit encore la matière d'un Mémoire nouveau ; & ce sera en effet le sujet des observations que je vais donner dans celui-ci.

Je les commencerai par l'examen & la solution de quelques difficultés de cette nature, qu'on a opposées au nouveau calcul, & qui se trouvent dans un long Mémoire de 1703, avec un grand nombre d'autres sur les différens points du même calcul.

Celles qui sont à mon sujet, sont proposées sous le titre de *troisiemes difficultés*. Pour les marquer, l'Auteur se sert d'exemples, & le premier qu'il prend est celui de la courbe

à quatre branches, déjà tant répété & tant examiné à l'occasion du problème des tangentes. Cette courbe a pour équation

Fig. 1.

$$A... y^4 - 8y^3 + 16yy + 48xy + 4xx = 0 \\ \quad \quad \quad - 12xyy \quad \quad \quad - 64x$$

Dont les 4 racines

$$O... y = 2 - \sqrt{4x} - \sqrt{4 + 2x}.$$

$$P... y = 2 + \sqrt{4x} - \sqrt{4 + 2x}.$$

$$Q... y = 2 - \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}.$$

$$R... y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}.$$

expriment par ordre les quatre branches AK , AN , BS , BL . L'exemple est proposé sous la forme de la dernière Equation

radicale $R... y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}$ qui exprime la branche BL , & cette équation radicale nous étant donnée par l'Auteur, comme l'expression de la courbe entière, il nous dit que *si l'on cherche dans cette courbe une valeur de x , telle que l'appliquée y soit la plus grande ou la plus petite de ses semblables, comme dans l'analyse des infiniment petits, pag. 41. sect. 3. & que l'on veuille se servir des règles qui sont particulières à cette analyse; alors on verra que ces règles ne sont pas toujours véritables; & de-là, ajoute-t-on, il semble que le système (du nouveau calcul) couvre l'erreur.*

Pour justifier ce reproche fait aux nouvelles méthodes, on en vient à l'exécution, & différentiant, suivant nos règles, l'équation proposée R , on en tire l'égalité différentielle,

$$S... dy = \frac{dx\sqrt{x} + dx\sqrt{4 + 2x}}{\sqrt{4x + 2xx}}.$$

En faisant, suivant les mêmes règles, $dy = 0$, on a l'égalité $dx\sqrt{x} + dx\sqrt{4 + 2x} = 0$, dont la résolution donne $x = -4$. Cette valeur de x substituée dans l'équation, ne donnant de y qu'une valeur imaginaire, on passe à faire dy égal à l'infini, ou $dx = 0$; ce qui rend le dénominateur de la fraction $= 0$, d'où résulte l'égalité $4x + 2xx = 0$;

& cette égalité, dit-on, étant résolue, comme dans l'analyse des *infin. pet.* pag. 44, 46, &c. on trouve $x = -2$.

Cette valeur -2 , substituée dans l'équation R , ne donnant comme l'autre que des *maxima* ou *minima* imaginaires, on fait regarder cela comme un grand défaut dans le nouveau calcul, & l'on en forme cette objection. Dès que la première tentative, dit d'Auteur du Mémoire, a donné $x = -4$, & que cette valeur est réelle, il sembleroit qu'elle devoit résoudre le problème : car la règle ne prescrit point de faire d'autres tentatives quand une fois la valeur de x est réelle. Il n'y a rien de vrai dans ces paroles. Quand la valeur de x , donnée par la supposition de $dy = 0$, est réelle, comme ici -4 , ou en général quand elle n'est pas imaginaire, nos règles veulent, 1°. que l'on substitue d'abord cette valeur dans l'équation, & si cette substitution ne donne pour y que des valeurs imaginaires, c'est une marque très-sûre & très-évidente qu'il n'y a aucun point dans la courbe où dy soit égal à zero, & par conséquent nul *maximum* ou *minimum* donné par cette supposition de $dy = 0$. Au contraire si la substitution donne pour y des valeurs réelles, c'est une marque très-sûre & très-évidente que dy est égal à zero dans ce point-là, & que la valeur de y donnée par la substitution, est le *maximum* ou *minimum* cherché.

Mais comme les *maxima* & *minima* se trouvent aussi bien dans les points où dx est égal à zero, que dans ceux où dy l'est, nos règles veulent 2°. qu'après la supposition de $dy = 0$, soit que cette supposition ait donné des *maxima* ou *minima*, soit qu'elle n'en ait point donné ; nos règles, dis-je, veulent que l'on fasse encore celle de $dx = 0$, pour avoir les *maxima* ou *minima* que donnent les points de la courbe où dx se trouve en effet $= 0$: car notre méthode nous donne les points des *maxima* & *minima* comme des points de tangentes parallèles ou perpendiculaires à l'axe, points où l'on a dy ou $dx = 0$. Ainsi -4 ne donnant ni *maximum* ni *minimum*, on passe à la seconde supposition de $dx = 0$.

Mais,

Mais, nous dit-on, si l'on passe à l'autre tentative, & qu'on substitue la valeur qu'elle a donnée de $x = -2$, l'on ne trouve aussi que des *Maxima* & des *Minima* imaginaires. Cela est vrai; mais, ajoûte-t-on, il y a dans la courbe proposée, un *Maximum* & un *Minimum* très-réel; je réponds, un *Maximum*, non; un *Minimum*, oui; & ce *Minimum* ignoré par l'Auteur des difficultés, qui nous en donne dans la courbe entière un faux pour celui-là; ce *Minimum*, dis-je, se trouve dans la branche même qu'exprime l'équation R , & s'y trouve par la supposition même de $dx = 0$; de sorte que le censeur de la nouvelle Méthode, tombe ici dans une double erreur, en commettant une injustice manifeste.

Une de ses erreurs regarde le *Minimum* donné par la supposition de $dx = 0$, & qu'il n'a pas trouvé, pour avoir imparfaitement résolu l'égalité $4x + 2xx = 0$, que l'on tire de la supposition. Il est évident que dans cette égalité, on a deux valeurs de x , sçavoir $x = -2$, qui est la seule qu'il en tire, & qui ne donne rien; & $x = 0$ qu'il a omise, & qui donne le *Minimum* dont je parle: car si dans l'équation proposée $R \dots y = 2 + \sqrt{4x + 4 + 2x}$, on fait $x = 0$; il viendra $y = 2 + \sqrt{4} = 4$, véritable *Minimum* par rapport à la branche BL exprimée par l'équation R , & qui a $x = 0$ au point B .

L'autre erreur est de nous donner pour un véritable *Maximum* & *Minimum* $GD(y) = 2$, valeur résultante de celle de $AG(x)$ aussi $= 2$; cet $y(GD) = 2$, n'étant ni un *Maximum* ni un *Minimum* par rapport à aucune des branches de la courbe.

Mais quand on voudroit regarder GD comme un *Maximum*, par rapport à la partie AD de la branche ADN , & comme un *Minimum*, par rapport à la partie BD de la branche BDS , c'est se moquer de nous, de vouloir que nous trouvions le point D qui donne ce prétendu *Maximum* & *Minimum*, & qui est le point de concours des deux branches ADN, BDS ; de vouloir, dis-je, que nous le trouvions dans

la branche BL dont on nous propose l'équation, & où il n'est pas. C'est là l'injustice ajoutée à la double erreur.

Quelque palpable que soit cette injustice, l'Auteur s'attaque à la défendre; il soutient toujours contre toute sorte d'évidence, que l'équation R qui n'est qu'une des 4 racines de l'équation A , renferme sous le signe radical tout ce que renferme l'équation entière délivrée des signes, ce qui est soutenir que dans la seule branche BL on a toute la courbe à 4 branches.

Il fait un principe général de cette absurdité, & pour l'établir il attaque un endroit de *l'Analyse des Inf. Pet.* où le principe contraire est supposé: Lorsqu'une égalité, dit-il, exprime la nature d'une courbe ADB , & qu'il s'y trouve des signes ou des incommensurables; on suppose dans *l'Analyse des Inf. Pet.* page 164. article 189, qu'il faut délivrer cette égalité de ces signes radicaux, afin qu'une de ses inconnues puisse avoir différentes valeurs; & même on en parle en cet endroit-là comme d'une vérité fondamentale. De là il s'ensuivroit, ajoute-t-il, que les inconnues ne pourroient pas avoir différentes valeurs, lorsque les signes radicaux se trouvent dans l'égalité; & que la manière de les faire évanouir introduiroit des racines différentes; ce qui est absurde. C'est la décision de l'Auteur.

Il se met en devoir de la prouver par l'exemple même proposé dans l'endroit des *Infin. Petits* qu'il a cité. Mais avant que d'examiner sa preuve, il est bon de faire remarquer l'équivoque de ces termes, *lorsque les signes radicaux se trouvent dans l'égalité*. Les signes radicaux peuvent se trouver de deux manières dans une égalité: dans l'une, l'inconnue qui est hors du signe & qui fait le premier membre de l'égalité, se trouve encore dans le second membre, mêlée sous le signe avec l'autre inconnue: Dans l'autre cas, l'inconnue qui est hors du signe & dans le premier membre, est entièrement dégagée, & ne se trouve point dans le second membre mêlée sous le signe avec l'autre inconnue. L'égalité qui est sous cette forme n'est qu'une des racines de l'égalité entière délivrée des

signes : car dans l'un & dans l'autre cas, l'inconnue qui est hors du signe, y est supposée linéaire.

Dans le premier cas, l'inconnue qui est hors du signe dans le premier membre, & qui se trouve encore sous le signe dans le second, conserve pour les différentes valeurs qu'elle peut avoir, la même indétermination qu'elle a dans l'équation délivrée du signe. Cette expression radicale ne la détermine point à être en particulier une telle ou une telle racine de l'équation délivrée des signes, aussi est-il évident que de la valeur donnée de l'autre inconnue qui n'est que sous le signe, & dans le second membre de l'égalité, on ne sauroit tirer aucune des valeurs de celle-ci sans faire évanouir le signe radical pour l'en dégager.

Dans le deuxième cas, il n'est pas moins évident que la valeur de l'inconnue qui est sous le signe, étant donnée, l'inconnue qui est hors du signe & linéaire, ne peut avoir qu'une valeur dans l'égalité radicale, & que si elle en a plusieurs dans l'équation entière, il faut faire évanouir le signe radical pour avoir cette équation entière, & pour trouver toutes les valeurs.

Par exemple, que notre équation A dont il est ici principalement question, $y^4 - 8y^3 + 16yy + 48xy + 4xx = 0$,
 $- 12xyy \quad - 64x$

soit proposée sous la première forme radicale dans l'égalité qu'on voit ici en F ,

$$F...y = \sqrt[4]{8y^3 - 16yy + 12xyy - 48xy - 4xx + 64x}.$$

Il est clair que d'une valeur quelconque de x , donnée dans cette équation F , on ne sauroit tirer aucune des valeurs que peut avoir y , qu'en revenant à l'équation entière par l'évanouissement du signe radical. La valeur de x étant 16, y a quatre valeurs, savoir $-12, 4, 0$ & 16 ; on les trouvera toutes dans l'équation A , & l'on n'en trouvera aucune dans l'équation F , qu'en la délivrant du signe.

Soit maintenant l'équation A , proposée sous la forme de l'équation R , qui n'est qu'une de ses racines, & qui tombe

H h ij

dans notre deuxième cas. $R \dots y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4+2x}$. En prenant $x = 16$, on aura $y = 2 + 8 + 6 = 16$, qui est une des valeurs de y , & la seule que cette inconnue ait à l'égard de la branche BL , exprimée par l'équation R .

Que la même équation A soit proposée sous la même forme radicale de l'équation Q , qui est une autre de ses racines,

$Q \dots y = 2 - \sqrt{4x} + \sqrt{4+2x}$; en prenant encore $x = 16$, on aura $y = 2 - 8 + 6 = 0$, qui est aussi une des valeurs de y , & la seule qui se trouve dans la branche BS exprimée par l'équation radicale Q .

Proposons de nouveau l'équation A sous la forme de sa troisième racine $P \dots y = 2 + \sqrt{4x} - \sqrt{4+2x}$; en substituant 16 au lieu de x , il viendra $y = 2 + 8 - 6 = 4$, qui est encore une des valeurs de y , & la seule qui se trouve dans la branche AN exprimée par l'équation radicale P .

Soit enfin l'équation proposée sous la forme de la quatrième de ses racines $O \dots y = 2 - \sqrt{4x} - \sqrt{4+2x}$, la substitution de 16 pour x , donnera $y = 2 - 8 - 6 = -12$, qui est la quatrième valeur de y , & la seule que l'on trouve dans la branche AK , exprimée par l'équation radicale O .

Voit-on quelque chose au monde plus clairement qu'on voit, qu'aucune de ces racines de l'équation A , prises séparément, ne peut être l'équation entière qui les renferme toutes quatre, & qui en est le produit, de même qu'aucune des branches qu'elles expriment, n'est la courbe entière qui est composée des quatre branches?

Venons présentement à la preuve apportée par l'Auteur du Mémoire, pour justifier le reproche d'absurdité qu'il fait sur ce point à l'*Analyse des Infiniment Petits*.

Il s'agit dans l'endroit cité de cette Analyse, d'une nouvelle manière de se servir du calcul des différences, dans la question des *Maxima & Minima*; & cette méthode demandant que dans l'équation qui exprime la nature de la courbe, celle des inconnues qui n'est pas donnée, puisse avoir

plusieurs valeurs, on fait observer que l'équation doit être délivrée d'incommensurables. Après cette remarque, on applique, non pas la remarque, mais la méthode à l'équation $M...x^3 + y^3 = ax^2y$; c'est cet exemple même que l'Auteur du Mémoire employe pour combattre la remarque, & sur lequel il raisonne ainsi: Si l'on exprime ce même exemple avec un signe radical, comme on le voit ici en L ,

$$L...x = \sqrt[3]{ax^2y - y^3};$$

» & que l'on fasse évanouir ce signe ou cet incommensurable, on le trouve encore sous la même forme M . Il faudroit donc selon l'Article 189. de l'*Analyse des Infiniment Petits*, que l'inconnue x , par exemple, ne pût pas avoir des racines différentes dans l'égalité proposée, lorsqu'elle est sous la forme L , & que cette inconnue pût avoir des racines différentes lorsque cette égalité est sous la forme M ; d'où il faudroit conclure que L & M , sont des égalités qui expriment différentes courbes. Il faudroit en conclure aussi qu'il y auroit des *Maxima* ou *Minima* dans M , & qu'il n'y en auroit point dans L , & c'est principalement pour ces *Maxima* & *Minima* qu'on a fait les suppositions de l'Art. 189. dans cette Analyse.

L'égalité mise par l'Auteur sous la forme L , est précisément notre premier cas des expressions radicales. L'inconnue x n'y est point dégagée, elle est hors du signe dans le premier membre; mais elle est encore sous le signe dans le second; ce qui la rend indéterminée aux différentes valeurs qu'elle a dans l'équation M . Elle les renferme dans l'égalité L , mais on ne peut les en tirer sans délivrer cette égalité du signe radical, & elle ne les y renferme que par cela même qu'on ne les en peut pas tirer sans ôter le signe, & revenir à l'équation M . L'équation L n'est pas une des racines de l'équation M ; elle contient tout ce que contient l'équation M , elle exprime la même courbe, & l'exprime entière; mais on ne pourroit pas la construire par l'égalité L , en prenant les valeurs de x sur les valeurs données de y , qu'en ôtant le signe & revenant à l'équation M . Je dis la même chose des *Maxima* & *Minima*,

ils sont dans *L* aussi-bien que dans *M*; mais pour les trouver, il faut les chercher dans *M*, & changer par conséquent *L* en *M*, par l'évanouissement du signe radical.

„ C'est ici, poursuit l'Auteur du Mémoire, -un endroit notable de *Analyse des Infiniment Petits*. Car il se trouve qu'en „ cet endroit, cette Analyse est contraire à l'Analyse ordinaire. On peut voir cette contrariété dans l'exemple marqué ci-dessus en *M* & en *L*. Prenant ensuite $\frac{1}{2}a$ pour la valeur donnée de *y*, il a l'égalité *K* au lieu de l'égalité *M*; & l'égalité *H* au lieu de l'égalité *L*.

$$K \dots x^3 + \frac{1}{2}a^3 = \frac{1}{2}aax : H \dots x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}aax - \frac{1}{2}a^3}.$$

Puis il dit : Selon l'*Analyse des Infiniment Petits*, art. 189, il n'y auroit point de racines différentes en *H*. Cette Analyse ne dit point cela. Mais, ajoute l'Auteur, selon l'*Analyse ordinaire*, il y a trois racines différentes & réelles dans *H*. Elles y sont aussi selon l'*Analyse des Infiniment Petits*. L'*Analyse ordinaire*, poursuit-on, les découvre, & fait voir que ces trois racines sont les mêmes que celles de l'égalité *K*. L'*Analyse des Infiniment Petits* les découvre aussi. Mais ni l'Analyse ordinaire, ni l'*Analyse des Infiniment Petits*, qui en ce point n'est pas différente de l'Analyse ordinaire, ne les découvrent qu'en délivrant du signe radical l'égalité *H*, & la changeant en l'égalité *K*.

On s'étend encore sur cet exemple, & l'on en rapporte quelques autres de même nature : c'est la même brouillerie continuée, où l'on confond toujours les deux sortes d'équations radicales qui sont les deux cas de notre remarque; confusion à la faveur de laquelle on donne le change à l'égard de la première sorte de ces équations; en s'attachant à faire voir ce qu'on ne conteste point, qu'elles renferment toutes les mêmes valeurs des inconnues, que renferment les équations délivrées des signes; au lieu qu'il s'agissoit de montrer, qu'on peut les avoir, ces valeurs renfermées dans ces équations radicales, qu'on peut les en tirer, sans faire évanouir le signe radical, pour résoudre l'équation qui vient de cet évanouissement.

Je laisse donc là tout ce que l'Auteur du Mémoire ajoute contre l'article 189 de l'*Analyse des Infiniment Petits*, & je viens à un dernier exemple dont il se sert pour renouveler & appuyer la difficulté qu'il nous a faite sur celui de l'équa-

$$\text{tion } R \dots y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x};$$

Ce dernier est de sa façon, & ce qu'il y a de singulier, il est tel que si cet Auteur avoit eu dessein de se réfuter lui-même & de faire un jeu de ses objections, il n'auroit pu en choisir un plus propre pour cela. Il est ici en G.

$$G \dots y = b + \frac{\sqrt{xx - 2ax + aa - bb}}{a}.$$

C'est une simple équation à la parabole, où par une petite finesse, & pour embarrasser la question, on met au bout de la quantité $xx - 2ax + aa - bb$, l'exposant 2 du second degré, qui la feroit considérer comme élevée à la seconde puissance; & en même tems on la retient à la première sous le signe radical de la seconde: ainsi ôtant tout simplement ce signe d'une part, & l'exposant 2 de l'autre, dont l'un dé-

fait ce que l'autre fait, il reste $y = b + \frac{xx - 2ax + aa - bb}{a}$,

ou $ay - ab + bb = xx - 2ax + aa$, équation des plus aisées à construire, comme on voit ici.

Sur l'axe AB soit décrite la parabole mAM , dont le parametre est a . Au dessus du point A , sur l'axe prolongé, soit pris $AG = b - \frac{bb}{a}$ si b est plus petit que a ; mais si b

Fig. 2.

est plus grand, il faut prendre $AO = \frac{bb}{a} - b$, au dessous

du point A . Soit la perpendiculaire QG au point G faite

$= a$; & du point Q soit menée QLP parallèle à l'axe AB .

Cette parallèle est l'axe des y dont l'origine est au point Q ,

si b est plus petit que a ; ou au point L , si a est plus petit que b . Cela étant fait, il est évident qu'on aura par-tout dans

de premier cas BM^2 ou $Bm^2 = BG - AG \times a = ay -$

$ab + bb$, & dans le second BM^2 ou $Bm^2 = BC + CA$
 $\times a = ay - ab + bb$; mais PB étant $= a$, on a $BM =$
 $PM - PB = x - a$, & $Bm = Pm + PB = x$
 $+ a$; donc BM^2 ou $Bm^2 = xx - 2ax + aa = ay$
 $- ab + bb$, dans l'un & dans l'autre cas.

» Voici maintenant ce que l'on dit sur cet exemple. Il y a
 » des exemples où les défauts de la règle ne sont pas si grands
 » que dans l'exemple; mais ils ne laissent pas d'être considé-
 » rables pour le système. Si l'on cherche par exemple,
 » les *Maxima* & *Minima* de y dans l'égalité G , la première
 » tentative donnera $x = a$, qui fournit un Maximum de y ; & la
 » seconde, si l'on s'avise de la faire, donnera $x = a - b$, &
 » $x = a + b$, qui donnent deux Minima de y . Mais faire ces
 » deux tentatives dans cette question, ce ne seroit pas suivre la règle;
 » & ce seroit encore prendre dy dans une même question pour un
 » rien absolu, & pour une quantité plus grande qu'aucune quan-
 » tité; ce qui est contradictoire.

Il n'y a rien dans la fin de ce discours dont on ne sente;
 & dont je n'aye déjà fait voir l'absurdité. Voyons seulement
 ici les deux tentatives de l'Auteur; son équation est $y = b$

$$\sqrt{xx - 2ax + aa - bb} \quad + \quad \frac{xx - 2ax + aa - bb}{a} \quad \text{ou} \quad ay - ab = xx - 2ax + aa$$

$- bb$, dont la différentiation donne $\frac{dy}{dx} = \frac{2x - 2a}{a}$. En

faisant la première tentative, c'est-à-dire, en supposant $dy = 0$, il vient $2x - 2a = 0$, & $x = a$; ce qui fournit, non
 un *Maximum*, comme l'Auteur le dit, mais un *Maximum* de y ,
 qui est AG dans la parabole mAM construite sur l'équation
 proposée. Par la seconde tentative, où l'on fait $dx = 0$, il
 vient $\frac{a}{2x - 2a} = 0$; ce qui marque, a étant une quantité

constante & finie, qu'au point où l'on a $dx = 0$, x est in-
 fini, & un de ces *Maxima* infinis dont M. Guinée a fait la
 remarque dans son Mémoire de 1706. Ce ne sont donc
 point deux *Minima* de y donnés par les deux valeurs $x = a$
 $- b$;

— b ; $x = a + b$; *Minima* qui aussi ne se trouvent point dans la parabole mAM .

Mais laissons à l'équation G , la forme qu'on lui a donnée. En la différentiant sous cette forme,

$$y = b + \frac{\sqrt{xx - 2ax + aa - bb}}{a}, \text{ ou}$$

$$y = b + \frac{\sqrt{x^4 - 4ax^3 + 6aaxx - 2bbxx + 4a^3x + 4abbx + a^4 + b^4 - 2aabb}}{a},$$

il viendra

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4x^3 - 12axx + 12aax - 4bbx - 4a^3 + 4abb}{2a\sqrt{x^4 - 4ax^3 + 6aaxx - 2bbxx - 4a^3x + 4abbx + a^4 + b^4 - 2aabb}} \\ = \frac{2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx - 2a^3 + 2abb}{axxx - 2ax + aa - bb}; \text{ \& divisant le numé-}$$

rateur & le dénominateur par leur diviseur commun $xx - 2ax + aa - bb$, il vient comme auparavant, par la supposition de $dy = 0$, $2x - 2a = 0$, & $x = a$.

Par la même opération, en faisant $dx = 0$, on aura

$$\frac{axxx - 2ax + aa - bb}{2x - 2a} = 0, \text{ \& divisant haut \& bas par le commun diviseur, il viendra encore comme auparavant } \frac{a}{2x - 2a} = 0.$$

Mais si ne divisant point la fraction par le commun diviseur, on fait tout simplement $dy = 2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx - 2a^3 + 2abb = 0$, il viendra $x = a$; $x = a - b$; $x = a + b$. Et de même en faisant simplement $dx = 0 = axxx - 2ax + aa - bb$, la résolution de cette égalité donnera $x = a - b$; $x = a + b$.

L'Auteur du Mémoire tombe ici dans une complication d'erreurs qu'il faut démêler, 1.^o du *Minimum* de y indiqué par la valeur de $x = a$, que donne la supposition de $dy = 0$, il fait un *Maximum*. 2.^o Il obmet le *Maximum* infini de x désigné par la fraction $\frac{a}{2x - 2a}$ que donne $dx = 0$. 3.^o Il ne fait donner les deux valeurs de x , $a - b$ & $a + b$ qu'à la

supposition de $dx = 0$, quoiqu'elles soient aussi données par la supposition de $dy = 0$. 4°. Selon lui ces deux valeurs désignent deux *Minima* de y , au lieu qu'étant données également par les deux suppositions, elles marquent deux points de rencontre de deux branches qui se coupent, ou qui se touchent.

Mais comment ces deux valeurs sont-elles données par les deux suppositions? Où trouve-t-on deux points de rencontre dans la parabole mAM ? On ne les trouve pas dans cette simple parabole; mais ils se trouvent dans la courbe exprimée par l'équation élevée au carré. Car dans la différentiation de

$\sqrt{x^4 - 4a^3 + 6aaxx - 2bbx - 4a^3x - 4abbx + a^4 + b^4 - 2aabb}$, on a différencié tous les termes qui sont sous le signe; or ce sont les termes mêmes du carré de ce membre de l'équation G ; ces termes différenciés ont formé le numérateur de la fraction différentielle; l'expression radicale de ces mêmes

termes non différenciés $\sqrt{x^4 - 4ax^3}$, &c. a formé le dénominateur; & n'ayant point eu d'égard au diviseur commun du numérateur & du dénominateur, on a fait dy égal à la somme des termes du numérateur, qui est la somme même des termes qu'on auroit eus en différenciant l'équation G élevée au carré; donc par la supposition de $dy = 0$, x a dû avoir les mêmes valeurs qu'auroit pu donner l'équation élevée au carré. Il en est de même du dx ; la même fraction qui exprime la valeur du dy , étant renversée, est l'expression de la valeur du dx ; le dénominateur du dy est donc devenu

le numérateur du dx , & l'on a fait $dx = \sqrt{x^3 - 4ax^3}$, &c. $= 0$; ainsi il est évident qu'en traitant cette quantité radicale, comme si c'étoit en effet un incommensurable, il faut la carrer pour avoir les valeurs de x , & par conséquent en opérant de cette manière, on doit trouver les valeurs que x peut avoir dans l'équation carrée $x^4 - 4ax^3$, &c.

Je vais mettre cela sous les yeux, en construisant l'équation G , après l'avoir carrée. La voici donc élevée au carré, & marquée T .

$$T... aay \rightarrow 2aaby + aabb = x^4 - 4ax^3 + 6aaxx - 2bbxx - 4a^2x + 4abbx + a^4 - 2aabb + b^4,$$

Pour la construire, je repete la construction de la seconde Figure; je suppose seulement, pour la rendre plus simple, que

$\frac{ab-bb}{a}$ est positif; tout le reste demeurant de même, je prolonge indéfiniment au dessus du point Q , l'axe des y , QP , & au-dessus du point A , l'axe véritable AB ; & prenant sur ce dernier axe $GD = \frac{ab+bb}{a}$; du point D comme sommet,

Fig. 3.

je décris la parabole renversée NDM qui est la même que l'autre NAM . Le point Q est l'origine des y , qui se prennent de part & d'autre de ce point sur l'axe QLP . L'équation particuliere de la parabole $MANH$ est $ay - ab = xx - 2ax + aa - bb$, & celle de la renversée $MDNh$ est $-ay + ab = xx - 2ax + aa - bb$, l'une & l'autre de ces deux équations est la racine quarrée de l'équation T , qui les comprend toutes deux. Ces deux paraboles se coupent en deux points N , & M . Je cherche les valeurs de x en ces deux points; c'est-à-dire les valeurs de LM , & de LN .

Ayant pris $GD = \frac{ab+bb}{a}$, j'ai $AD = GD - AG = \frac{ab+bb}{a} - \frac{ab-bb}{a} = \frac{2bb}{a}$, & $AB = BD = \frac{1}{2} AD = \frac{bb}{a}$;

ce qui me donne $GB(y) = \frac{ab-bb+bb}{a} = b$. Par la propriété de ces paraboles on a $BM^2 = (AB \times a) = DB \times a = bb$, donc $BM = b$; mais $LM(x) = LB + BM = a + b$, & $LN(x) = LB - NB = a - b$. On a donc dans ces deux points d'intersection ces deux valeurs de x , $a + b$, & $a - b$, avec celle de $y = b$.

Maintenant si nous différencions l'équation T , nous aurons $\frac{dy}{dx} = \frac{4x^3 - 12axx + 12aax - 4bbx - 4a^2 + 4abb}{4x^2 - 6ax + 2bb}$.

En faisant $dy = 0$, on aura $4x^2 - 6ax + 2bb = 0$, ou $2x^2 - 3ax + bb = 0$.

comme dans la précédente différentiation : d'où l'on tirera aussi, comme on a fait, les trois valeurs de x , a , $a + b$, & $a - b$.

En supposant $dx = 0$, on aura $ay - ab = 0$; $y = b$; & b étant mis pour y dans l'équation, donnera les deux valeurs de x , $a + b$, & $a - b$.

Si dans l'équation $a \times ay - ab = 0$, on substitue au lieu de $ay - ab$, sa valeur $xx - 2ax + aa - bb$, on aura immédiatement les deux valeurs de x , $a + b$, $a - b$, de même que dans la différentiation précédente; & comme on a

$dx = \frac{a \times ay - ab}{2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx - 2a^3 + 2abb}$, si cette égalité par la substitution de $xx - 2ax + aa - bb$, au lieu de $ay - ab$, est changée en celle-ci.

$dx = \frac{a \times xx - 2ax + aa - b}{2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx - a^3 + 2ab}$; cette fraction qui devient $= 0$ par la supposition de $dx = 0$, étant divisée haut & bas par le commun diviseur $xx - 2ax + aa - bb$, laissera $\frac{a}{2x - a} = 0$; ce qui donne le *Maximum* infini de x :

Ainsi tout s'ajuste parfaitement bien, & conformément à nos principes.

L'Auteur qui les combat dans son Mémoire, s'affermirait ici de plus en plus dans les siens; Si l'on délivre, dit-il, cette égalité (l'égalité G) du signe radical, il suffira de supposer $dy = 0$, pour trouver toutes les solutions du problème: Car, ajoute-t-il, il suffit toujours de faire la tentative du zero absolu pour résoudre entièrement le problème, lorsqu'il n'y a point de signes radicaux; & même dans ce cas c'est une erreur de passer aux tentatives de l'infini, quand la première tentative n'a rien donné.

C'est au contraire une source d'erreurs que ce discours ouvre aux ignorans. Est-il vrai que dans une équation délivrée des signes radicaux, la supposition de $dy = 0$, suffise pour trouver toutes les solutions du problème? N'y a-t-il donc plus de

Courbes à plusieurs branches qui ayent des *Maxima* ou des *Minima* en différents points ; points donnés les uns par la supposition de $dy=0$, & les autres par celle de $dx=0$; dy étant en effet $=0$ dans les uns , & dx l'étant dans les autres ? Comment les trouver tous sans faire les deux tentatives ? Comment s'assurer qu'on les a trouvés tous , quand on n'a fait que la tentative de $dy=0$? Mais qu'on les aye tous par une seule tentative , ou du dy , ou du dx ; comment sçavoir si ces points donnent des *Maxima* ou des *Minima* , & si ce ne sont pas de simples points de concours de plusieurs rameaux ? Comment distinguer les uns des autres ? Aussi l'Auteur s'y est-il mépris lui-même , nous ayant donné dans l'exemple même qu'il propose , des points d'intersection pour des points à *Maxima* & *Minima*.

Par tout ce que nous venons d'exposer & de démontrer , on voit combien l'exemple proposé étoit propre à rendre sensible l'injustice des reproches faits au nouveau calcul. Si cet exemple est une simple équation à la parabole , comme il l'est en effet , l'équation n'étant que déguisée sous la forme des signes , sans y être engagée , le calcul y trouve tout ce qui y est , & n'y trouve rien de ce qui n'y est pas. Si l'on veut qu'elle ne puisse pas dépouiller le déguisement dont on l'a revêtue , c'est-à-dire , qu'il nous soit défendu de faire évanouir les faux signes qu'on lui a donnés , autrement qu'en l'élevant au quarré ; alors l'inconnue qui est sous le signe , & qui s'y trouve sous la puissance que lui donneroit l'équation élevée au quarré , reçoit par les opérations de notre calcul toutes les valeurs qu'elle a en effet dans l'équation quarrée , parce que dans la suite de ces opérations on est obligé d'élever l'équation au quarré pour avoir les valeurs de cette inconnue , sans quoi on n'en tireroit aucune valeur. Enfin en quarrant d'abord l'équation , le calcul y trouve précisément les mêmes choses qu'il y avoit trouvées auparavant dans le cas précédent de la forme empruntée , mais dont par supposition on ne pouvoit la dépouiller qu'en la quarrant. On a eu tout cela sous les yeux dans les deux figures des paraboles

254 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
 décrites sur les constructions données par les équations : & il est surprenant que voulant nous prouver qu'une équation sous les signes radicaux , laquelle nous supposons n'être qu'une des racines de l'équation dégagée des signes , contient tout ce que contient l'équation entière & dégagée ; il est surprenant , dis-je , que voulant nous le prouver , on nous présente pour cela l'exemple *G* , comme si dans une seule parabole on devoit trouver tout ce qui se trouve dans une figure de plusieurs combinées ensemble , ou répétées en différentes positions.

Il seroit fatigant d'appuyer davantage sur cela : nous lâcherons donc ici l'auteur du Mémoire glissé parmi ceux de 1706. mais nous nous servirons de son exemple *G* pour les observations que nous allons ajouter , & qui sans apprendre rien de nouveau , ne laisseront peut-être pas de mériter quelque attention.

Je remarque donc que l'équation *T* peut être considérée , non-seulement comme le carré de l'équation *G*... $ay - ab = xx - 2ax + aa - bb$; mais aussi comme le produit de ces deux $V... ay - ab = xx - 2ax + 2bx + aa - 2ab + bb$, & $X... ay - ab = xx - 2ax - 2bx + aa + 2ab + bb$. Car ces deux équations multipliées l'une par l'autre , en conservant le signe d'égalité entre les deux membres , rendent précisément l'équation *T* que l'on voit construite dans la figure 3^{me}.

Mais cette construction est bien différente de celle que donneront les mêmes équations , si on les multiplie après avoir fait passer toutes les quantités qui les composent , d'un côté du signe d'égalité , & avoir mis 0 de l'autre ; c'est la forme que les équations doivent recevoir , pour que leur produit donne tout ce qu'elles peuvent donner. Ainsi les équations *V* & *X* étant mises sous cette forme , on aura $V... xx - 2ax + 2bx - ay - ab + aa + bb = 0$. & $X... xx - 2ax - 2bx - ay + 3ab + aa + bb = 0$. Et la multiplication de l'une par l'autre , donnera au lieu de l'équation *T* , l'équation *Y*.

$$\begin{aligned}
 Y...x^4 &= 4ax^3 + 6aaxx - 4a^3x + aayy + a^4 = 0. \\
 &+ 2abxx - 4aabx - 2aaby + 2a^3b \\
 &- 2bbxx - 4abbx - 2a'y - aabb \\
 &- 2ayxx + 4aayx - 2abby + 2ab^3 \\
 &+ b^4
 \end{aligned}$$

Les deux équations produisantes donnant la même parabole, avec cette différence que dans la première, l'axe est un diamètre éloigné du véritable axe, d'une distance $= a - b$; & dans la seconde, l'axe est un diamètre éloigné de l'axe véritable d'une distance $= a + b$; l'équation Y composée de ces deux, doit aussi donner la même parabole répétée, c'est-à-dire, deux paraboles qui ne diffèrent que dans la position, étant posées à la distance l'une de l'autre de la valeur $2b$. En voici la construction.

MSm , NAn , sont la même parabole dont le parametre est a . SB , AC sont les axes véritables, S & A les origines de ces axes ou les sommets des paraboles; AG , ou SR , ou LQ a été pris $= b$; GQ , ou $AL = a + b$; GR ou $AS = 2AG = 2b$; ainsi la droite QLP est l'axe des y de l'équation, produite par la multiplication des deux, & le point Q en est l'origine.

Car il est évident qu'ayant par exemple, $Bm^2 = a \times BR - SR = ay - ab$; & Bm étant $= BP(a - b) + PM(-x)$. On a $Bm^2 = a - b - x = aa - 2ab - 2ax + 2bx + bb + xx$; On a donc $xx - 2ax + 2bx + aa + bb - 2ab = ay - ab$; ou, $xx - 2ax + 2bx - ay - ab + aa + bb = 0$. Première équation produisant V . Et de même $BM = PM - PB = x - a + b$, dont le quarré est le même que celui de $a - b - x$, & par conséquent ayant encore ici $BM^2 = a \times BR - SR$, on aura $xx - 2ax + 2bx + aa + bb - 2ab = ay - ab$, ou, &c.

De même encore par rapport à la parabole NAn , on a deux ordonnées, PN , & Pn ; $NC = PC - PN = a + b - x$;

Fig. 4.

& $Cn = Pn - PC = x - a - b$; ainsi CN^2 & Cn^2 donnent le même carré $xx - 2ax - 2bx + aa + bb + 2ab$;

mais tant CN^2 que $Cn^2 = CG - AG \times a, = ay - ab$; donc $xx - 2ax - 2bx + aa + bb + 2ab = ay - ab$, ou &c. seconde équation produisant X .

Si l'on différentie l'équation Y pour avoir le rapport des différences, il viendra

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x^3 - 6axx + 6aax - 2bbx + 2abx - 2ayx + 2aay - 2aab - 2a^3 + 2abb}{axx - 2aax - aay + aab + a^3 + abb}.$$

En faisant $dy = 0$, on aura $x^3 - 3axx + 3aax - bbx + abx - ayx + aay - aab - a^3 + abb = 0$; & au

lieu des quantités $abx - ayx + aay - aab$, ou $-x + a \times ax - ab$, mettant leur valeur par le moyen de l'équation V , il restera, après avoir effacé tout ce qui se détruit par des signes contraires, $-2bxx - 2bbx + 4abx - 2aab + 2abb = 0$, ou $xx - 2ax + aa = 0$, équation qui $+ bx - ab$

donnera ces deux valeurs de x , sçavoir $x = a$, & $x = a - b$. Et en se servant de l'équation X pour la substitution, il restera $2bxx - 2bbx - 4abx + 2aab + 2abb = 0$, ou $xx - 2ax + aa = 0$, d'où l'on tirera $x = a$, & $x = a - bx + ab$

$+ b$. Voilà donc trois valeurs de x données par la supposition de $dy = 0$, a , $a - b$, & $a + b$.

Celle de $dx = 0$, rendra le dénominateur $axx - 2aax - aay + aab + a^3 + abb = 0$, ou $xx - 2ax - ay + ab + aa + bb = 0$; & y substituant l'une ou l'autre des valeurs de $-ay + ab$, données par les deux équations V & X , il ne restera que $-bx + ab$, ou $+ bx - ab = 0$, ce qui donne $x = a$.

Si l'on met pour x sa valeur a dans le dénominateur rendu $= 0$, on aura $y = b + \frac{bb}{a}$; valeur de y qui vient aussi par la substitution de a pour x dans l'équation Y . Dans laquelle

laquelle aussi les valeurs de x , $a - b$, & $a + b$, étant substituées, donnent toutes deux $y = b$.

$dx = 0$, & $dy = 0$, donnant également a pour la valeur de x , le point où l'on a $x = a$, est un point de rencontre de deux branches; & c'est en effet dans la Fig. 4. le point D , où se coupent les deux branches SD , AD , & où l'on a aussi $x = a$, & $y = b + \frac{bb}{a}$; mais la supposition de $dy = 0$

donnant seule les deux autres valeurs de x , $a - b$, $a + b$, elles indiquent deux points à *maxima* ou *minima*, & ce sont dans la Figure le point S & le point A ; au premier on a pour x $LS = a - b$; au second on a LA pour $x = a + b$; & ils donnent chacun un *minimum* égal à leur commun $y = b$.

Je ne me suis pas tant arrêté à ce détail, pour faire voir la justesse de notre calcul, que pour mieux faire sentir quels changemens apportent aux constructions les différens produits de deux équations de courbe multipliées différemment l'une par l'autre, & combien on se tromperoit si l'on regardoit comme indifférentes des différentes manières de les multiplier. Je le vais montrer encore dans l'élévation au quarré de l'équation proposée, $G.... ay - ab = xx - 2ax + aa - bb$; l'équation T , & la construction de la Fig. 3. sont venues, en quarrant le premier membre d'un côté, & le second de l'autre. Si l'on fait passer $-bb$ dans le premier membre, on aura $ay - ab + bb = xx - 2ax + aa$; & quarrant séparément l'un & l'autre membre, il viendra l'équation Z .

$$Z. aayy - 2aaby + b^4 = x^4 - 4ax^3 + 6aaxx - 4a^3x + a^4, \\ + 2abb y - 2ab^3 \\ + aabb$$

dont les deux racines quarrées sont les deux équations suivantes Δ , Φ ;

$$\Delta... ay - ab + bb = xx - 2ax + aa;$$

$$\Phi... ay + ab - bb = xx - 2ax + aa.$$

L'équation Z , qui comprend ces deux équations comme ses racines, ne donnera pas la construction de la Fig. 3. mais

Fig. 5. celle qu'on voit dans la Fig. 5. où l'on a pris, comme dans l'autre, $AG = \frac{ab-bb}{a}$; & $GQ = a$; mais qui en est différente, en ce qu'ici les deux paraboles se touchent à leurs sommets, au lieu que là, le sommet D de l'une est au-dessous du sommet A de l'autre à la distance $= \frac{2bb}{a}$; ce qui fait trouver dans cette Figure deux points d'intersection, où l'on a $x = a - b$, & $x = a + b$, au lieu que dans celle-ci on n'a qu'un point d'attouchement donné par $x = a$.

Une équation quelconque à la parabole étant donnée, les différentes manieres de l'élever au quarré donneront toujours la même parabole, & ne changeront que les positions. Je dis la même chose de deux différentes équations à la même parabole, de quelque maniere qu'on les multiplie l'une par l'autre: l'équation composée qui en résultera, donnera toujours la même parabole, & il n'y aura de changé dans les constructions que les positions.

Mais si les deux équations données sont à différentes paraboles, & que l'on ne fasse point passer toutes les quantités d'un côté, en mettant zero de l'autre, l'équation composée des deux par la multiplication, ne rendra ni l'une ni l'autre des deux équations données, mais elle en donnera une différente, & répétée en différente position.

Soient données, par exemple, $yy = ax$, & $yy = bx$; si on ne les multiplie l'une par l'autre qu'après leur avoir donné cette forme, $yy - ax = 0$, $yy - bx = 0$, la multiplication produira l'équation composée, $y^4 - axyy - abxx = 0$,
 $-bxyy$

qui renferme les deux produisantes comme ses racines; car il est évident, de même que dans les équations déterminées, que par la substitution soit de ax , soit de bx pour yy , tout se détruira dans l'équation composée.

Mais si sans observer ce que je viens de marquer, on multiplie tout simplement $yy = ax$, par $yy = bx$, il viendra $y^4 = abxx$, équation qui ne donnera ni l'une ni l'autre des

deux qu'on a multipliées de cette sorte, mais une différente & double dans une position renversée; car il est visible que la racine quarrée de cette équation y^4 , &c. n'est ni $yy = ax$, ni $yy = bx$, mais $yy = x\sqrt{ab}$; ce qui donne une parabole dont le parametre n'est ni a , ni b , mais \sqrt{ab} . Au reste ce que je ne dis ici que des paraboles, s'étend aux autres courbes, & même à celles qui ont essentiellement plusieurs branches exprimées en particulier par des équations radicales, à l'égard desquelles équations radicales, pour avoir la courbe entière par la multiplication des unes par les autres, il faut observer notre règle.

Je finirai ce Mémoire par l'exemple sur cela de notre courbe à quatre branches, dont l'équation est

$$y^4 - 8y^3 + 16yy + 48xy + 4xx = 0.$$

$$\quad \quad \quad - 12xyy \quad \quad \quad - 64x$$

Ses racines, comme on a déjà vû, sont

$$O \dots y = 2 - \sqrt{4x} - \sqrt{4 + 2x}.$$

$$P \dots y = 2 + \sqrt{4x} - \sqrt{4 + 2x}.$$

$$Q \dots y = 2 - \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}.$$

$$R \dots y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}.$$

Si l'on multiplie l'une par l'autre ces quatre branches, en laissant ainsi y d'un côté du signe d'égalité de l'équation radicale, & sa valeur en x de l'autre côté, il viendra l'équation $\omega \dots y^4 = aaxx - 8a^2x$ (en mettant a pour 2) & cette équation exprime une courbe différente de celle de l'exemple A . Car la courbe exprimée par l'équation ω , est une parabole quarrée, ou plutôt deux paraboles quarrées, opposées comme les deux hyperboles ordinaires, & l'axe intercepté entre leurs sommets est égal à $8a$.

Si l'on ôte le terme $8a^2x$, il reste $y^4 = aaxx$, qui est la parabole ordinaire, dont l'équation ayant été quarrée, donne cette courbe en deux positions renversées, en sorte que les deux paraboles égales se touchent par leurs sommets.

Pour décrire la courbe exprimée par $y^4 = 4aaxx - 8a^2x$,

K k ij

je tire de cette équation $yy = a\sqrt{xx - 8ax} = a \times \sqrt{x \times x - 8a}$; ensuite sur la droite AB , produite indéfiniment de part & d'autre , & dont je fais l'axe des x , je prends $AB = 8a$, & nommant AP, x , je prends d'abord la moyenne proportionnelle entre $AP(x)$ & $BP(x - 8a)$; cette moyenne proportionnelle est $\sqrt{x \times x - 8a}$; puis je prends encore une moyenne proportionnelle entre celle-ci & la droite donnée a ; cette dernière moyenne proportionnelle sera $\sqrt{a \times \sqrt{x \times x - 8a}} = y$; & par conséquent $yy = a \times \sqrt{x \times x - 8a}$, ou $y^4 = aaxx - 8a^3x$, équation que j'avois à construire.

S U I T E
DES ECLAIRCISSEMENTS
SUR LA
CIRCULATION DU SANG
DANS LE FOETUS

Par M. WINSLOW.

QUOIQUE l'Ecrit de *M. Rouhault sur la circulation du sang dans le fœtus* , ne se trouve pas imprimé dans les Mémoires de l'Académie , ayant été publié par lui-même en Italien , peu de tems après qu'il l'eut envoyé ici ; j'ai crû cependant devoir faire mes remarques sur le manuscrit qui a été lu dans l'Académie , & mis dans ses Registres , d'autant qu'il est en François , qu'il contient un article qui me regarde nommément , & qu'il sera peut-être quelque jour imprimé tel qu'il a été envoyé. J'en suivrai le plan naturel que j'en ai donné dans mon dernier Mémoire , où je l'ai simplement divisé en huit articles , dont les quatre derniers sont marqués dans l'Ecrit même , sous des titres particuliers.

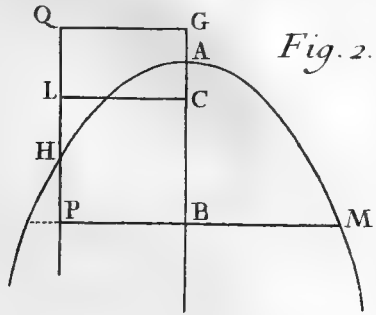
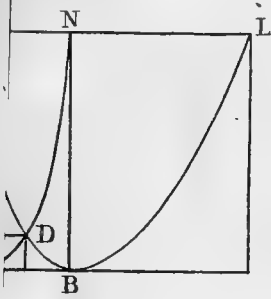


Fig. 2.

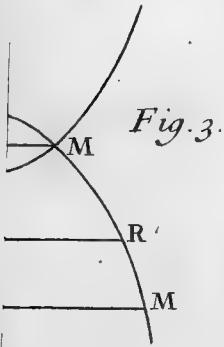


Fig. 3.

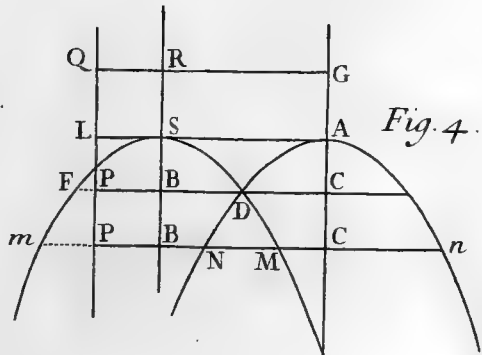


Fig. 4.

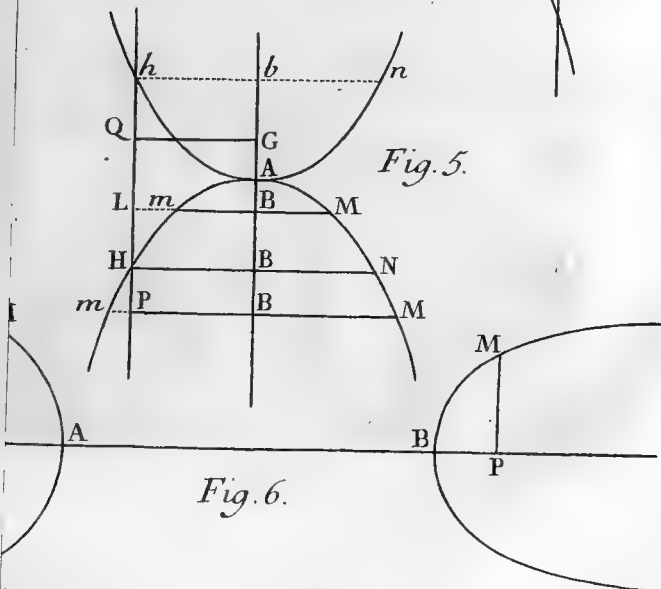


Fig. 5.

Fig. 6.

Fig 1

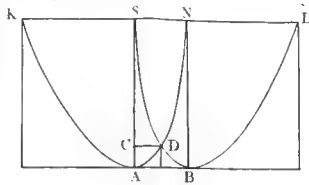


Fig 2

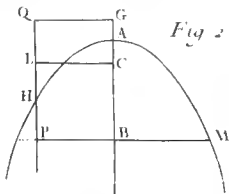


Fig 3

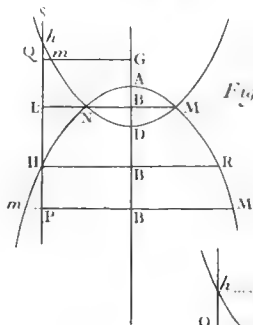


Fig 4

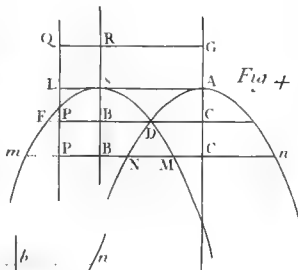


Fig 5

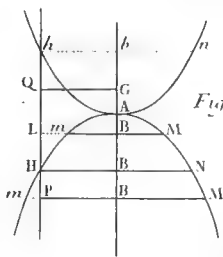
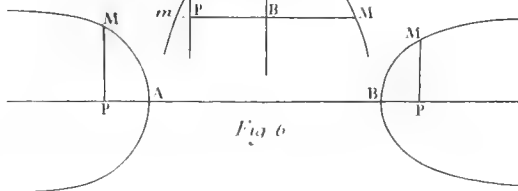


Fig 6



I. *Article Préliminaire.*

« M. Rouhault avance d'abord que l'on trouve dans Harvé
 » & ses sectateurs , aussi-bien que dans M. Mery , que l'artere
 » de communication & le trou ovale , n'ont été faits que parce
 » que le fœtus ne respiroit pas. Là-dessus il dit : Et moi je
 » crois que l'artere de communication & le trou , n'ont été
 » formés que pour développer tous les vaisseaux du Fœtus , &
 » pour le disposer à la circulation qui doit se faire en lui ,
 » lorsqu'il respiroirait.

» M. R. ajoute , que ces mêmes Auteurs ne voulant point
 » abandonner leurs préjugés , assûrent que le Fœtus ne respi-
 » rant pas , la nature avoit abrégé la circulation à une partie
 » de la masse du sang. Et moi , répond-t-il à cela , j'espere dé-
 » montrer , que si la circulation est abrégée à une partie de la
 » masse du sang , elle est augmentée dans le même instant à
 » une pareille quantité de cette même masse.

» M. R. finit ces préliminaires , en disant que l'obstination
 » a tellement succédé aux préventions , que les mêmes obser-
 » vations & les mêmes expériences de part & d'autre , se sont
 » trouvées contradictoires , quoique vraies , & que quelques-
 » uns ont apporté des faits pour confirmer leurs idées , quoi-
 » que ces faits ne fussent nullement favorables à leurs opinions.
 Il cite deux exemples pour prouver ce qu'il avance ; l'un de
 M. Mery sur le cordon ombilical , & l'autre de M. Sauvry
 sur l'ouverture d'un chien vivant.

Remarque. Je laisserai ces deux exemples , comme ne re-
 gardant pas directement mon objet actuel , pour une autre
 occasion. A l'égard de ce que M. R. dit de Harvé , de M.
 Mery , de son propre sentiment , & enfin des observations &
 des expériences contradictoires , j'en parlerai ci-après dans les
 articles particuliers. Je me contenterai à présent de faire re-
 marquer que Harvé , Louver & d'autres ont déjà fait assez
 entendre , que la circulation du sang dans le Fœtus étant
 abrégée par les passages de communication du Cœur & de
 ses vaisseaux , est en même tems augmentée & allongée par

la grande étendue des vaisseaux ombilicaux & par leurs ramifications considérables dans le Placenta.

II. Description des parties du Cœur, &c.

M. R. donne une description assez ample , mais qui ne nous apprend rien de nouveau des parties dont il s'agit. Il » avertit qu'il se sert des faits vérifiés à l'Académie , & qu'il y » ajoute quelques particularités qu'il croit n'être pas inutiles » pour éclaircir la question. Après avoir parlé de l'inégalité des » oreillettes en capacité & en grandeur dans le Fœtus , je les » divise , dit-il , en sacs & en oreillettes. Il fait ensuite un détail comme neuf de leurs fibres.

Remarque. La division en sacs & en oreillettes , qui paroît une des particularités de M. R. a été long-tems mise en usage par feu M. Rau Professeur d'Anatomie à Leyde , & successeur du fameux Bidloo. Leurs fibres ont déjà été connues il y a long-tems , & M. Duverney en a fait une belle démonstration à la Compagnie , dans le tems que M. R. y étoit encore , comme j'ai dit dans mon dernier Mémoire.

M. R. dit , en parlant du trou de communication & de » sa membrane , qu'il importe peu que cette membrane soit » partie inférieure de la cloison des oreillettes selon M. Mery , » ou qu'elle soit valvule selon Harvé & ses sectateurs.

Remarque. Cette membrane est toujours en quelque manière dans le Fœtus une partie de la cloison des oreillettes , & elle l'acheve d'une manière particulière dans l'adulte. Mais elle ne peut pas être vraie valvule , par la raison que j'ai apportée dans mon premier Mémoire , & à laquelle personne n'a répondu.

» M. R. dit avoir observé , par un grand nombre d'expériences , que cette membrane avance plus ou moins sur l'ouverture , selon que le Fœtus est plus ou moins éloigné du » terme ordinaire de sa naissance.

Remarque. Cette observation a déjà été faite par M. Mery.

» M. R. dit avoir trouvé entre les deux membranes , dont

» la valvule est composée, quelques fibres charnues qui se
» portent de sa partie inférieure vers la supérieure.

Remarque. M. Mery a déjà fait mention de différentes fibres de cette valvule dans son *Traité du Fœtus*, pag. 13, 22, 37, de même que M. Vieussens dans son *Traité du Cœur*; & M. Duverney les a montrées à la Compagnie il y a longtemps, comme j'ai dit dans mon dernier Mémoire.

» M. R. dit que le Cœur dans sa systole ou contraction se
» raccourcit, & que dans la diastole ou dilatation il reprend sa
» longueur naturelle.

Remarque. Je ne comprend pas comment plusieurs Physiciens sont tombés dans cette erreur; car sans parler des expériences sur des animaux disséqués en vie, la seule structure du Cœur & l'arrangement de ses fibres montrent tout le contraire, comme l'avoit déjà particulièrement remarqué Borelli.

» M. R. avertit qu'il est d'une grande importance de sçavoir
» que la portion du sang, qui dans la diastole du Cœur n'a pas
» passé au de-là des valvules dans les ventricules, est repoussée
» dans les oreillettes par les valvules soulevées dans la diastole, & cela par trois fois plus de force par le ventricule gauche que par le ventricule droit; la force du ventricule gauche étant à celle du ventricule droit comme 3 à 1.

Remarque. Comme cette importance regarde le fond du système particulier de M. R. j'en parlerai exprès dans le VIII. article ci-après.

M. R. finit ce II article par la description de la valvule d'Eustachius, qu'il rapporte tout au long, telle que je l'ai donnée dans mon Mémoire de 1717. avec ce que j'y ai avancé sur son usage. Il me fait ici l'honneur de dire qu'elle est fort exacte, & en parle d'une manière très-obligeante. Il l'a traduite dans son Edition Italienne, où il n'a pas trouvé à propos de me nommer. A l'égard de son usage, j'en ai parlé autrement dans mon dernier Mémoire, que dans celui de 1717.

A cette occasion, je me souviens que lorsque je fis la première fois la démonstration de cette valvule à l'Académie,

264 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
feu M. Mery dit qu'il lui sembloit avoir déjà vû quelque chose de semblable. J'ai vû après sa mort qu'il avoit raison, car dans quelques-unes des préparations seches des cœurs soufflés, qu'on a trouvés dans son cabinet, cette valvule paroît assez distinctement, mais tellement retirée & rétrécie qu'il n'est pas étonnant qu'il n'y eût pas fait assez d'attention.

III. *Différentes démonstrations des mêmes parties.*

M. R. voulant examiner pourquoi les mêmes parties qui ont été démontrées à M^{rs}. les Commissaires, proposés par » l'Académie, se sont trouvées très-différentes: La prévention, » dit-il, dans laquelle M. Mery étoit en faveur de son opinion, » qu'il croyoit incontestable, est cause qu'il n'a pas fait attention que l'on a pû opposer des Cœurs de Fœtus, non-seulement plus âgés, mais encore de Fœtus qui avoient respiré. M. R. rapporte ensuite plusieurs différences qui dépendent de ces circonstances, par rapport au trou ovale, à l'artere de communication, au tronc de l'aorte, &c.

Remarque. Il paroît par les Mémoires & les autres écrits de M. Mery, qu'il avoit toujours eu attention à ces différences. D'ailleurs si la chaleur de contestation l'avoit empêché d'y songer dans un tems, elle auroit aussi pû causer la même inattention à ses adversaires dans un autre, comme il arrive souvent en pareilles rencontres, ou l'on ne peut s'accuser de part ou d'autre que de ce défaut d'attention.

IV. *Préparations seches & fraîches.*

M. R. examine ici si les préparations de M. Mery sont préférables à celles de ses adversaires. Il donne la méthode de M. Mery, qui est de bien laver le Cœur & ses vaisseaux, du sang qui peut être resté dans leurs cavités, de débarrasser les vaisseaux des membranes qui ne leur appartiennent point, de faire après cela la ligature à tous les vaisseaux du Cœur & des oreillettes, excepté à un que l'on laisse ouvert, pour y introduire une quantité suffisante d'air, qui puisse gonfler & étendre les oreillettes, les ventricules & les vaisseaux; ensuite de
lier

lier ce vaisseau comme les autres, & laisser bien sécher le cœur, après quoi on ouvre les oreillettes. » Il ne croit pas que » par cette méthode, les parties soient tendues au-delà de l'état » naturel, & que la grandeur de l'ouverture du trou ovale, &c. » en soit l'effet; parce que, dit-il, M. Mery auroit trouvé le » trou ovale également ouvert dans différens âges, ce qu'il n'a » pas fait. M. R. ajoute, qu'il est impossible de le faire, l'ayant » lui-même tenté plusieurs fois inutilement dans le cœur des » fœtus qui avoient respiré. Il dit que le trou ovale devrait res- » ter également découvert dans tous les cœurs qui auroient » été préparés de cette manière, de quelque âge que fussent » les fœtus, si l'ouverture du trou ovale dépendoit seulement » de l'exsiccation de la valvule; ce qui n'est pas probable, » continue-t-il, puisque le trou ovale, par de telles prépara- » tions, resté tantôt plus tantôt moins découvert, selon les » différens âges des fœtus.

» A l'égard des préparations fraîches, M. R. avoue qu'il » n'est pas de l'avis des adversaires de M. Mery, qui les pré- » fèrent comme étant les plus fideles & les plus certaines, at- » tendu que le mouvement des doigts peut faire paroître dans » un sujet une différence, qui naturellement ne s'y rencontre » point. Il cite à cette occasion un exemple. M. Duverney, » dit-il, apporta à l'Académie un cœur de veau, où le trou » ovale étoit encore ouvert, & fit voir à la Compagnie com- » bien la valvule passoit au-delà du bord supérieur du trou ova- » le. Je pris ce même cœur, continue-t-il, & le tenant de la » même manière qu'il avoit fait, je fis voir, que quoique le trou » ovale restât entièrement recouvert de la valvule, cependant » elle ne s'étendoit pas aussi loin que l'avoit montré M. Duver- » ney. Comme nous étions, ajoute-t-il, tous deux dans la » bonne foi, & que dans le même instant, & sur la même » pièce nous faisons voir des faits si différens, on peut soup- » çonner qu'il aura coulé à l'extrémité des doigts de l'un & de » l'autre, un peu de prévention, &c.

» Enfin M. R. conclut, qu'après ce qu'il vient de dire, on » peut facilement juger, laquelle des deux préparations peut

» être la plus fidele, & par conséquent celle sur laquelle on
 » peut le plus compter, ou sur celle qui est faite par l'air, dont
 » celui qui l'a introduit, n'est plus le maître; ou sur l'autre, qui
 » étant souple & pliante & entre les doigts de celui qui dé-
 » montre, peut prendre l'arrangement qu'il plaira lui donner.

Remarques. Le trou de communication, & la membrane valviforme, perdent toujours leur état naturel & leur vraie conformation, par les préparations seches. Le vent qu'on a introduit & renfermé dans les oreillettes, les ventricules & les vaisseaux, en tient à la vérité les parois toujours écartés, & en empêche le retrécissement, qu'une exsiccation simple y causeroit : mais ce vent renfermé n'empêche pas le retrécissement des parties qui tiennent aux parois, & qui par l'exsiccation se retirent vers la circonférence de ces mêmes parois. Sans aller plus loin, on n'a qu'à examiner les mêmes cœurs ainsi préparés. On y verra les valvules sigmoïdes toutes retrécies par leurs bords, retirées vers la circonférence des parois des arteres, & entierement défigurées. On y verra aussi les valvules triglochines très-changées. La même chose arrive au pylore, aux valvules conniventes des intestins, à la valvule du colon, aux valvules des veines, à celles du canal thorachique, &c. Toutes ces parties étant soufflées & séchées, quand on les ouvre ensuite, on y trouve tout retréci & retiré vers les parois, principalement les valvules, qui de voûtées, larges & profondes qu'elles étoient dans leur état naturel, sont devenues plattes, retrécies, & échancrées.

Dans les préparations seches de feu M. Mery, que M. son fils m'a confiées, on le voit assez. On y voit de plus, tantôt le ventricule gauche plus distendu que le droit, tantôt le droit plus que le gauche, tantôt l'un & l'autre également dilatés, indépendamment de la différence qui pourroit dépendre de l'âge. Ces cœurs ainsi soufflés & séchés, ont encore un autre grand défaut, en ce qu'ils représentent en même-tems la dilatation ou diastole des oreillettes & des ventricules : car les oreillettes n'étant dilatées dans leur état naturel que pendant la contraction des ventricules, il faut nécessairement que dans

les préparations seches où tout est dilaté , l'ouverture des oreillettes vers les ventricules soit très-différente de celle qui est naturelle. En un mot toutes ces sortes de préparations seches sont très-défectueuses , très-séduisantes , & ne peuvent jamais donner une vraie idée de l'état naturel , ni décider de rien. Elles peuvent tout au plus servir de repaire & à rappeler la mémoire de ceux qui en ont bien examiné les parties dans leur état naturel.

La valvule d'Eustachius dans les cœurs préparés par M. Mery , dont j'ai parlé ci-dessus , en est une preuve ; il ne l'avoit pas vûe dans les cœurs frais , & dans les secs elle ne l'avoit pas frappé.

A l'égard de la pensée de M. Rouhault , que par la méthode de M. Mery , les parties ne soient pas tendues au-delà de l'état naturel , elle n'est pas bien fondée. Car premierement on ne peut séparer le tronc de l'artere pulmonaire d'avec celui de l'aorte , sans entamer & fendre la tunique externe ou commune de l'une & de l'autre , & par là ils prêtent trop à l'effort du vent renfermé. Secondement , les ventricules étant beaucoup plus épaisses que les oreillettes , ils se retrécissent beaucoup plus qu'elles par l'exsiccation , & par consequent à mesure qu'ils sechent , ils chassent le vent renfermé & le pousse dans les oreillettes , qui étant en partie très-minces , deviennent plus tendues & gonflées.

Les raisons & les expériences que M. R. allégué pour croire que dans les cœurs ainsi préparés , la grandeur de l'ouverture n'est pas un effet de l'exsiccation , n'ont pas lieu ici. Car on conviendra facilement avec lui , que ces préparations seches n'empêchent pas la grandeur de l'ouverture de rester toujours en quelque maniere proportionnée à l'âge : mais il ne prouve ni peut prouver ou démontrer par-là , que le trou est ouvert , ou pour mieux dire , découvert dans l'état naturel pendant la diastole ou dilatation des oreillettes.

La valvule ou membrane valviforme dans l'état naturel , hors le tems de dilatation , est lâche , flottante , & plus ou moins voûtée , au lieu que dans la dilatation des oreillettes

& de leur cloison, par la plénitude du sang, elle est tendue arrêtée & aplatie, desorte qu'elle couvre plus ou moins l'ouverture de la cloison, & son bord de courbé qu'il étoit, devient plus ou moins droit. Par l'exsiccation, le bord de la valvule se retire vers le fond, & par-là elle devient comme échancrée. C'est cette échancrure non naturelle qui fait trouver le trou ouvert dans les cœurs soufflés & séchés. Ainsi ce n'est pas tant la grandeur de l'ouverture, que l'ouverture même, qui est un effet de l'exsiccation. Il seroit à souhaiter que dans les cœurs tout récemment préparés, selon la méthode de M. Mery, les oreillettes fussent assez transparentes pour qu'on y pût observer l'état du trou & de la valvule avant l'exsiccation.

Les préparations fraîches, selon l'avis de M. R. sont aussi sujettes à caution, par rapport aux différences que le maniment des doigts y peut faire paroître. Je l'avoue de même en partie, & je me suis étendu là-dessus dans mon Mémoire sur la situation des viscères, & dans celui sur la valvule de l'orifice de la veine-cave inférieure ou valvule d'Eustachius. C'est pourquoi aussi je condamnai sur le champ moi-même la première démonstration que je fis à l'Académie, de l'obliquité du médiaſtin, parce que M. Mery me demanda si j'étois assuré de ne l'avoir pas occasionnée par le maniment de mes doigts, sans y avoir fait attention; & j'en fis une seconde. Ainsi l'exercice, l'adresse, l'examen, l'attention & la patience peuvent prévenir ces inconvéniens & y remédier. Mais l'exsiccation exclut ces moyens presque par-tout. Les parties qui sont flottantes & sans fermeté, principalement les petites, ne peuvent jamais être bien démontrées sans être mises dans de l'eau très-claire, comme j'ai dit ailleurs. Il faut surtout observer, après avoir examiné quelque partie séparément & hors de sa place, qu'il est très-nécessaire de l'examiner encore dans sa place avec beaucoup de soin, par rapport à sa connexion avec d'autres parties; ce qui fait souvent une très-grande différence.

Dans le récit que M. R. fait ici de la démonstration de

M. Duverney & de la sienne, sur un même cœur, il me semble qu'il ne devoit pas dire simplement qu'il tenoit ce cœur de la même maniere que M. Duverney; car il est bien vrai que la différence, quoique peu considérable, qu'il a montrée dans l'étendue de cette valvule, dépendoit de quelque différence dans le maniment de ses doigts.

V. Circulation du Sang dans le Fœtus, selon Harvé.

« M. R. avoit dit au commencement de son Ecrit, que l'on trouve dans Harvé & dans ses sectateurs, que l'artere de communication & le trou ovale n'ont été faits que parce que le fœtus ne respiroit pas. Dans cet article particulier, il s'explique ainsi: Comme le fœtus renfermé dans le sein de sa mere, est privé de respiration, la nature selon Harvé & ses sectateurs, a abrégé en lui la circulation par le moyen du trou ovale & du canal de communication. Il les combat ensuite par des raisonnemens sur la quantité d'air contenu dans le sang du fœtus, & il conclut en ces termes: Je crois pouvoir dire que ces passages ont d'autres usages que celui d'abrèger la circulation à une partie du sang du fœtus, parce qu'il ne respire pas, ce que j'espere prouver ci-après. »

Remarque. Premièrement, Harvé & ses sectateurs ont bien avancé que ces passages sont faits pour abrèger, &c. mais on ne trouve ni dans Harvé ni dans plusieurs de ses sectateurs, principalement les premiers, que ces passages n'ont été faits que pour cela, & qu'ils ne peuvent avoir autres usages que cet abrégé. Secondement, ces Auteurs en disant que c'est pour abrèger la circulation, &c. dans un fœtus qui ne respire pas, n'ont point du tout parlé de l'air en particulier, mais simplement de l'état d'inaction des organes de la respiration, par lequel état la poitrine reste toujours resserrée & immobile, les poulmons sont continuellement ramassés & en petits volumes, leurs vaisseaux comprimés, repliés, raccourcis, & par conséquent incapables d'admettre autant de sang que dans l'état de respiration, par lequel les poulmons se dégagent & se dilatent, & leurs vaisseaux se déploient & acquierent plus de diametre.

» M. R. rapporte ensuite, que Harvé & ses sectateurs, pour
 » prouver leurs sentimens, allèguent la disposition du trou
 » ovale à la partie inférieure de la cloison dans l'oreillette droi-
 » te, la situation de la valvule sur ce trou dans l'oreillette gau-
 » che, & la direction du sang de la veine cave inférieure vers
 » le trou ovale. Et enfin, dit-il, ils ajoutent que le canal de
 » communication n'a été formé que parce que les poulmons
 » étant affaiblis, & leurs vaisseaux repliés en mille manieres,
 » ils ne sont pas en état de donner passage à toute la quantité
 » du sang qui est poussé par le ventricule droit dans le tronc
 » de l'artere pulmonaire.

» M. R. laisse la disposition du trou & la situation de la val-
 » vule, & passe à la direction du sang de la veine cave in-
 » férieure, à laquelle il prétend trouver des obstacles, tant
 » dans la systole que dans la diastole des oreillettes. Il prétend
 » que dans leur systole ou contraction, la valvule ferme le
 » trou, & que par cette contraction le sang de l'oreillette gau-
 » che pousse la valvule fortement contre la cloison, en même
 » tems que celui de l'oreillette droite pousse la cloison contre
 » la valvule, desorte qu'il ne passe point de sang de l'une à
 » l'autre par le trou ovale dans cet état. Il veut que dans la
 » diastole ou dilatation des oreillettes, le trou soit ouvert, &
 » que cependant le sang de la veine-cave inférieure, malgré
 » sa direction vers ce trou, ne peut point passer dans l'oreil-
 » lette gauche, & il espere le démontrer ci-après.

Remarque. Feu M. Mery, dans son *Traité particulier du Fœtus*, pag. 37. avoit déjà dit que *si le trou se resserre ou se ferme, ce ne peut être que dans le tems que les oreillettes se resserrent; & si ce trou s'ouvre ou se dilate, ce ne peut être que dans le tems de leur relâchement.* M. R. l'avance ici positivement, & en cela il est d'accord avec la plûpart des Harvéens, mais il ne le prouve pas comme il devoit faire, d'autant plus qu'il pouvoit sçavoir que M. Vieussens dans son *grand Traité du Cœur*, avance tout le contraire, & y ajoute les raisons sur lesquelles il se fonde. Ainsi l'obstacle que M. R. prétend avoir trouvé au passage du sang dans la systole des

oreillettes, n'est ni prouvé ni contraire aux Harvéens. A l'égard de l'obstacle qu'il prétend trouver dans leur diastole, nous le verrons plus amplement dans l'article particulier de son système.

Enfin M. R. termine cet article ainsi : » L'usage que Harvé » aussi-bien que ses sectateurs, donne au canal de communi- » cation, n'est pas mieux fondé, sçavoir qu'il n'a été fait que » pour servir de décharge à l'artere pulmonaire, parce que » tout le sang du ventricule droit ne peut passer par les poul- » mons affaîssés, & dont les vaisseaux sont repliés. Et moi, dit- » il, je crois, que si tout le sang du ventricule droit ne passe » pas par le poulmon, ce n'est pas parce que le poulmon est » affaîssé, les vaisseaux repliés, & que le ventricule droit n'a » pas assez de force comme ils le prétendent, &c. Ils auroient » conçu facilement, continue-t-il, que si ce canal n'eût point » été, toute la force restant au ventricule droit & s'appliquant » seulement aux branches pulmonaires, auroit été assez suffi- » sante pour faire passer tout le sang du ventricule droit par les » poulmons. On voit par-là, conclut-il, que le canal de com- » munication a été formé pour d'autres usages, comme je le » démontrerai dans la suite.

Remarque. On ne trouve pas que Harvé ait exclu tout autre usage de ce canal, que celui qu'il a proposé. La seule infection des poulmons du fœtus & des vaisseaux qui s'y ramifient, démontre l'impossibilité de ce que M. R. avance ici sans preuve, que tout le sang du ventricule y pourroit passer. Ainsi cela ne fait pas voir que ce canal a d'autres usages, quand même Harvé & ses sectateurs l'auroient nié.

VI. *Système de M. Winslow sur la circulation du sang du Fœtus.*

M. R. après avoir mis ce titre, commence ainsi : » Il paroît » parle système de M. Winslow, qu'il tâche d'accommoder le » sentiment d'Harvé avec celui de M. Mery, & d'éviter en » habile homme le point de la difficulté. M. R. rapporte ensuite une bonne partie de la page 224. de mon Mémoire de 1717.

& là-dessus, il dit : » M. Winslow donne à entendre qu'il
 » conçoit que le trou ovale est toujours ouvert : Et moi ,
 » ajoute-t-il , je crois qu'il est tantôt ouvert & tantôt fermé.
 » A l'égard du sang , continue-t-il , qui selon cet Auteur se
 » trouve sans impétuosité dans les oreillettes , me paroît n'être
 » ici avancé que pour éluder la question , qui est de sçavoir , si
 » le sang passe de l'oreillette droite à l'oreillette gauche , ou
 » de la gauche dans la droite , &c.

Remarque. M. R. n'auroit pas eu pareil soupçon de moi ,
 s'il s'étoit donné la peine de faire attention à ce que j'ai dit
 auparavant , sçavoir à la page 222. Voici mes paroles : *Le
 tout bien considéré , ces faits & ces expériences (de l'un & de l'autre
 parti) ne prouvent autre chose à mon égard que la liberté
 réciproque du passage du sang. Les conséquences que chacun tire
 à sa façon , des capacités , des puissances , des résistances , des
 vitesses , &c. sont enveloppées de trop de difficultés pour engager
 ceux qui veulent voir clair , de prendre un parti préférablement
 à l'autre.*

Si M. R. avoit tant soit peu réfléchi sur ce qui précède
 encore ceci dans mon Mémoire , principalement sur l'impos-
 sibilité de la démonstration dans l'animal vivant , il m'auroit
 épargné , & il auroit compris que mon dessein ne pouvoit être
 alors d'établir un système propre , puisque tout Physicien desin-
 téressé , concludroit naturellement la même chose sur l'aveu com-
 mun & sur les expériences réciproques de l'un & l'autre parti.

J'ai encore dit , pag. 224. que le trou de communication étant
 toujours ouvert , suivant les expériences de l'un & de l'autre
 parti , il me paroît très-naturel & très-simple que le sang pul-
 monaire & celui des veines caves se rencontrent sans impétuosité
 dans les oreillettes. Ainsi ce n'est que suivant les expériences
 des deux partis , examinées par l'Académie même , que j'ai
 parlé de cette rencontre. Et tout le monde est d'accord que
 dans l'état naturel , les veines se dégorgent ordinairement
 sans impétuosité , au contraire des artères. Il me semble donc
 que je puis aussi le dire , sans être soupçonné de vouloir par-
 là éluder la question.

M. R.

M. R. rapporte ensuite ce que j'ai dit un peu plus haut dans mon Mémoire, page 222. *que je considère le sang poussé par les deux ventricules, comme s'il n'étoit poussé que par un,* » &c. Par cette considération, dit-il, M. Winslow entre dans » une partie de la vraie idée qu'a la nature, sans cependant la » mettre tout-à-fait en évidence.

Remarque. Je n'avois point du tout promis, ni même eu la présomption de pouvoir promettre alors une telle évidence. J'ai au contraire fait entendre qu'il faut voir clair, pour s'engager à prendre un parti préférablement à l'autre.

» M. R. continue ainsi : Quant au calcul, aux capacités, » aux puissances & aux résistances que M. Winslow rejette, » elles ne sont pas selon moi à négliger; je crois même, dit-il, » qu'il est bon de ne les pas perdre de vue, sans cependant s'y » attacher trop scrupuleusement.

Remarque. Je n'ai rien rejeté; j'ai dit seulement que les conséquences que chacun en tire, sont trop obscures, &c. M. R. même veut qu'on ne s'y attache pas trop scrupuleusement.

» Enfin M. R. termine cet article, en disant : Entre les usages » que M. Winslow donne à la valvule d'Estachius, il dit qu'elle » sert pour empêcher que le sang ne regorge dans le cœur & » dans la veine ombilicale, ce que je crois sans peine. A l'égard » de l'affoiblissement. . . qui pourroit arriver au mélange du » sang. . . j'en doute fort.

Remarque. J'ai déjà répondu à cette difficulté dans le premier Mémoire des éclaircissémens, où j'ai rétracté ce que j'avois avancé sur l'usage de cette valvule dans mon Mémoire de 1717.

VII. Système de M. Mery.

» M. R. avertit au commencement de cet article, qu'il ne » doit pas paroître étonnant que la circulation du sang dans le » fœtus, qui ne peut être que conjecturée, & par conséquent » très-difficilement démontrée, soit encore agitée, & que le » système de M. Mery qui établit le passage du sang de

Mem. 1725.

M m

» l'oreillette gauche par le trou ovale dans l'oreillette droite,
 » quoique le plus vrai, ou pour le moins le plus vraisemblable,
 » soit rejeté aujourd'hui de la plupart, pour ne pas dire de tous
 » les Anatomistes ; ce système, dit-il, étant appuyé sur un faux
 » principe, qui lui étoit commun avec Harvé & ses sectateurs,
 » que le trou & le canal de communication n'avoient été
 » formés dans le fœtus que pour abréger la circulation à une
 » partie de la masse du sang, parce qu'étant renfermé dans le
 » sein de sa mere, il ne pouvoit respirer.

Remarque. Personne, que je sçache, n'a combattu ni rejeté le système de M. Mery, précisément parce qu'il étoit fondé sur ce principe, puisque de l'aveu de M. R. il lui étoit commun avec ses adversaires. Ainsi ce n'est pas ce principe qui a mis obstacle au système de M. Mery. Je ne répète pas ici la méprise de M. R. d'avoir imputé ce principe à Harvé & à ses premiers sectateurs.

» M. R. finit cet article ainsi : Comme il est probable, dit-il,
 » par ce que je viens de dire, que le trou ovale & le canal
 » de communication, n'ont pas été formés parce que le fœtus
 » ne respire pas dans le sein de sa mere ; je tâcherai, à la faveur
 » des conséquences que l'on peut tirer des changemens qui
 » arrivent au trou ovale & au canal de communication, pen-
 » dant tout le tems de la grossesse, comme aussi aux vaisseaux,
 » aux oreillettes du cœur, & aux ventricules mêmes, de dé-
 » couvrir non-seulement leurs usages, mais encore comment
 » se fait la circulation du sang, & la cause des différens chan-
 » gemens qui arrivent à cette même circulation, pendant que
 » le fœtus est renfermé dans le sein de sa mere.

Remarque. Jusques ici M. R. a dit dans plusieurs endroits de son écrit, avec une espece d'assurance : *On voit par-là, on voit par ce que je viens de dire, &c.* Dans cet article, il avoue d'abord que la circulation du sang dans le fœtus ne peut être que conjecturée & très-difficilement démontrée, & ensuite il se contente de s'exprimer ainsi : *il est probable par ce que je viens de dire.* Auparavant il a répété plusieurs fois, qu'il espere démontrer, & il a même avancé qu'il démontrera

d'autres usages du trou & du canal. Ici il dit seulement qu'il tâchera, à la faveur des conséquences, de découvrir ces usages & comment se fait la circulation dans le fœtus. M. Mery dans son *Traité particulier sur le fœtus*, avoit déjà avoué, & même fait sentir, non-seulement la difficulté, mais aussi l'impossibilité de cette démonstration, par rapport à l'animal vivant. La même difficulté & la même impossibilité se rencontrent dans l'animal mort, comme j'ai fait voir ci-dessus dans l'article IV. des préparations fraîches & seches.

VIII. *Système de M. Rouhault, de l'usage du trou ovale & du canal de communication.*

C'est le titre que M. R. lui-même donne à cet article, » dont voici le commencement : Les parties du corps du fœtus » dans les premiers tems de la grossesse, ayant très-peu de » ressort, & le ventricule gauche de son cœur ayant beaucoup » plus de sang à faire circuler, qu'en a, proportion gardée, le » ventricule gauche de l'homme... la nature a réuni les forces » des deux ventricules non-seulement dans l'aorte, par le moyen » de l'artere de communication, mais encore dans le ventricule » droit par le moyen du trou ; ce que j'espère démontrer.

Remarque. Il semble qu'il faudroit plutôt dire, que le corps du fœtus ayant plus de sang à faire circuler que celui de l'homme, & le ventricule gauche ne pouvant pas seul y suffire, la nature y a réuni les deux ventricules par le moyen du canal artériel. A l'égard de la réunion des forces des deux ventricules, par le moyen du trou ovale, on verra dans la suite ce que M. R. veut entendre par-là, aussi-bien que par la démonstration qu'il en fait espérer.

» M. R. continue ainsi : Quoique par le moyen du canal de » communication, le sang du ventricule droit, & par le moyen » de la partie supérieure de l'aorte, celui du ventricule gauche, » puisse passer facilement dans la branche inférieure de l'aorte, » cependant il ne reste pas peu de difficulté, lorsqu'on vient à » examiner si le sang qui passe par l'artere de communication, » est poussé par la seule force du ventricule droit.

Remarque. C'est peut-être ici la difficulté qu'il a paru à M. R. (*Art. VI. ci-dessus*) que j'ai tâché d'éviter en habile homme. J'avoue qu'elle ne m'étoit jamais venue dans l'esprit : mais il me paroît que M. R. la propose pour en tirer le premier fondement de son système. Car il tâche d'abord de prouver que le sang du canal artériel n'y est pas poussé par la seule force du ventricule droit ; ensuite il veut établir pour ce ventricule une force auxiliaire , proportionnée aux différens âges du fœtus. Voici ses paroles.

» Si le sang , dit M. R. passe par l'artere de communication ,
 » par la seule force du ventricule droit , & que sa force soit inférieure à celle du ventricule gauche , la circulation doit
 » cesser dans le fœtus renfermé dans le sein de sa mere.

» Si la force continue-t-il , du ventricule droit est égale à celle du gauche , cette circulation ne doit pas se faire après la naissance.

Voilà deux points différens que M. R. propose pour venir à son but , & voici comment il en déduit le premier.

» Si la force , dit-il , du ventricule droit , est par rapport à celle du ventricule gauche , comme un à trois , comme le prétendent la plupart des Anatomistes modernes , le sang ne doit couler dans l'artere de communication qu'avec un degré de force , pendant que le sang qui passe par la branche supérieure de l'aorte coulera , avec trois ; ainsi le sang de cette aorte se présentant à l'embouchure du canal de communication du côté de l'aorte , empêchera non-seulement que le sang du ventricule droit ne passe dans l'aorte inférieure , mais il s'introduira lui-même dans ce canal , & se portera jusques dans l'artere pulmonaire : ce qui fera cesser la circulation.

Remarque. Le ventricule gauche étant composé d'un plus grand nombre de fibres motrices que le ventricule droit ; il est bien à proportion le plus fort des deux : mais ce surplus n'est point à craindre par rapport à la rencontre du sang de l'aorte avec celui du canal de communication. La force du ventricule gauche est bien toute employée à pousser le sang dans l'aorte supérieure , mais elle n'est pas toute employée

à pousser le sang jusqu'à l'embouchure du canal de communication dans l'aorte inférieure. Ce ventricule en pousse encore par le même coup de piston & à la tête, qui est très-grosse dans le fœtus, & aux extrémités supérieures du corps, & cela par des ouvertures antérieures à celle de l'insertion du canal artériel dans l'aorte inférieure. Ainsi la force ou l'effort du ventricule gauche étant distribuée ou partagée comme je viens de dire, si l'on en ôte la portion employée à la tête qui est grosse, & aux extrémités supérieures on n'y trouvera pas la disposition dont parle M. R. dans le premier point de sa difficulté. Au contraire, on trouvera que le ventricule gauche a besoin de plus de force que le ventricule droit, tant dans le fœtus que dans l'homme adulte, mais d'une manière différente, & que le ventricule droit du fœtus est assez fort par lui-même, sans avoir besoin d'une force accessoire. Ainsi la question reste encore ici indécidée.

M. R. fait rouler le second point de la difficulté, sur des inconvénients qu'il suppose, en cas que ce ventricule droit par lui-même eût une force égale à celle du ventricule gauche; & il tâche de les faire sentir par trois propositions.

1. Si la force du ventricule droit par lui-même, dit-il, est égale à celle du ventricule gauche, le canal de communication ne pourra se fermer, comme je le démontrerai ci-après.

2. Si par impossible, continue-t-il, la force des deux ventricules étoit égale, & le canal de communication diminuoit de jour en jour, comme il fait, la force du ventricule droit ne se partageant plus tant du côté de ce canal, se porteroit vers les branches pulmonaires, & les dilateroit à tel point, qu'après la naissance il passeroit par les poumons une si grande quantité de sang, que ne pouvant être reçu dans l'oreillette gauche, il s'arrêteroît dans les veines du poumon, & ainsi empêcheroit la circulation.

3. Enfin, dit M. R. si la force du ventricule droit étoit égale à celle du gauche, lorsque le fœtus est dans le sein de sa mère, cette force deviendroît après la naissance, supérieure

» à celle du ventricule gauche , à cause de la respiration qui
 » rend le passage du sang par les vaisseaux du poulmon, beau-
 » coup plus facile ; ainsi la force de ce ventricule augmenteroit
 » d'autant plus , que le sang trouveroit moins de résistance à
 » parcourir les vaisseaux du poulmon.

Remarque. Pour peu qu'on fasse attention à l'obliquité de l'insertion du canal artériel dans l'aorte , & à ce que je viens de dire dans ma remarque précédente , on voit que toutes ces difficultés ne peuvent faire aucune peine. Car dans le fœtus , comme dans l'homme adulte , les forces des deux ventricules sont réellement inégales , eu égard aux ventricules mêmes ; mais elles sont également proportionnées aux différentes résistances particulières qu'elles doivent surmonter , & pour lesquelles elles sont distribuées ou partagées , comme j'ai insinué , & comme je ferai voir dans la suite.

» Lorsque les ventricules , dit M. R. venant à se contracter ,
 » rechassent dans les sacs une partie du sang (qui n'a pas passé
 » au de-là des valvules jusques dans les ventricules) les sacs
 » & les oreillettes sont non-seulement remplis , mais encore
 » tendus à un point que l'on peut croire sans craindre de se
 » tromper , que les sacs & les oreillettes , & le trou ovale , se
 » trouvent dans ce moment dans le même état que l'on les voit
 » dans les préparations de M. Mery , lorsque les cœurs ont été
 » soufflés. Ainsi les sacs & les oreillettes ne sont pas seulement
 » très-étendues , mais encore la cloison qui les sépare , se trouve
 » si fort allongée , que le trou ovale reste à découvert.

Remarque. La grande quantité du sang que les veines-caves & les veines pulmonaires fournissent , suffit pour remplir & distendre les oreillettes pendant la systole du cœur. La petite quantité rechassée en même tems par les valvules n'est pas assez considérable pour mériter ici une attention particulière. A l'égard des préparations de M. Mery , j'ai assez fait voir dans les remarques précédentes , que l'on n'en peut tirer aucune assurance par rapport à l'état naturel , & qu'on s'y trompe facilement.

» Alors , continue M. R. le sang se présente de part & d'autre

» pour passer par le trou ovale, l'un tente de repousser l'autre :
 » mais comme celui qui est contenu dans le sac de l'oreillette
 » droite, ne se présente à cette ouverture, qu'avec un degré
 » de force, pendant que celui du sac gauche s'y présente avec
 » trois, il n'est pas étonnant que le sang du sac de la veine-ca-
 » ve, cede le passage à celui de la veine pulmonaire.

Remarque. C'est ici la question qu'il a paru à M. R. que
 je voulois éluder, en disant dans mon premier Mémoire, *que*
les deux sangs se rencontrent sans impétuosité dans les oreil-
lettes, & s'y mêlent. J'en ai parlé ci-dessus, & j'ai fait sentir
 l'impossibilité de démontrer si le trou est ouvert dans la dila-
 tation des oreillettes, comme M. R. prétend, ou s'il est alors
 fermé, comme M. Vieussens le croit prouver. Mais supposé
 ce trou ouvert, M. R. auroit dû aussi parler de la grande
 quantité du sang dont les veines remplissent en même tems
 les oreillettes, & déterminer si cela se fait sans impétuosité ou
 avec impétuosité, sans effort ou avec effort, également ou
 inégalement de côté & d'autre. Car la portion rechassée est
 si petite, à proportion de celle-là, que son effort s'y perd
 aussi-tôt, & n'est pas capable de s'opposer au cours de la
 grande quantité de droit à gauche, ni de la déterminer de gau-
 che à droit; ni enfin d'empêcher le mélange des deux sangs, par
 l'ouverture de la cloison des oreillettes. D'ailleurs les liqueurs
 qui se mêlent facilement, ne peuvent pas se rencontrer, soit
 avec effort, soit sans effort, soit également, soit inégalement,
 sans se mêler plus ou moins, sur-tout quand leur rencontre est
 directe ou presque directe; ce que feu M. Varignon fit assez
 connoître à l'occasion de mon premier Mémoire.

» M. R. poursuit ainsi : Le sang du sac pulmonaire étant en-
 » tré dans le sac de la veine-cavé, fait effort contre les parois
 » de ce sac; & comme les valvules triglochines étant soule-
 » vées dans cet instant, font pour ainsi dire partie du sac de
 » l'oreillette droite, elles se trouvent comprimées, aussi-bien
 » que le sang qui est au-dessous d'elles, ainsi le sang contenu
 » dans le ventricule droit, est non-seulement poussé dans l'artère
 » de communication par la contraction de ce ventricule, mais

» encore par la pression que le sang contenu dans l'oreillette
 » droite fait sur les valvules triglochin. Si donc le sang du
 » ventricule droit reçoit de nouvelles forces du sang qui passe
 » du sac pulmonaire dans le sac de la veine-cave, il y a lieu
 » de croire, que plus le trou ovale sera grand, plus il passera
 » de sang & de force, & que le contraire arrivera lorsque le
 » trou ovale diminuera de grandeur.

Remarque. Selon M. R. le ventricule gauche non-seulement pousse le sang dans l'aorte, mais aussi en même tems aide le ventricule droit à en pousser dans le canal de communication. C'est un des usages nouveaux dont il a si souvent fait espérer la démonstration. Mais outre que le sang repoussé perd son effort dans la grande quantité fournie en même tems par les grosses veines; il est encore à observer que cet effort iroit plutôt vers les orifices toujours ouverts des grosses veines où il y a moins de résistance, que vers les valvules triglochin qui sont alors très-fortement soulevées par le sang du ventricule droit. De plus, une telle pression des valvules par le sang de l'oreillette, seroit un obstacle à leur fonction, & empêcheroit le ventricule de se décharger dans l'artere. Ainsi cet usage est encore moins fondé que le passage du sang de gauche à droit. On peut dire la même chose de la conséquence que M. R. en tire par rapport à l'âge du fœtus.

» Le passage du sang de l'oreillette gauche dans l'oreillette
 » droite, ajoute M. R. ne sert pas seulement à augmenter les
 » forces du ventricule droit, il sert de plus à aggrandir la capacité du sac de la veine-cave & de l'oreillette droite, car sans
 » ce secours le sang qui n'a pas passé au de-là des valvules triglochin, refluant avec une trop petite quantité & avec des
 » forces trop inférieures.... n'auroit-il jamais pû lui donner une
 » capacité telle qu'il lui convenoit, comme au plus grand réservoir du sang qui soit dans le corps de l'homme ?

Remarque. La dilatation particuliere de l'oreillette droite par le sang, rechassé ou repoussé de l'entrée du ventricule gauche, est encore un des nouveaux usages du trou ovale selon M. R. Mais l'oreillette droite n'est-elle pas assez dilatée,
 fans

sans ce secours , par la quantité considérable du sang des veines caves & de la veine ombilicale ?

„ Après avoir proposé mes conjectures , continue M. R. , touchant ce qui se passe dans la systole du cœur , je vais , tâcher présentement de découvrir ce qui arrive dans le temps , de la diastole ou dilatation du cœur.... Dans le temps que le , sac & les oreillettes se contractent , la cloison qui avoit été , étendue à tel point , que sa valvule avoit laissé le trou ovale , à découvert , reprend son ressort , & se contractant en quel- , que façon , rapproche la partie inférieure de la cloison de la , partie supérieure , & la valvule du bord supérieur du trou , ovale , en sorte que cette ouverture se trouve fermée de ma- , nière qu'il ne peut point passer du sang à travers. Il est pro- , bable que dans ce moment le trou ovale est tel que les par- , tisans de Harvé nous le démontrent dans leurs préparations , fraîches , c'est-à-dire , que la valvule recouvre un peu le , bord supérieur du trou ovale. „

Remarque. M. R. ayant traité de conjecture ce qu'il vient de dire du trou ovale dans la dilatation des oreillettes , & tâché de découvrir ce qui arrive dans leur contraction , avance simplement que le trou par leur contraction se trouve fermé ; il n'en apporte aucune preuve ni démonstration , il n'en fait pas même espérer. Il se contente encore de dire qu'il est probable , que le trou est alors comme dans les préparations fraîches des partisans d'Harvé. Outre ce que j'en ai dit dans l'article qui regarde ces préparations , j'ajoute ici qu'elles ne peuvent pas représenter les oreillettes dans l'état de leur contraction ; car dans ces préparations , les fibres charnues sont entièrement relâchées , comme dans tout autre muscle nouvellement préparé. Ainsi le point de la difficulté & la question dont M. R. a parlé à mon égard , restent encore tout-à-fait dans leur entier.

M. R. finit son écrit par une récapitulation très-abrégée de son système , & en promettant de continuer son travail là-dessus. Je donnerai en attendant une seconde suite de mes éclaircissemens.

S E C O N D M E M O I R E

S U R

L A G O N I O M E T R I E

P U R E M E N T A N A L Y T I Q U E ,

O U

M E T H O D E N O U V E L L E E T G E N E R A L E

pour déterminer exactement , lorsqu'il est possible , ou indéfiniment près lorsque l'exactitude est impossible , la valeur des trois Angles de tout Triangle rectiligne , soit rectangle , soit obliquangue , dont les trois côtés sont donnés en nombres ; & cela par le seul Calcul analytique sans Tables des Sinus , Tangentes & Secantes.

Par M. DE LAGNY.

31. Dec.
1725.

IL est nécessaire de reprendre ici en peu de mots les premiers principes de cette méthode , que je n'ai fait que commencer d'établir sur la fin du Mémoire de l'année dernière 1724. & pour mettre d'abord le lecteur bien au fait , je prends pour exemple le triangle rectiligne rectangle dont les trois côtés sont entre eux comme les nombres 3 : 4 : & 5. je suppose qu'on veuille connoître la valeur de ses deux angles aigus. (*Voyez la Figure V.*) Il suffit de connoître dans le triangle *opq* , l'angle aigu *q* , opposé au petit côté *op* , & je dis & je démontrerai dans ce Mémoire , que cet angle qui est incommensurable à l'angle droit , (seul terme naturel de comparaison pour la mesure de tous les angles obliques) est suivant l'expression ordinaire , compris entre ces deux valeurs ,
 $36^{\circ}, 52', 11'', 37''', 53''' , 29'', 24''' , 29''', 55''', 10''' , 2'' +$
 & $36^{\circ}, 52', 11'', 37''', \&c , \&c , \&c , \&c , 10''' 3'' -$
 enforte que la différence est moindre qu'une minute du dixième

me genre, laquelle est précisément cette partie aliquote de l'angle droit $\frac{1}{54. 419. 558. 400. 000. 000. 000.}$ L'on auroit pû se fixer à une partie aliquote de l'angle droit, encore indéfiniment plus petite que celle-là.

On sent bien qu'en se servant des tables des sinus, même les plus vastes, il seroit impossible d'atteindre, ni même d'approcher sensiblement d'une telle détermination. Toutes ces tables sont essentiellement bornées à une approximation fixe. Les tables ordinaires le sont à une minute près, & les plus vastes à dix secondes près. Ce qui n'empêche pas que ces tables ne soient très-utiles & très-commodes dans la pratique, pour calculer avec assez d'exaëtitude, par rapport à l'usage qu'on en veut faire ordinairement, tous les angles sensibles, tant sur la terre que dans les cieux; l'on peut même en se servant de ces tables, pousser encore un peu plus loin, mais seulement jusqu'à un certain point fixe & déterminé, cette approximation, en prenant, comme on fait, une partie de l'arc proportionnelle à la différence du sinus donné, de la tangente ou de la sécante données aux deux sinus immédiatement prochains, ou aux deux tangentes ou aux deux sécantes immédiatement prochaines, dans les tables, tant en nombres naturels qu'en logarithmes. On doit certainement beaucoup de loüanges à la patience infatigable de ceux qui ont pris la peine de calculer ces tables, quoiqu'ils eussent pû & même dû suivre une méthode plus simple & plus naturelle dans la division & les subdivisions du quart du cercle, en degrés, minutes, secondes, &c.

Mais d'ailleurs je crois que l'on conviendra sans peine, que par rapport à la théorie, cette partie, ou plutôt cette moitié de la Géométrie qui a pour objet la mesure des angles linéaires & solides, resteroit imparfaite en soi, si l'on n'avoit pas une méthode générale pour approcher indéfiniment près de la valeur de ces mêmes angles. Il faut absolument pour la perfection de la théorie géométrique, pouvoir, quand on le voudra, lever cette barrière qu'on trouve dans les

284 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
tables, & qui arrête tout court l'esprit dans la recherche de la
vérité.

La Goniométrie analytique suppose nécessairement qu'on
sçache, comme par préliminaire, résoudre le Problème suivant.

P R O B L E M E.

*Le rapport d'un arc quelconque, moindre que le quart de cercle
au quart de ce même cercle, étant exprimé exactement par deux
nombres entiers premiers entre eux, déterminer le rapport de ce
même arc au rayon du cercle, le plus exactement & le plus parfaite-
ment qu'il est possible, par deux fractions, dont les deux numéra-
teurs soient l'unité (qui représente le rayon constant) & les deux
dénominateurs soient deux nombres entiers qui ne diffèrent entre
eux que de l'unité, en sorte que ces deux fractions puissent toujours
être représentées par $\frac{1}{x} -$ & par $\frac{1}{x+1} +$.*

On demande, par exemple, entre quelles deux parties
aliquotes prochaines du rayon, se trouve la valeur d'un degré
qui est la 90^{ie} partie du quart du cercle, & je réponds que
c'est entre la $\frac{1}{7}$ & la $\frac{1}{8}$ du rayon.

La résolution de ce Problème, & de tous les Problèmes
du même genre, & leur démonstration, dépendent de ce
Problème général.

*Le diamètre du cercle étant donné en nombre quelconque,
trouver la circonférence de ce même cercle à moins d'une unité
près, par défaut & par excès.*

Ce Problème n'a pas encore été pleinement & parfaite-
ment résolu par la méthode la plus simple qui soit possible.
Je l'ai seulement indiquée à la fin de mon Mémoire de 1719.
page 145. mais ce que j'y ai donné est suffisant pour résoudre
le Problème ci-devant, par la règle suivante, en supposant
ce qui est démontré, que le rayon étant 1000, le quart de
cercle est entre 1570 + & 1571 —.

R E G L E.

Faites cette double analogie.

Comme 1570 + (qui représente le quart de cercle)
 est à 90 (nombre des degrés du même quart de cercle)
 Ainsi 1000 (qui représente le rayon)
 est à $\frac{90000}{1570}$ — valeur d'un degré en parties 1000^{mes}
 du rayon,

Et comme 1571 —
 est à ... 90

Ainsi..... 1000
 est à... $\frac{90000}{1571}$ + valeur d'un degré en parties 1000^{mes}
 du même rayon.

OPERATION ET DÉMONSTRATION.

Diviseur.	Dividende.	Quotient.	Diviseur.	Dividende.	Quotient.
1570	90000	57 $\frac{510}{1570}$	1571	90000	57 $\frac{453}{1571}$
5....7850.			5....7855.		
1150:0			1145:0		
7....1099 0			7....1099 7		
1 ^{er} reste ... 51 0			2 ^d reste 45 3.		

La preuve de la bonté du calcul est, que l'excès du premier reste..... 510
 sur le 2^d reste.. 453

est..... 57 égal au quotient même 57 en entiers.

Donc la valeur d'un degré est entre la $\frac{1}{57}$ — & la $\frac{1}{58}$ +.
Ce qu'il falloit démontrer.

E X E M P L E I I.

On demande entre quelles deux parties aliquotes prochaines du rayon, se trouve la valeur d'une minute qui est la 5400^{me} partie du quart de cercle, & je réponds que c'est entre la $\frac{1}{3437}$ & la $\frac{1}{3418}$ du rayon.

Il est démontré que le rayon étant de 100000, le quart de la circonférence du cercle est entre 157079 + & 157080 —.

Je fais donc comme dans l'exemple précédent, cette double analogie,

$$\begin{array}{rcl}
 157079 + : 5400 :: 100000 : 540.000.000 & = & \left\{ \begin{array}{l} 3438 - \\ \dots \\ 157079 \dots \end{array} \right. \\
 \hline
 \& 157080 - : 5400 :: 100000 : 540.000.000 & \left\{ \begin{array}{l} 3437 + \\ \dots \\ 157080 \dots \end{array} \right. \\
 \hline
 \end{array}$$

OPERATION ET DÉMONSTRATION.

Première division.

$$157079 \dots \left\{ \begin{array}{l} 540.000.000 \\ \dots \end{array} \right\} 3437 \frac{119477}{157079}$$

$$\begin{array}{rcl}
 3 \dots & \left\{ \begin{array}{l} 471237 \dots \\ 68763 : 0.. \end{array} \right. & \\
 4 \dots & \left\{ \begin{array}{l} 628316 \\ 59314 : 0. \end{array} \right. & \\
 3 \dots & \left\{ \begin{array}{l} 471237 \\ 121903 : 0 \end{array} \right. & \\
 7 \dots & 1099553 & \\
 \hline
 \end{array}$$

premier reste 119477

Seconde division.

$$157080 \dots \left\{ \begin{array}{l} 54.000.0000 \\ \dots \end{array} \right\} 3437 \frac{116040}{157080}$$

$$\begin{array}{rcl}
 3 \dots & 47.124 & \\
 & 6876 : 0.. & \\
 4 \dots & 62832 & \\
 & 5928 : 0. & \\
 3 \dots & 47124 & \\
 & 12156 : 0 & \\
 7 \dots & 109956 & \\
 \hline
 \end{array}$$

second reste 116040

La premiere preuve de la bonté du calcul est, que l'excès du premier reste ... 119477
sur le second reste .. 116040

est..... $\underline{3437}$ égal au quotient même 3437.

La seconde preuve est qu'en prenant la 6^{me} partie de ce dernier quotient 3437, le quotient en entier est égal au quotient pour le degré 57 +.

Donc la valeur d'une minute de degré est entre la $\frac{1}{3437}$ & la $\frac{1}{3438}$ du rayon. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE GENERAL.

En continuant de même par synthese, & vérifiant doublement le calcul à chaque article, comme dans l'exemple précédent, j'ai trouvé les valeurs suivantes en parties aliquotes du rayon pour les secondes, les tierces, &c. jusqu'aux dixièmes inclusivement; Sçavoir,

Que l'arc d'une seconde est entre $\frac{1}{206264}$ & $\frac{1}{206265}$ du rayon.

L'arc d'une tierce entre $\frac{1}{12.375.888}$ & $\frac{1}{12.375.889}$ du rayon.

D'une quarte entre $\frac{1}{742.553.302}$ & $\frac{1}{742.553.303}$ du rayon.

D'une quinte entre $\frac{1}{44.553.198.149}$ & $\frac{1}{44.553.198.150}$ du rayon.

D'une sixte entre $\frac{1}{2.673.191.888.962}$ & $\frac{1}{2.673.191.888.963}$ du rayon.

D'une septieme entre $\frac{1}{160.391.513.337.742}$ &
 $\frac{1}{160.391.513.337.743}$ du rayon.

D'une huitieme entre $\frac{1}{9.623.490.800.264.527}$ &
 $\frac{1}{9.623.490.800.264.528}$ du rayon.

D'une neuvieme entre $\frac{1}{577.409.448.015.871.652}$ &

$\frac{1}{34.644.566.880.952.299.167}$ du rayon.

Enfin l'arc d'une minute du dixieme genre est entre

$\frac{1}{34.644.566.880.952.299.167}$ & $\frac{1}{34.644.566.880.952.299.167}$ du rayon.

R E M A R Q U E I.

Si au lieu de la synthese, on opere par analyse en commençant par trouver entre quelles deux parties aliquotes prochaines du rayon est la valeur de l'arc d'une minute du dixieme genre, l'on aura tout de suite & par une opération très-simple, en rétrogradant la série, des valeurs des arcs d'une minute du 9^{me}, du 8^{me}, du 7^{me} &c. & du premier genre; & enfin la valeur de l'arc d'un degré. Et voici comment j'opere.

On sçait que suivant la division & les subdivisions ordinaires du quart de cercle, il contient 90 degrés

5.400'
324.000''
19.440.000'''
1.166.400.000^{IV}
69.984.000.000^V
4.199.040.000.000^{VI}
251.942.400.000.000^{VII}
15.116.544.000.000.000^{VIII}
906.992.640.000.000.000^{IX}
54.419.585.400.000.000.000^X

Ainsi suivant la regle générale expliquée dans les deux exemples ci-dessus, pour les arcs d'un degré & d'une minute, je forme la double analogie sur le rayon supposé

$\frac{1.00000.00000.00000.000000}{1.57079.63267.94896.61923}$

& l'arc du quart de cercle correspondant

$\frac{1.57079.63267.94896.61923}{1.57079.63267.94896.61924}$

$\frac{1.57079.63267.94896.61924}{1.57079.63267.94896.61924}$

& je

Et je divise

54419.558400.000000.000000.000000.000000.000000
 par ces deux valeurs du quart de cercle, c'est-à-dire,
 par 157079, &c. 3 +
 & par 157079, &c. 4 —

Les deux quotiens vérifiés par la première preuve, donnent de même que ci-dessus la valeur de la minute du dixième genre

entre $\frac{1}{34.644, \&c. \&c. \&c. \&c. 166}$ & $\frac{1}{34.644, \&c. \&c. \&c. \&c. 167}$.

Or ayant présentement cette dernière valeur, si je veux avoir toute la série précédente en rétrogradant, il n'y a qu'à retrancher continuellement le dernier chiffre, comme, par exemple, 6 + ou 7 —, & prendre la sixième partie de ce qui reste de droite à gauche, & l'on trouvera la même série que ci-dessus, ce qui confirme parfaitement la bonté du calcul. Je suppose par-tout les numérateurs = 1, & voici les dénominateurs.

Dont la 60. ^{me} =	{	34.644.56688.09522.9916	{	6 + ou 7 — min. du X. ^{me} genre.
		5.774.09448.01587. 165	{	2 + ou 3 — min. du IX. ^{me}
		962.34908.00264. 527	{	+ ou 8 — min. du VIII. ^{me}
		160.39151.33377. 42	{	+ ou 3 — min. du VII. ^{me}
		26.73191.88896. 2	{	+ ou 3 — min. du VI. ^{me}
		4.45531.98149	{	+ ou 50 — min. du V. ^{me}
		74255. 3303	{	+ ou 4 — min. du IV. ^{me}
		12375. 888	{	+ ou 9 — min. du III. ^{me}
		2062. 64	{	+ ou 5 — min. du II. ^{me}
		343. 7	{	+ ou 8 — min. simple du I. ^{er}
		57.	{	+ ou 58 — degré.

REMARQUE II.

Pour faire facilement les deux grandes divisions ci-dessus, sçavoir de

5441.955840.000000.000000.000000.000000.000000
 par 1570.796326.794896.61923 +
 & par 1570.796326.794896.62924 —

L'on construira par la simple addition & la simple duplica-

Mem. 1725.

O o

OPERION ET DEMONSTRATION.

SECONDE DIVISION.

DIV

DIVIDENDE.

1570.7963.2674— { 5441 9558 4000 0000 0000 0 { 0 ¹⁹									
3.....	4712	3889	8038	4689	8577	2			
	729	5668	5961	5310	1422	8 0			
4.....	628	3185	3071	7958	6476	9 6			
	101	2483	2889	7351	4945	8 40			
6.....	94	2477	7960	7693	7971	5 44			
	7	0005	4928	9657	6974	2 960			
4.....	6	2831	8530	7179	5864	7 696			
		7173	6398	2478	1109	5 264 0			
4.....		6283	1853	0717	9586	4 769 6			
		890	4545	1760	1523	0 494 40			
5.....		785	3981	6339	7448	3 096 20			
		105	0563	5420	4074	7 398 200			
6.....		94	2477	7960	7693	7 971 544			
		10	8085	7459	6380	9 426 6560			
6.....		9	4247	7796	0769	3 797 1544			
		1	3837	9663	5611	5 629 5016 0			
8.....		1	2566	3706	1435	9 172 9539 2			
			1271	5957	4175	6 456 5476 80			
8.....			1256	6370	6143	5 917 2953 92			
			14	9586	8032	0 539 2522 8800			
9.....			14	1371	6694	1 154 0695 7316			
				8215	1337	9 385 1827 1484 0			
5.....				7853	9816	3 397 4483 0962 0			
				361	1521	5 987 7344 0522 00			
2.....				314	1592	6 535 8979 3238 48			
				46	9928	9 451 8364 7283 520			
2.....				31	4159	2 653 5897 9323 848			
				15	5769	6 798 2466 7959 6720			
9.....				14	1371	6 694 1154 0695 7316			
				1	4398	0 104 1312 7263 9404 0			
9.....				1	4137	1 669 4115 4069 5731 6			
					260	8 434 7197 3194 3672 40			
1.....					157	0 796 3267 9489 6619 24			
					103	7 638 3929 3704 7053 160			
6.....					94	2 477 7960 7693 7971 544			
					9	5 160 5968 6010 9081 6160			
6 +					9	4 247 7796 0769 3797 1544			
Second reste.....						912 8172 5241 5284 4616			

OPERATION ET DEMONSTRATION.

PREMIERE DIVISION.

DIVISEUR.

DIVIDENDE.

1570-7963-2679-4896-6192-3-+ {5441 9558 4000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000}									
3	4712	3889	8038	4689	8576	9			
4	729	5668	5961	5310	1423	1	0		
6	628	3185	3071	7958	6476	9	2		
8	101	2483	2889	7351	4945	1	80		
9	94	2477	7960	7693	7971	5	38		
10	2005	4928	9657	6974	6	420			
11	2831	8530	7179	5864	7	692			
12	173	6198	2478	1109	8	728	0		
13	5283	1853	0717	9586	4	769	2		
14	990	4745	1760	1523	3	958	80		
15	785	3981	6339	7448	3	096	15		
16	105	0563	5420	4074	0	862	650		
17	94	2477	7960	7693	7	971	538		
18	10	8085	7459	6380	2	891	1120		
19	1247	7796	0769	3797	1	538			
20	1	3837	9663	5611	9	093	9582	0	
21	1	2566	3706	1435	9	172	9138	4	
22	1271	5957	4175	6456	9	921	2043	60	
23	1256	6370	6143	5917	2	2953	84		
24	14	9586	8032	4	003	7089	7600		
25	14	1371	6694	1	154	6695	7307		
26	8215	1338	2	849	6194	0293	0		
27		7853	9816	3	397	4483	0961	5	
28		361	1521	5	987	7344	0522	00	
29		314	1592	6	535	8979	3238	46	
30		46	9929	2	916	2931	6093	040	
31		31	4159	2	653	5897	9323	846	
32		15	5770	0	262	7033	6769	1940	
33		14	1371	6	694	1154	0695	7307	
34		1	4398	3	568	5879	6073	4631	0
35		1	4137	1	669	4115	4069	1730	7
36		261	1	899	1764	2003	8202	30	
37		1570	0	796	3267	9489	6619	23	
38		104	1	102	8496	2514	1283	070	
39		94	2	477	7960	7693	7971	38	
40		98	625	0535	4810	4311	1320		
41		9	247	7796	0769	1797	1538		
42		4	377	2739	4051	0514	3782		

Premier reste..... 4 377 2739 4051 0514 3782

OPERATION ET DEMONSTRATION.

SECONDE DIVISION.

DIVISEUR.

DIVIDENDE.

1570-7963-2679-4896-6192-4- {5441 9558 4000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000}									
3	4712	3889	8038	4689	8577	2			
4	729	5668	5961	5310	1422	8	0		
6	628	3185	3071	7958	6476	9	6		
8	101	2483	2889	7351	4945	8	40		
9	94	2477	7960	7693	7971	5	44		
10	2005	4928	9657	6974	2	960			
11	2831	8530	7179	5864	7	696			
12	7173	6398	2478	1109	5	264			
13	6283	1853	0717	9586	4	769	6		
14	890	4545	1760	1523	3	096	40		
15	785	3981	6339	7448	3	095	20		
16	105	0563	5420	4074	7	398	200		
17	94	2477	7960	7693	7	971	544		
18	10	8085	7459	6380	9	426	6560		
19	9	4247	7796	0769	3	797	1544		
20	1	3837	9663	5611	5	629	5016	0	
21		2566	3706	1435	9	172	9539	2	
22		1271	5957	4175	6	456	1476	80	
23		1256	6370	6143	5	917	2953	92	
24		14	9586	8032	0	539	2522	8800	
25		14	1371	6694	1	154	0695	7316	
26		8215	1337	9	385	1827	1484	0	
27		7853	9816	3	397	4483	0962	0	
28		361	1521	5	987	7344	0522	00	
29		314	1592	6	535	8979	3238	48	
30		46	9929	2	916	2931	6093	040	
31		31	4159	2	653	5897	9323	848	
32		15	5769	6	798	2466	7959	6720	
33		14	1371	6	694	1154	0695	7316	
34		1	4398	0	104	1312	7263	9404	0
35		1	4137	1	669	4115	4069	1731	6
36		260	8	434	7197	3194	1672	40	
37		1570	0	796	3267	9489	6619	24	
38		103	7	638	3929	3704	7053	160	
39		94	2	477	7960	7693	7971	544	
40		95	160	5968	6010	9081	6160		
41		9	247	7796	0769	1797	1544		
42		4	377	2739	4051	0514	3782		

Second reste..... 912 18172 5241 5284 4616

Donc la valeur d'une minute du dixieme genre est entre la
du rayon = 1.
Et la
3464-4566-8809-5339-9167
du même rayon.
Ce qu'il falloit demonst.

3464-4566-8809-5339-9166

Soit le dividende donné en nombre entier $\equiv a$.

Et le diviseur aussi donné en nombre entier $\equiv b$.

Soit le quotient en nombre entier $\equiv c$.

Et le reste de la division aussi en nombre entier $\equiv d$.

Je dis que si l'on divise le même nombre a par $b - 1$, & que le nouveau quotient en entier soit encore le même $\equiv c$, & le nouveau reste $d + e$, la différence de ces deux restes sera aussi $\equiv e$.

DÉMONSTRATION.

Par l'hypothese l'on a cette double équation,

$$1^{\circ}. \frac{a}{b} = c + \frac{d}{b}. \text{ Donc } a = bc + d.$$

$$2^{\circ}. \frac{a}{b-1} = c + \frac{d+e}{b-1}. \text{ Donc } a = bc - 1c + 1d + 1e.$$

$$\text{Donc } bc + 1d = bc - 1c + 1d + 1e.$$

$$\text{Donc enfin } 1c = 1e. \text{ Ce qu'il falloit démontrer.}$$

REMARQUE III.

Je me suis attaché à donner la méthode générale de réduire en deux parties aliquotes, prochaines & immédiates du rayon,

que je suppose toujours $\equiv 1$. sçavoir en $\frac{1}{1x}$ & $\frac{1}{1x+1}$,

toute partie aliquote donnée du quart de cercle linéaire,

comme $\frac{1}{a}$, en supposant successivement $a \equiv 90$ pour les

dégrés, $a \equiv 5400$ pour les minutes, $a \equiv 324000$ pour

les secondes, & ainsi de suite, pour les tierces, les quarts,

&c. J'ai suivi en cela l'usage universellement établi, & l'on

est comme forcé de s'y conformer dans la pratique; mais il

seroit aisé de démontrer géométriquement, analytiquement

& métaphysiquement, que la seule division & les seules sub-

divisions du quart de cercle, simples, naturelles, & raison-

nables, auroient dû être de diviser le quart de cercle en 30

dégrés, chaque degré en 32 minutes, chaque minute en 32

secondes, &c. ou en 32 degrés, chaque degré en 32 minu-

292 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 tes, chaque minute en 32 secondes, &c. C'est le sujet d'une
 Dissertation préliminaire de ma *Trigonométrie Française* ou
réformée.

Cette méthode peut s'appliquer également à toute autre
 division & subdivision du quart de cercle en général, &
 aux parties *aliquantes* comme aux parties *aliquotes* correspon-
 dantes du rayon, comparées aux parties aliquotes & *aliquantes*
 de ce même quart de cercle, & réciproquement. Les deux
 nombres cyclométriques & goniométriques fondamentaux,
 sont ceux qui expriment indéfiniment près le rapport du
 rayon au quart de cercle, soit qu'on les prenne dans la serie
 que donne le triangle des rapports.

Rayon..... 2.... 7.... 212.... 226, &c.
 quart de cercle linéaire... 3.... 11.... 333.... 355, &c.

Soit qu'on s'affujettisse à l'expression ordinaire des nom-
 bres, par la progression décuple, comme

en prenant le rayon..... $a = 1000.0000$, &c.

& le quart de cercle correspondant $b = 1570.7963$ +

& $b = 1570.7964$ —

Or ces nombres fondamentaux doivent être pris assez grands,
 (comme on le peut toujours) pour que l'arc donné étant expri-
 mé par b , & par $\frac{b}{b+c}$, & faisant les deux analogies suivantes,

Comme $b + c$

est à a

Ainsi.. $\frac{b}{b+c}$

est à un 4^e terme $\frac{ab}{bb+bc} = d$

Et comme $b + c$

est à a

Ainsi.... $\frac{b}{b+c}$

est à $\frac{ab}{bb+bc+cc+cc} = e$.

La différence des quotiens d & e soit moindre qu'une

partie aliquote donnée $\frac{a}{f}$, & plus grande que la partie

aliquote donnée $\frac{a}{f+1}$, ou en général plus grande que $\frac{a}{a+g}$

& moindre $\frac{a+1}{a+g}$. C'est-à-dire, qu'il faut, ou que les deux

numérateurs soient les mêmes, & que les deux dénominateurs ne diffèrent que d'une unité, ou que les deux dénominateurs soient les mêmes, & que les deux numérateurs ne diffèrent que d'une unité. C'est la seule maniere naturelle de déterminer le plus parfaitement qu'il est possible, le rapport de deux grandeurs incommensurables, tels que sont démonstrativement le rayon & toute partie aliquote ou aliquante du quart de cercle linéaire.

C'est ainsi qu'Archimede auroit pû d'abord déterminer le rapport du diametre à la circonférence du cercle par ces deux fractions, le diametre étant $= 1$. La circonférence est entre $3 \frac{1}{7} -$ & $3 \frac{1}{8} +$. Mais il l'a déterminé entre $3 \frac{10}{71}$ & $3 \frac{10}{72}$; il l'auroit mieux déterminé entre $3 \frac{101}{741}$ & $3 \frac{106}{741}$.

Pour mieux faire entendre ma pensée, je reprends l'exemple de la réduction de l'arc d'un degré en parties aliquantes décimales du rayon $= 100.0000.0000.0000.0000$.

le quart de cercle

fera..... $= 1570.7963.2679.4896.61923 +$
& c'est le premier Diviseur.

ou $1570.7963.2679.4896.61924 -$
& c'est le second Diviseur.

& le Dividende

commun..... $= 9000.0000.0000.0000.00000, \&c.$
on opérera comme on voit dans la seconde Planche ci-à-côté.

Et ôtant du 1^{er} reste 1. 3294. 6600. 2985. 5479. 5452

Le 2^d reste,..... 7565. 0820. 7854. 7247. 4576

La différence de ces deux restes

est..... 5729. 5779. 5130. 8232. 0876.

& cette différence étant égale au quotient, le calcul est bon.

$$\text{la } \frac{100.0000.0000.0000.0000}{5729.5779.5130.8232.0879} \text{ --- du rayon} = 1.$$

$$\& \text{ la } \frac{100.0000.0000.0000.0000}{5729.5779.5130.8232.0877} \text{ + du même rayon} = 1.$$

Ce qu'il falloit trouver & démontrer.

R E M A R Q U E I V.

Ces exemples contiennent une nouvelle méthode de division, qui m'a paru plus simple & plus régulière que les anciennes, soit qu'il s'agisse d'opérer sur des grands diviseurs, (auquel cas il faut construire par addition & duplication simples, la petite table des huit premiers multiples de ces diviseurs) soit que les diviseurs donnés ne soient que des nombres médiocres, auquel cas on peut se passer de la petite table des multiples. Je me suis toujours proposé de bannir absolument, ou autant qu'il est possible, tout tâtonnement dans les calculs arithmétiques & algébriques, en les réduisant tous à la simple addition & à la simple soustraction.

On trouve encore deux avantages dans cette nouvelle méthode de division, sans même supposer la table des huit premiers multiples.

Le premier est que toutes les fois qu'en opérant pour trouver le quotient cherché, on retrouve le même chiffre pour quotient *partial*, & par conséquent pour multiplicateur du diviseur, on s'épargne entièrement la peine de faire cette inutile & ennuyeuse multiplication, il n'y a qu'à copier & transcrire simplement sous le dividende, le produit qu'on a devant les yeux, & qui répond à ce même chiffre dans l'opération précédente.

Le second avantage est que si l'on se méprend par hasard dans le cours de l'opération, par exemple, dans le 7^e chiffre du quotient, ayant pris ce 7^e chiffre trop grand ou trop petit (comme on le reconnoît d'abord par le produit à ôter & par le reste) on n'est point obligé de recommencer entièrement la division, comme il arrive dans la méthode ordinaire, &

OPERON ET DEMONSTRATION.

PREMIERE D pour le degré ou la $\frac{11}{90}$ du Quart de Cercle linéaire, dont le Dividende ns la Division précédente, & le Diviseur plus grand de l'unité.

Le Div

D I V I D E N D E.

DIV 14 — { 9000 0000 0000 0000 0000 0 &c.

1570-7963-2679	5.....	7853	9816	3397	4483	0962	0				
		1146	0183	6602	5516	9038	00				
	7.....	1099	5574	2875	6427	6334	68				
		46	4609	3726	9089	2703	320				
	2.....	31	4159	2653	5897	9323	848				
		15	0450	1073	3191	3379	4720				
	9.....	14	1371	6694	1154	0695	7316				
			9078	4379	2037	2683	7404	0			
	5.....		7853	9816	3397	4483	0962	0			
			1224	4562	8639	8200	6442	00			
	7.....		1099	5574	2875	6427	6334	68			
			124	8988	5764	1773	0107	320			
	7.....		109	9557	4287	5642	7633	468			
			14	9431	1476	6130	2473	8520			
	9.....		14	1371	6694	1154	0695	7316			
				8059	4782	4976	1778	1204	0		
	5.....		7853	9816	3397	4483	0962	0			
			205	4966	1578	7295	0242	00			
	1.....		157	0796	3267	9489	6619	24			
			48	4169	8310	7805	3622	760			
	3.....		47	1238	8980	3846	8985	772			
			1	2930	9330	3958	4636	9880	0		
	8.....			1	2566	3706	1435	9172	9539	2	
					364	5624	2522	5464	0340	80	
	2.....				314	1592	6535	8979	3238	48	
					50	4031	5896	6484	7102	320	
	3.....				47	1238	8980	3846	8985	772	
					3	2792	7006	2637	8116	5480	
	2.....				3	1415	9265	3589	7932	3848	
	0					1376	7740	9048	0184	1632	00
	8.....					1256	6370	6143	5917	2953	92
						120	1370	2904	4266	8678	080
	7.....					109	9557	4287	5642	7633	468
						10	1812	8616	8624	1044	6120
	6.....					9	4247	7796	0769	3797	1544
Second reste.....							7565	0820	7854	7247	4576

OPERATION ET DEMONSTRATION.

PREMIERE DIVISION pour le degré ou la $\frac{1}{2}$ du quart de Cercle linéaire, réduite en parties aliquantes décimales du rayon = 1000.0000, &c.

Le Diviseur est 1570.7963, &c. le Dividende est 9000.0000, &c.

DIVISEUR.

DIVIDENDE.

		1570.7963 2679 4896 61924 ÷ { 9000 0000 0000 0000 0000 0 &c.									
Quotient.	5	7853	9816	3397	4483	0961	5				
	7	1146	0183	6602	5516	9038	50				
	2	1099	5574	2875	6427	6334	61				
	2	46	4609	3720	9089	2703	890				
	9	15	4159	2653	5897	9323	846				
Quotient.	5	1371	6694	1073	3191	3380	0440				
	7	14	1371	6694	1154	0695	7307				
	2	9078	4379	2037	2684	3133	0				
	2	853	9816	3397	4483	0961	5				
	9	1224	4562	8639	8201	2171	50				
Quotient.	5	1090	5574	2875	6427	6334	61				
	7	12	3088	5764	1773	7836	890				
	2	109	9557	4287	5642	7633	461				
	2	14	9431	1476	6130	8203	4290				
	9	14	1371	6694	1154	0695	7307				
Quotient.	5	8059	4782	4976	7507	6983	0				
	7	7853	9816	3397	4483	0961	5				
	2	205	4966	1579	3024	6021	50				
	2	157	0796	3267	9489	5619	33				
	9	48	4169	8311	3334	9402	270				
Quotient.	5	47	1238	8980	3846	8985	769				
	7	1	2910	3330	9688	0416	0100	0			
	2	1	2566	3706	1435	9172	5338	3			
	2		364	5624	8252	1243	5471	50			
	9		314	1592	6355	8979	3238	46			
Quotient.	5		50	4032	1716	2264	2233	140			
	7		47	1238	8989	3846	8985	769			
	2		3	2793	2735	8417	1247	3710			
	2			1415	9265	3589	7932	1846			
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient.	5										
	7										
	2										
	2										
	9										
Quotient											

l'on ne recommence dans celle-ci qu'à ce même 7^e chiffre, & les six premiers subsistent comme bons. Ainsi l'on voit toujours clairement & distinctement toute la suite de l'opération lorsqu'on veut la vérifier.

REMARQUE. V.

On verra dans la suite de ce Mémoire, que l'on trouve la valeur des angles cherchés par la détermination de la partie aliquote du rayon, ou des deux parties aliquotes prochaines & immédiates de ce rayon, entre lesquelles se trouve la valeur de l'arc qui sert de mesure à l'angle cherché, ce rayon étant $= r$, & la tangente constamment égale à 1. J'ai démontré en ne supposant que les trois fameuses propositions d'*Euclide*, la 47^e du 1.^{er}, la 1.^{re} & la 4^e proposition du 6^e livre de ses *Eléments*; j'ai, dis-je, démontré dans les Mémoires de 1719, que l'arc correspondant à cette tangente est égal à la somme

de cette serie indéfinie $\frac{3rr-1}{3r^3} + \frac{7rr-5}{35r^7} + \frac{11rr-9}{22r^{11}} + \dots$

&c.

La serie des numérateurs $3rr-1$, $7rr-5$, $11rr-9$, $15rr-13$, &c. est une progression arithmétique continue, dont le premier terme est $3rr-1$, & la différence constante est $4rr-4$, à $3rr-1$ premier numérateur,

ajoutez..... $4rr-4$

la somme est..... $7rr-5$ second numérateur,

ajoutez..... $4rr-4$

la somme est..... $11rr-9$ troisieme numérateur,

ajoutez..... $4rr-4$

la somme est..... $15rr-13$ quatrieme numérateur,

& ainsi de suite à l'infini.

La serie des dénominateurs $3r^3$, $35r^7$, $22r^{11}$, $195r^{15}$, &c. est formée par la multiplication respective

de 1×3 par $r^3 = 3r^3$ premier dénominateur.

de 5×7 par $r^7 = 35r^7$ second dénominateur.

de 9×11 par $r^{11} = 99r^{11}$ troisieme dénominateur.

de 15×13 par $r^{15} = 195r^{15}$ quatrieme dénominateur.

&c. &c.

& ainsi de suite à l'infini.

C'est-à-dire, qu'elle est formée par la multiplication de deux nombres impairs prochains quelconques par r élevé à la puissance qui a pour exposant le plus grand de ces deux nombres impairs.

Or dans la serie naturelle des nombres impairs,

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, &c.

dont les exposants sont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c.

Si l'on exprime en général tout exposant par a , l'exposant du terme suivant sera $a + 1$, le nombre impair correspondant à l'exposant a , pourra toujours être exprimé par $4a - 3$, & le nombre impair correspondant à l'exposant $a + 1$, pourra toujours être exprimé par $4a - 1$, qui surpasse de 2 le nombre $4a - 3$.

Le produit de deux nombres impairs prochains quelconques pourra donc être exprimé universellement par le produit de $4a - 3$, multiplié par $4a - 1$, c'est-à-dire, par $16aa - 16a + 3$, car $4a - 1$,

multiplié par $4a - 3$

$$\begin{array}{r} 16aa - 4a \\ - 12a + 3 \\ \hline \end{array}$$

produit $16aa - 16a + 3$

Les deux nombres impairs qui suivent immédiatement $4a - 3$, & $4a - 1$, sont évidemment $4a + 1$ & $4a + 3$, & leur produit est $16aa + 16a + 3$,

car $4a + 3$

multiplié par $4a + 1$

$$\begin{array}{r} 16aa + 12a \\ + 4a + 3 \\ \hline \text{produit } 16aa + 16a + 3 \end{array}$$

Ainsi toute la serie des dénominateurs pourra être exprimée universellement, de la manière suivante.

Le Dénominateur du premier terme quelconque, pris à discrétion dans la serie, sera exprimé par $16aa - 16a + 3 \times r^{4a-1}$ & son numérateur correspondant sera exprimé par $4a - 1 \times rr - 4a - 3$, & par conséquent ce premier terme quelconque, pris à discrétion dans la serie, sera exprimé par $\frac{4a - 1 \times rr - 4a - 3}{16aa - 16a + 3 \times r^{4a-1}}$, en supposant que l'exposant de ce premier terme est exprimé par a .

Ils'ensuit que le terme immédiatement suivant dans la même serie, sera exprimé universellement par $\frac{4a + 3 \times rr - 4a + 1}{16aa + 16a + 3 \times r^{4a+3}}$.

Par exemple, si l'on prend le 3^e terme de la serie $\frac{3rr-1}{3r^3}$
 $+ \frac{7rr-5}{35r^7} + \frac{11rr-9}{99r^{11}} + \frac{15rr-13}{195r^{15}}$, &c. ce 3^e terme est $\frac{11rr-9}{99r^{11}}$. Je suppose l'exposant $3=a$, on aura $4a-1=4 \times 3-1=12-1=11$ & $4a-1 \times rr=11rr$ & $4a-3=12-3=9$. On aura donc le numérateur $4a-1 \times rr-4a-3=11rr-9$, & pour le dénominateur on aura $a=3$
 $16a=48$
 $16aa=144$

Donc $16aa-16a+3=144-48+3=99$,
 & $r^{4a-1}=r^{11}$.

Donc le dénominateur de ce 3^e terme sera $99r^{11}$, & le 3^e terme même sera $\frac{11rr-9}{99r^{11}}$.

On trouvera de même le 4^e terme qui suit immédiatement le 3^e, en supposant toujours $3=a$ dans la formule $\frac{4a+3 \times rr-4a+1}{16aa+16a+3 \times r^{4a+3}}$, car $4a+3=15$ & $4a+1=13$.

Donc le numérateur sera $15rr-13$, & le dénomi-

nateur $16aa + 16a + 3 \times r^{4a+3} = 195r^{15}$.

Donc le 4^e terme de la serie sera $\frac{15rr-13}{195r^{15}}$, & ainsi des autres à l'infini.

$$\text{Cette serie } \frac{3rr-1}{3r^3} + \frac{7rr-5}{35r^7} + \frac{11rr-9}{99r^{11}} + \frac{15rr-13}{195r^{15}}$$

&c. est la plus prompte, la plus élégante comme la plus convergente de toutes celles que je connois pour rectifier l'arc, dont la Tangente étant 1, & le rayon $= r$ est multiple en raison quelconque de cette tangente.

Par exemple, dans le triangle rectiligne & rectangle dont les trois côtés sont 3 : 4 : & 5, pour trouver la valeur de l'angle aigu opposé au petit côté 3, je me fers d'un triangle rectiligne & rectangle, dérivé de celui-là, & dont le plus grand côté d'autour de l'angle droit est 7 que je prends pour rayon, & dont le petit côté d'autour de l'angle droit est 1 que je prends pour tangente de l'arc qui sert de mesure au complement de l'angle aigu cherché à l'angle demi-droit.

$$\begin{aligned} \text{J'ai donc } \dots r &= 7 \\ \text{\& par conséquent } rr &= 49 \\ r^3 &= 343 \\ r^4 &= 2401 \\ \hline &\text{\&c.} \quad \text{\&c.} \end{aligned}$$

Et substituant ces valeurs de 7 & de ses puissances dans la serie $-\frac{3rr-1}{3r^3} + \frac{7rr-5}{35r^7} + \frac{11rr-9}{99r^{11}}$, &c. la valeur de ce dernier arc cherché sera $\frac{146}{1029} + \frac{338}{28.824.005} + \frac{530}{195.755.347.557} +$ &c. je déterminerai exactement les limites d'approximation de chaque terme, ou absolument & indépendamment de toute institution purement arbitraire ou en degrés, minutes, secondes, tierces, &c. à l'ordinaire.

Je dis que chacun des termes pris à discrétion dans cette serie, sera moindre que la $\frac{1}{2401^{\text{me}}}$ du terme immédiatement

précédent, & par conséquent que la somme totale de tous les termes suivans à l'infini (laquelle somme donne indéfiniment l'arc cherché) est moindre que la $\frac{1}{2400^{\text{me}}}$ du seul terme auquel on s'est arrêté.

Car suivant la formule d'intégration pour les series dont les termes sont en progression géométrique continue, descendante à la somme totale de $\frac{1}{2401} + \frac{1}{2401^2} + \frac{1}{2401^3} \&c.$

à l'infini, est précisément $= \frac{1}{2400}$. Donc si une serie quelconque décroît en plus grande raison que celle de 2401 à 1, (quelle que puisse être cette serie) la somme de tous les termes suivans à l'infini sera plus petite que la $\frac{1}{2400^{\text{me}}}$ du premier de ces termes quelconques, auquel on s'est arrêté. Il reste à démontrer que dans la formule exemplaire qui représente seule toute la serie, par les deux termes quelconques qui se suivent immédiatement ; Sçavoir,

$$\frac{4a - 1 \times r r - 4a - 3}{16aa - 16a + 3 \times r r - 1} \& \frac{4a + 3 \times r r - 4a + 1}{16aa + 16a + 3 \times r r + 1}.$$

Le premier de ces deux termes contient plus de fois le second que r^4 ne contient l'unité. Or c'est ce qui est aisé à démontrer, en réduisant ces deux termes, qui sont deux especes de fractions, à une même dénomination : car pour lors le premier terme sera au second, comme le numérateur de la premiere fraction réduite est au numérateur de la seconde fraction, aussi réduite. Il n'y a donc (sans avoir égard à ce dénominateur commun) qu'à multiplier en croix le numérateur de la premiere fraction par le dénominateur de la seconde, & réciproquement le numérateur de la seconde fraction par le dénominateur de la premiere. Et l'on trouvera que le premier terme, par exemple $\frac{3rr-1}{3r^3}$ a plus grande raison

au second terme $\frac{7rr-5}{35r^7}$ que r^4 à 1.

multipliez... $35r^7$ multipliez... $7rr—5$ par..... $3rr—1$ par..... $3r^3$ le produit est $105r^9—35r^7$ le produit est $21r^5—15r^3$ Je dis que si l'on multiplie le 2^d produit $21r^5—15r^3$
par..... r^4 le troisieme produit..... $21r^9—15r^7$
est plus petit que le premier produit..... $105r^9—35r^7$.

Car divisant chacun de ces deux produits par r^7 , il reste à prouver que $105rr—35$ est plus grand que $21rr—15$, & ajoutant 35 de part & d'autre, & ôtant aussi $21rr$ de part & d'autre; je dis que $84rr$ est plus grand que 20 , ou que $21rr$ est plus grand que 5 , puisque 3×7 est plus grand que 1×5 , ce qui est très évident, puisque par l'hypothese, r est plus grand que 1 . tangente constante d'un arc toujours moindre que la 24^{me} partie de la circonférence entiere.

Je dis de même que le 2^d terme $\frac{7rr—5}{35r^7}$ contient plusde fois le 3^e terme $\frac{21rr—9}{99r^{11}}$ que r^4 ne contient l'unité,multipliez... $99r^{11}$ multipliez..... $35r^7$ par..... $7rr—5$ par..... $11rr—9$ le produit est $693r^{13}—495r^{11}$ le produit est $385r^9—315r^7$.

Je dis que si l'on multiplie ce produit $385r^9—315r^7$ par r^4 , & que l'on compare $385r^{13}—315r^{11}$, ou (ce qui revient au même & est plus simple) si l'on compare $385r^9—315r^7$ avec $693r^9—495r^7$, ou $385rr—315$ avec $693rr—495$, ou $308rr$ avec 180 , ou enfin $77rr$ avec 15 . Il est évident que r étant par l'hypothese plus grand que l'unité qui est la tangente de 15 degrés; il est, dis-je, évident que $77rr$ est plus grand que 15 , puisque 7×11 seul est plus grand que 3×5 , & en général que $4a—1 \times 4a + 3$ est plus grand que $4a—5 \times 4a—3$ dans la double formule exemplaire ci-dessus. Donc chaque terme de cette serie pris à discrétion au-dessous du premier, sera moindre que la $\frac{1}{1401}$ partie du terme précédent. *Ce qu'il falloit d'abord démontrer.*

Lorsque le rayon r n'est pas précisément multiple de la tangente donnée t , l'on se servira de la formule suivante pour l'arc $= x$ qui correspond à la tangente $= t$.

$$\text{L'on aura } x = \frac{3rrt^1 - 1t^3}{3rr} + \frac{7rrt^5 - 5t^7}{35r^6} + \frac{11rrt^9 - 9t^{11}}{99r^{10}} +$$

&c. dont la construction, l'usage & la limitation sont aisées à trouver & à démontrer par ce qui vient d'être dit & démontré pour les tangentes sous-multiples du rayon dans la serie précédente. Car il n'y a qu'à supposer toujours $t=1$, & r égal à un nombre mixte d'entier & de fraction, ou à une fraction impropre; par exemple, au lieu de $r=7$ & $t=1$, si l'on suppose le rayon $= 13$, & la tangente $= 3$, il n'y a qu'à supposer $t=1$, & $r=4\frac{1}{3}$ ou $=\frac{13}{3}$, & tout le reste se démontrera de même & par la même formule précisément.

Je passe présentement à la division générale des triangles rectilignes & rectangles, dont les côtés sont donnés en nombres, & dont il faut trouver exactement ou indéfiniment près la valeur des angles, lorsqu'ils sont incommensurables entr'eux, sans se servir des tables des sinus, &c.

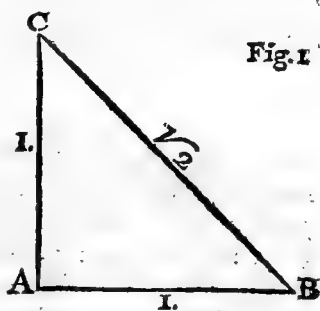
I.

Tout triangle rectiligne & rectangle est, ou isoscele ou scalene.

II.

Dans le triangle rectiligne rectangle & isoscele, comme le triangle ABC , il ne faut aucun calcul pour trouver la valeur de ses angles aigus: car il est évident que chacun de ces angles est un demi droit.

L'hypothénuse est double en puissance de chacun des deux côtés qui comprennent l'angle droit.

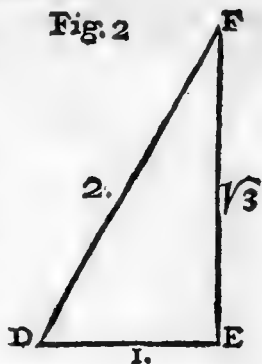


III.

Dans le triangle rectiligne rectangle & scalene, qui a

son hypothenuse double en longueur du petit côté, comme dans le triangle DEF , il ne faut encore aucun calcul pour connoître la valeur de ses deux angles aigus D & F . Car il est démontré que le petit angle F est le tiers de l'angle droit, & que par conséquent l'autre angle aigu E en est les deux tiers. On sçait que ce triangle DEF est la moitié parfaite du triangle équilatéral qui auroit l'hypothenuse DF pour un, & par conséquent pour chacun de ses trois côtés. Or chacun des trois angles du triangle équilatéral est les deux tiers d'un droit. Donc, &c.

Fig. 2



IV.

Le triangle équilatéral est le seul triangle obliquangle, dont connoissant en nombre les trois côtés ou leur rapport, on connoisse exactement le rapport de ses trois angles.

V.

Tout autre triangle, soit rectangle, soit obliquangle, qui a trois côtés commensurables, aura ses trois angles (ou du moins deux, s'il est isoscele) incommensurables au troisieme, par exemple, les triangles rectangles $3 : 4 : 5$

$$5 : 12 : 13$$

$$8 : 15 : 17$$

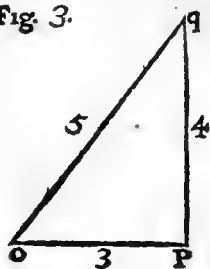
&c. &c. &c. ont leurs angles aigus incommensurables à l'angle droit, de même que les triangles obliquangles scalenes $13 : 14 : 15$ & $15 : 41 : 52$, &c. Il en est de même des triangles obliquangles isosceles $3 : 3 : 5$. & $4 : 4 : 5$, &c. parce qu'en général toute corde commensurable au diametre, excepté le rayon seul, soustend un arc incommensurable à la circonférence entiere; ce qui se démontre par la serie des équations des arcs multiples ou sous-multiples, comparés à l'arc simple en général, qui est partie aliquote de la circonférence entiere. Il faudroit une équation

de l'infinitieme degré pour y satisfaire universellement, & par conséquent c'est une équation impossible.

V.

Dans tout triangle rectiligne rectangulaire & scalene, qui a son hypoténuse moindre que le double de son petit côté, comme dans le triangle opq , dont l'hypoténuse $oq = 5$, est moindre que 6, double du petit côté $op = 3$, & dont le 3^{me} côté $pq = 4$, l'on ne peut connoître indéfiniment la valeur du petit angle aigu, opposé au côté op , que par

Fig. 3.



une série composée d'un nombre indéfini de termes qui doivent être les plus convergents qu'il est possible, en sorte qu'on connoisse la valeur de cet angle aigu à moins d'une partie aliquote quelconque de l'angle droit, par exemple, à moins d'une cent millieme, d'une cent mille millionieme, &c. de l'angle droit, ou plutôt de l'angle qui est la sixieme partie de l'angle droit. C'est ce qui sera démontré dans la suite de ce Mémoire; il faut pour cet effet faire la préparation suivante par cette analogie, dans la premiere classe des triangles rectangles.

Comme la somme des deux côtés qui comprennent l'angle droit,
est à la différence de ces deux mêmes côtés.

Ainsi le rayon ou sinus total constant $= 1$,
est à un 4^{me} terme qui sera la tangente de l'excès du demi-droit sur l'angle aigu cherché.

C'est-à-dire, dans l'exemple particulier du triangle 3 : 4 : 5,

Comme $4 + 3 = 7$

est à $4 - 3 = 1$

Ainsi 1 sinus total

est à $\frac{1}{7}$, tangente de l'excès du demi-droit sur l'angle cherché.

Mais au lieu de supposer le rayon $= 1$, & la tangente $= \frac{1}{7}$, on pourra supposer le rayon $= 7$, & la tangente $= 1$.
Ce qui ne change rien.

Il s'agit présentement de démontrer que dans cette première classe des triangles rectangles, on trouve par l'analogie précédente le moyen général de les transformer en triangles rectangles, dont le plus petit des deux angles aigus soit toujours moindre que la 6^{me} partie de l'angle droit, ou que 15 degrés. Voyez les Figures 3 & 4.

Or c'est une maxime constante que plus l'angle aigu cherché est petit, & plus promptement & plus facilement on rectifie indéfiniment près l'arc qui lui sert de mesure, en se servant du rapport connu de la tangente de cet arc au rayon, parce que dans la formule générale de rectification de cet arc,

$$\text{ſçavoir } x = \frac{3rr-1}{3r^3} + \frac{7rr-5}{35r^7} + \&c. \text{ plus le rapport}$$

du rayon $= r$ à la tangente $= t$ sera grand, & plus chaque terme de la serie décroîtra en raison continuellement plus que quadruplée de ce dernier rapport. Ainsi après avoir démontré ci dessus, que supposant le rayon $= r = 7$, & la tangente $= t$, chaque terme décroît en plus grande raison que celle de 2401 à 1. Si l'on suppose $r = 41$, & $t = 1$, comme dans le second triangle rectangle 20. 21. & 29, qui se transforme en celui-ci 41 : 1 : & $\sqrt{1682}$ (on peut négliger entierement l'irrationnel $\sqrt{1682}$) les termes de la serie résultante décroîtront continuellement en plus grande raison que celle de $41^4 = 2.825.761$. à 1 ; enforte que le second terme de la serie sera plus de 2.825.761 fois plus petit que le premier terme, & le troisieme terme sera plus de 2.825.761 fois plus petit que le second terme, & ainsi de suite.

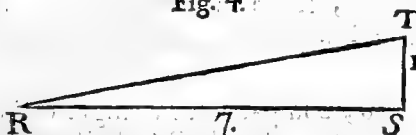
Si l'on suppose $r = 239$, & $t = 1$, comme dans le troisieme triangle rectangle, dont les côtés comprenant l'angle droit, sont 119. & 120, qui se transforme en celui-ci, 239 : 1 : $\sqrt{57122}$ (on peut négliger entierement l'irrationnel $\sqrt{57122}$) les termes de la serie résultante décroîtront continuellement en plus grande raison que celle de 3.262.808.641. à 1, & ainsi de suite, enforte que la serie peut devenir indéfiniment convergente.

THEOREME

THEOREME I.

Dans tout triangle rectiligne, rectangle & scalene, comme opq , (Fig. 3.) dont l'hypoténuse oq est moindre que le double du petit côté op , si l'on fait, ou seulement, si l'on suppose un second triangle rectiligne scalene RST ;

Fig. 4.



rectangle en S , tel que le grand côté RS d'autour de l'angle droit, soit égal à la somme des deux côtés op , oq , du premier triangle, & le plus petit des deux côtés ST soit égal à la différence des deux côtés op , oq , du premier triangle; je dis que le petit triangle aigu R est égal à l'excès de l'angle o , sur la moitié de l'angle droit, & par conséquent égal à l'excès de cette même moitié de l'angle droit sur l'angle q , en sorte que l'angle R étant connu, il est évident que les angles cherchés, o & q , le seront aussi.

Je dis de plus que cet angle R sera plus petit que la 6^{me} partie de l'angle droit, ou plus petit que 15 degrés.

Démonstration de la première partie du Théoreme.

Il est démontré en général dans tous les traités de Trigonométrie, que si les deux côtés d'un triangle rectiligne scalene quelconque, sont donnés avec l'angle qu'ils comprennent, on trouvera les deux autres angles de ce même triangle, en faisant cette analogie.

Comme la somme des deux côtés donnés est à leur différence.

Ainsi la tangente de la moitié de la somme des deux autres angles cherchés est à la tangente de la moitié de leur différence.

Or, dans le cas particulier où l'angle donné est droit, la moitié de la somme des deux autres angles cherchés est évidemment un demi-droit, dont la tangente est le rayon même ou le sinus total. Donc l'analogie générale pour tout triangle rectiligne, se change en celle-ci pour le triangle rectangle.

Mem. 1725.

Voyez Ozanam. Tables des Sinus. p.

53.

Q 9

Comme la somme des deux côtés donnés
est à leur différence.

Ainsi la tangente de l'angle demi-droit ou le sinus total ;
est à la tangente de la moitié de la différence des deux an-
gles aigus cherchés.

C'est-à-dire à la tangente de l'excès du plus grand de ces
deux angles sur le demi-droit , & en même tems à la tan-
gente de l'excès du demi-droit sur le plus petit de ces deux
angles cherchés.

Or dans les Figures 5 & 6 , comparant le triangle rectan-
gle donné opq , avec le triangle rectangle RST ; il est évi-
dent que RS est par construction , égal à la somme des deux
côtés op , pq , & que ST est égal à la différence de pq à op .
Donc prenant RS pour sinus total , & ST pour tangente
du petit angle aigu R ; il est , dis-je , évident que cet angle R
est égal à la moitié de la différence des deux angles aigus o &
 q , dont la somme est un angle droit. Donc en connoissant
l'angle R , on connoitra les deux angles aigus cherchés o & q .
Or on connoitra aisément , promptement & indéfiniment près
l'angle R , ou l'arc de cercle dont le rayon est RS , & la tan-
gente ST , par la formule ci-dessus pour la rectification géné-
rale des arcs dont on connoît le rayon & la tangente , &
l'on connoitra d'autant plus aisément , plus promptement , &
plus indéfiniment près cet arc , à proportion que l'angle R sera
plus petit ou plus aigu. La mesure fixe est constante du *Ma-*
ximum du calcul nécessaire pour cette rectification indéfinie
de l'arc qui sert de mesure à l'angle cherché R , c'est le cas
primitif & le moins favorable de tous , lorsque cet angle R
est égal à la sixieme partie de l'angle droit ou à 15 degrés ,
& ce même angle R ne pouvant jamais être connu exacte-
ment , mais seulement indéfiniment près , lorsque (comme
on le suppose toujours ici) les deux côtés op , pq , sont donnés
en nombre , il est évident que la formule ci-dessus $\frac{3rr-1}{3r^3}$

+ $\frac{7rr-5}{35r^7}$, &c. donne parfaitement tout ce qu'on peut
souhaiter sur ce sujet.

Démonstration de la seconde partie.

Je dis que l'angle R est toujours plus petit que la 6^{me} partie de l'angle droit, lorsque l'hypoténuse oq est moindre que le double du petit côté op , comme on le suppose dans toute la première classe des triangles rectangles.

1°. Lorsque l'hypoténuse du triangle rectangle est précisément double du petit côté, il est démontré que le petit angle aigu est le tiers d'un angle droit, ou qu'il est de 30 degrés. Or par la formation simplement analogue dans ce cas, de même que dans le triangle donné opq & dans le triangle RST , l'angle R est égal à l'excès du demi-droit ou de 45 degrés sur l'angle q de 30 degrés, cette angle R est donc précisément de 15 degrés ou de la 6^e partie de l'angle droit.

2°. Lorsque l'hypoténuse est moindre que le double du petit côté, il s'ensuit nécessairement & évidemment que l'angle opposé à ce petit côté, est plus grand que le tiers de l'angle droit ou que 30 degrés. Donc la différence à l'angle demi-droit, ou de 45 degrés, sera moindre que 15 degrés, ou moindre que la sixième partie de l'angle droit. C'est-à-dire que dans l'exemple proposé des triangles opq & RST , l'angle q sera plus grand que 30 degrés, & l'angle R plus petit que 15 degrés, puisque si de 45 j'ôte plus de 30, il est évident qu'il reste moins de 15.

Donc en général dans toute la classe des triangles rectangles, dont l'hypoténuse est moindre que le double du petit côté, l'angle dérivé R sera moindre que 15 degrés. *Ce qu'il falloit démontrer en second lieu.*

R E M A R Q U E.

Cet angle R peut donc approcher à l'infini de la sixième partie de l'angle droit, mais il ne peut jamais y atteindre, & comme lorsque cet angle est de 15 degrés précisément, il est aisé de démontrer que le rayon étant 1, la tangente de 15, degrés est $2 - \sqrt{3}$, ou $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$, ce qui revient au même,

Q q ij

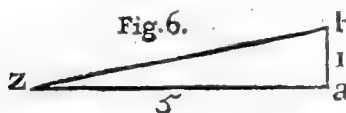
L'on peut substituer à cette formule irrationnelle, deux séries rationnelles indéfinies de triangles rectangles, dont les deux côtés d'autour de l'angle droit seront rationnaux, & qui approcheront indéfiniment près l'une de ces séries par excès, & l'autre série par défaut du rapport de 1 à 2 — $\sqrt{3}$ ou de 1 à $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ suivant cette formule exemplaire $\frac{a}{b}$ & $\frac{4b-1a}{1b}$.

Si l'on suppose $a = 1$ & $b = 4$, on aura cette série par défaut, $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{13}$, $\frac{13}{56}$, $\frac{56}{209}$, &c.

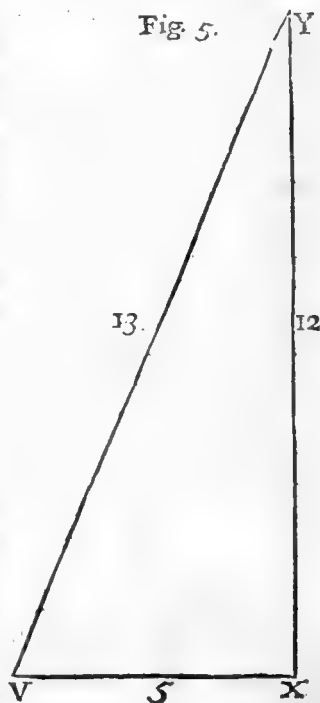
Mais si l'on suppose $a = 1$, & $b = 3$, l'on aura cette série par excès, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{11}{41}$, $\frac{41}{153}$, &c.

THEOREME II.

Dans tout triangle rectiligne, rectangle & scalene, comme VXY dont l'hypoténuse $VY = 13$ est plus grande que le double du petit côté $VX = 5$ (car 13 est plus que double de 5), & dont l'autre côté moyen $XY = 12$ qui comprend l'angle droit X, conjointement avec le petit côté VX, si l'on fait, ou seulement, si l'on suppose un second



triangle rectiligne & scalene, zab. rectangle en a, & tel que le grand côté d'autour de l'angle droit za, soit égal au petit côté VX du premier triangle VXY, & que le petit côté ab du second triangle soit égal à l'excès de l'hypoténuse VY du premier triangle sur son côté moyen XY. Je dis, 1°. que le

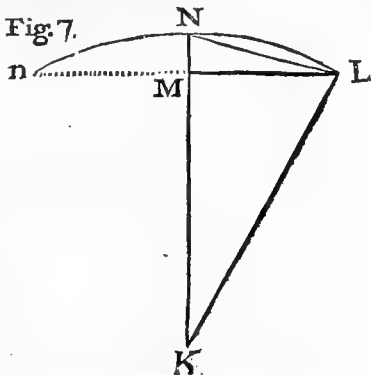


petit angle aigu Z , est la moitié du petit angle aigu Y . Je dis, 2°. que cet angle Z est moindre que la sixième partie de l'angle droit, ou plus petit que 15 degrés.

Démonstration de la première partie du Theoreme.

Soit dans la Figure 7. le triangle rectiligne scalene KLM , rectangle en M , & dont l'hypoténuse KL soit plus que double du petit côté LM .

Fig. 7.



PREPARATION.

Prolongez le côté KM en N , en sorte que KN soit égal à KL , ensuite du centre K & de l'intervalle KL , décrivez l'arc de cercle LNn , terminé au point n par la ligne LM , prolongée de M vers n , en sorte que Mn soit égale à ML , & joignez LN .

Dans le petit triangle MLN , l'angle à la circonférence MLN , a pour sa mesure la moitié de l'arc Nn ou de son égal l'arc NL ; mais l'angle MKL ou NKL a pour sa mesure l'arc entier NL . Donc l'angle MLN est la moitié de l'angle MKL , & par conséquent dans les Figures 5 & 6, l'angle Z est moitié de l'angle Y . *Ce qu'il falloit premièrement démontrer.* Car dans le petit triangle MNL , le petit côté MN est égal à l'excès de l'hypoténuse KL sur le côté moyen MK , de même que ab (Fig. 6.) est par construction ou par hypothèse, égal à l'excès de l'hypoténuse VY sur le côté moyen XY (Fig. 5.) & dans le même triangle MNL , le côté moyen ML est en même tems le petit côté du triangle KML , de même que dans le triangle zab , le côté moyen za est par construction ou par hypothèse, égal au petit côté VX du grand triangle VXY .

Démonstration de la seconde partie du même Theoreme.

Lorsque l'hypoténuse d'un triangle rectiligne , & rectangle , est précisément double du petit côté , le petit angle aigu est le tiers de l'angle droit. Comme dans la Fig. 2. l'hypoténuse DF étant double du petit côté DE , il est démontré que l'angle aigu F , est le tiers de l'angle droit , & par conséquent que la moitié de l'angle I dans le triangle GHI (Fig. 8.) est la 6^me partie de l'angle droit ; & il est de même démontré que cet angle I est égal à l'excès de l'angle demi-droit , sur le petit angle aigu F , car 15 degrés est en même tems , & la moitié de 30 degrés , & l'excès de 45 degrés sur 30 degrés.

Mais lorsque l'hypoténuse est plus que double du petit côté , l'angle aigu opposé à ce petit côté , est par conséquent moindre que le tiers de l'angle droit , ou que 30 degrés. Donc la moitié de ce même angle aigu fera moindre que la 6^me partie de l'angle droit , ou moindre que 15 degrés. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*



COROLLAIRE GENERAL.

Les trois côtés de tout triangle rectiligne , rectangle & scalene , peuvent donc être représentés par cette Formule générale.

Le petit côté $= a$.

L'hypoténuse $= 2a + b$.

Le côté moyen $= c = \sqrt{3aa + 4abb + bb}$.

1°. Si $b = 0$. C'est le cas le plus simple , & le cas seul & unique de son espece. Ses deux angles aigus sont connus , le petit angle est le tiers d'un droit , ou de 30 degrés , & le grand angle aigu est les deux tiers d'un droit ou de 60 degrés. Il ne faut aucun calcul pour parvenir à la connoissance de la grandeur de ces deux angles aigus.

2°. Si l'hypoténuse $= 2a - b$, comme dans le triangle 3 : 4 : 5, il faut chercher l'angle aigu qui sert de complément au demi-droit au petit angle aigu cherché, opposé au petit côté 3, & pour cet effet il faut faire cet analogie.

Comme $a \div c$, pris pour sinus total particulier
est à $c - a$, pris pour tangente.

Ainsi 1 , pris pour sinus total en général,

est à $\frac{c-a}{a+c} = d$, tangente particulière d'un angle toujours moindre que la $\frac{1}{2}$ de l'angle droit, & par conséquent moindre que $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$, ou que $2 - \sqrt{3}$, qui est la tangente de l'angle ou de l'arc de 15 degrés, ou la tangente de l'arc qui est la $\frac{1}{24^{\text{me}}}$ partie de la circonférence entière.

Ensuite l'on cherchera & l'on déterminera indéfiniment près, c'est-à-dire, aussi près qu'on voudra, par la serie, le rapport de l'arc de cette tangente à la $\frac{1}{6^{\text{me}}}$ du quart de cercle linéaire, ou (ce qui revient au même) le rapport de l'angle cherché à l'angle de 15 degrés, & l'on se servira de la formule $\frac{3rr-1}{3r^3} + \frac{7rr-5}{35r^7} + \frac{11rr-9}{99r^{11}}$ &c. lorsque le rayon est multiple de la tangente.

Ainsi dans l'exemple de la tangente rectangle, 3 : 4 : 5, l'on fera cette analogie.

Comme $4 \div 3 = 7$.

est à $4 - 3 = 1$.

Ainsi le sinus total & constant $= 1$,

est à $\frac{1}{7}$, tangente correspondante

à l'arc qui sert de complément à l'angle cherché pour égaler l'angle demi-droit.

On supposera donc le rayon $r = 7$, & la tangente $= r = 1$, & l'on aura en substituant 7 à la place de r , & 49 à la

312 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
place de rr dans le numérateur, & 343 à la place de r^3 . Et
enfin les 7.^{mes}, 11.^{mes}, 15.^{mes}, &c. puissances de 7 au lieu
de r^7 , r^{11} , r^{15} , &c.

Et l'on trouvera une série rationnelle indéfinie, dont le premier terme seul, sçavoir, $\frac{146}{1029}$, donnera l'angle de complément à 45 degrés, 8^d 7', &c. & par conséquent l'angle même cherché, 36^d, 52', &c. à moins de 2'' 27''' près, en faisant cette analogie.

Comme 261. 799. 387 — &c. $\left\{ \begin{array}{l} \text{valeur constante de 15 de-} \\ \text{grés, le sinus total étant} \\ 1000.000.000, \text{ \&c.} \end{array} \right.$
est à 141. 885. 325 + $\left\{ \begin{array}{l} \text{valeur du 1^{er} terme } \frac{146}{1029} \end{array} \right.$

Ainsi 15 degrés

est à un quatrième terme, 8^d 7', &c.

Et si à cette valeur l'on ajoute la valeur du second terme,

$\frac{338}{28.824.005}$, on aura les degrés, minutes, secondes, tierces, &c.

La formule générale pour l'arc de 15 degrés, le rayon étant = 1, & le côté du triangle équilatéral inscrit étant

= $a = \sqrt{3}$, cette formule générale & indéfinie est $\frac{4a}{1 \times 3 \times 3^2}$

$$+ \frac{8}{5 \times 7 \times 3^4} + \frac{12a}{9 \times 11 \times 3^6} + \frac{16a}{15 \times 13 \times 3^8}, \text{ \&c.}$$

ou

$$\frac{4a}{11 \times 3^7}$$

Or $a = \sqrt{3}$, se peut transformer (suivant le Mémoire que j'ai donné en 1723.) en série rationnelle indéfiniment approchée & indéfiniment convergente. Donc, &c.

Lorsque la tangente trouvée immédiatement, n'est pas sous-multiple du rayon, il sera plus commode de se servir, ou de la série $\frac{1}{1} - \frac{1^3}{7r^4} + \frac{1^5}{5r^4} - \frac{1^7}{7r^6}$, &c. composée de termes alternatifs, par + & —, ou de celle-ci qui en résulte, & qui

& qui est toute additive, $\frac{37725 - 117}{177} + \frac{77715 - 517}{5 \times 17 \times 77} + \&c.$
 3°. Enfin, si l'hypoténuse $= 2a + b$, comme dans le triangle 5, 12, 13, on trouvera par les mêmes séries en formule, la moitié du petit angle cherché. C'est ce que je vais expliquer dans le Problème suivant.

PROBLÈME.

Trouver la valeur des deux angles aigus d'un Triangle rectiligne & rectangle, dont les trois côtés sont donnés en nombres & qui est dans la seconde classe.

Soit l'hypoténuse $= 13$,

le plus grand des deux côtés d'autour de l'angle droit $= 12$.

& le petit côté $= 5$.

Je connois d'abord que ce triangle donné est de la seconde classe, parce que l'hypoténuse 13 est plus grande que le double du petit côté 5.

Je suppose qu'on veuille connoître la valeur du petit angle aigu opposé au petit côté 3 en degrés, minutes, secondes & tierces à moins d'une tierce près, & cela sans Tables des sinus, tangentes & sécantes, au moyen d'une série ou formule générale, suivant laquelle on pourroit trouver cette valeur indéfiniment près; mais je m'arrête aux tierces dans cet exemple, tant pour ne pas embarrasser le Lecteur par un trop grand calcul, que parce que cette approximation est plus que suffisante dans la pratique des supputations qui demandent le plus d'exactitude.

On sçait qu'une tierce est la $\frac{1}{1944.0000^{me}}$ partie de l'angle droit, & par conséquent l'arc qui sert de mesure à une tierce est la $\frac{1}{1944.0000^{me}}$ partie du quart de cercle linéaire.

Il faut se souvenir que j'ai démontré au commencement de ce Mémoire, que l'arc d'une tierce est entre la $\frac{1}{1237.5888^{me}}$ & la $\frac{1}{1237.5889^{me}}$ partie du rayon.

Mem. 1725.

R r

Cela supposé, au lieu de chercher directement & immédiatement la valeur de l'angle opposé au petit côté s , ou la valeur de l'arc qui sert de mesure à cet angle, j'en cherche seulement la moitié suivant le Théorème 2^d ci-dessus. On sçait d'ailleurs en général, que plus l'angle dont on cherche la valeur est petit, & plus facilement & plus promptement l'on trouve cette valeur au moyen de la formule de rectification de l'arc par sa tangente correspondante. C'est même en cela que consiste le principal mérite des deux Théorèmes ci-dessus.

Je prends donc, par règle générale, le petit côté s pour rayon $= r$, & pour tangente de la moitié de l'angle cherché, la différence ou l'excès de l'hypoténuse $= 13$ sur le grand côté d'autour de l'angle droit $= 12$, c'est-à-dire, je prends pour tangente $13 - 12 = 1$. J'ai donc

$$r = s$$

$$rr = 25, \text{ \& par conséquent } 4rr - 4, \text{ différence } \\ \text{constante des numérateurs} = 4 \times 25 - 4 \\ = 100 - 4 = 96$$

$$r^3 = 125$$

$$r^4 = 625$$

$$r^7 = 78.125$$

$$r^{11} = 48.828.125$$

$$\text{\&c.} = \text{\&c.}$$

Je me sers de la formule $\frac{3rr-1}{3r^3} + \frac{7rr-5}{35r^7} + \frac{11rr-9}{99r^{11}}, \text{\&c.}$

J'ai donc pour premier numérateur $74 = 3 \times 25 - 1$
 $= 75 - 1 = 3rr - 1$.

Et pour premier dénominateur j'ai $375 = 3 \times 125$.

Ainsi le premier terme de la série est $\frac{74}{375}$.

Ensuite ajoutant 96 à 74, j'ai le second numérateur.

$$\left. \begin{array}{r} 74 \\ + 96 \\ \hline 170 \end{array} \right\} = 170$$

Et pour le second dénominateur, j'ai $357 = 35 \times 78125$
 $= 2.374.375.$

Ainsi le second terme est $\frac{370}{2.374.375} = \frac{275.480.34}{546.875}$

On trouvera de même le 3^{me} terme $= \frac{266}{4.773.984.375}$

Je n'ai pas besoin présentement de pousser au-delà de ce troisième terme.

Je réduis ensuite ces trois fractions en fractions décimales, ce qui est plus commode dans la pratique, & je trouve en premier lieu.

$375 \left\{ \begin{smallmatrix} 3.7.5 \\ 7.4.0 \end{smallmatrix} \right\} 0.197.333.333 + \&c.$ pour le 1^{er} terme.

1... 3 7 5
 1 13 6 5 0
 2... 3 3 7 5
 2 7 5 0
 7.... 2 6 2 5
 1 2 5 0
 3..... 1 1 2 5
 1 2 5 0
 3..... 1 1 2 5
 &c.

Je trouve en second lieu

$546.875 \left\{ \begin{smallmatrix} 5.4.6.8.7.5 \\ 34.0.0.0.0.0 \end{smallmatrix} \right\} 0.000.062.171 +$
 6. 32 8 1 2 5 0
 1 1 8 7 5 0 0
 2... 1 0 9 3 7 5 0
 9 3 7 5 0 0 0
 1..... 5 4 6 8 7 5
 3 9 0 6 2 5 0
 7..... 3 8 2 8 1 2 5
 7 8 1 2 5 0
 1..... 5 4 6 &c.

Je trouve en troisieme lieu

$$4.773.984.375 \left\{ \begin{array}{l} 4.7.7.3.9.8.4.3.7.5. \\ 26:6:0:0:0:0:0:0:0:0: \end{array} \right\} 0:000.000.055 +$$

$$5... 23869921875$$

$$2730078125$$

$$5+ 23869921875$$

J'ajoute ensemble ces trois quotients

$$\left\{ \begin{array}{r} 0:197.333.333 + \\ 62.171 + \\ 55 + \end{array} \right.$$

La somme est.....

$$\left\{ \begin{array}{r} 197.395.559 + \\ 197.395.562 - \end{array} \right.$$

Enfin je fais une regle de trois, & je dis, par regle générale,

Si 261. 799. 387 + } donnent 15 degrés qui est le
ou si 261. 799. 388 — } *Maximum* de l'angle cherché.

Combien donneront 197. 395. 559 +

ou 197. 395. 562 —

Et je trouve pour quatrieme terme 11^d 18' 35" 45''' +

Ainsi le petit angle cherché est 22^d 37' 11" 30''' +

Ce qu'il falloit trouver.

R E M A R Q U E.

On s'épargnera presque toute la peine de cette regle de trois, & on la réduira à de simples soustractions au moyen de la Table suivante.

NOUVELLE TABLE GONIOMETRIQUE abrégée, pour les
Degrés, Minutes, Secondes & Tierces inclusivement.

On suppose le rayon = 1. 000. 000. 000. & la demi-
circonférence ou 180 degrés = 3. 141. 592. 653. +.

Pour les Degrés.	Pour les Minutes.
1 ^d = 0. 017. 453. 292.	10' = 0. 002. 908. 882.
2 = 0. 034. 906. 585.	20 = 0. 005. 817. 764.
3 = 0. 052. 359. 877.	30 = 0. 008. 726. 646.
4 = 0. 069. 813. 170.	40 = 0. 011. 635. 528.
5 = 0. 087. 266. 462.	50 = 0. 014. 544. 410.
6 = 0. 104. 719. 755.	
7 = 0. 122. 173. 047.	1' = 0. 000. 290. 888.
8 = 0. 139. 626. 340.	2 = 0. 000. 581. 776.
9 = 0. 157. 079. 632.	3 = 0. 000. 872. 664.
10 = 0. 174. 532. 925.	4 = 0. 001. 163. 552.
11 = 0. 191. 986. 217.	5 = 0. 001. 454. 441.
12 = 0. 209. 439. 510.	6 = 0. 001. 745. 329.
13 = 0. 226. 892. 802.	7 = 0. 002. 036. 217.
14 = 0. 244. 346. 095.	8 = 0. 002. 327. 105.
15 = 0. 261. 799. 387.	9 = 0. 002. 617. 993.
Pour les Secondes.	Pour les Tierces.
10'' = 0. 000. 048. 481.	10''' = 0. 000. 000. 808.
20 = 0. 000. 096. 962.	20 = 0. 000. 001. 616.
30 = 0. 000. 145. 444.	30 = 0. 000. 002. 424.
40 = 0. 000. 193. 925.	40 = 0. 000. 003. 232.
50 = 0. 000. 242. 406.	50 = 0. 000. 004. 040.
1'' = 0. 000. 004. 848.	1''' = 0. 000. 000. 080.
2 = 0. 000. 009. 696.	2 = 0. 000. 000. 161.
3 = 0. 000. 014. 544.	3 = 0. 000. 000. 242.
4 = 0. 000. 019. 392.	4 = 0. 000. 000. 323.
5 = 0. 000. 024. 240.	5 = 0. 000. 000. 404.
6 = 0. 000. 029. 088.	6 = 0. 000. 000. 484.
7 = 0. 000. 033. 936.	7 = 0. 000. 000. 565.
8 = 0. 000. 038. 785.	8 = 0. 000. 000. 646.
9 = 0. 000. 043. 633.	9 = 0. 000. 000. 727.
	4''' 30'' = 363 ou 50'' = 40

On pourroit aisément construire une Table pour les quarts, quintes, sixiemes, &c. jusqu'aux minutes du dixieme genre inclusivement, & même jusques à $\frac{1}{30}$ dixieme, ou 30^{ies}.

Il faudroit prendre un rayon proportionné en grandeur, & au lieu de 1. 000. 000. 000, prendre 1, 0²².

Dans la supposition présente où l'on se borne aux tierces seulement, il n'y a que sept soustractions à faire.

- 1 pour les degrés depuis 1 à 15,
- 2 au plus pour les minutes, sçavoir, lorsqu'il y a des dizaines de minutes & des unités de minutes.
- 2 pour les secondes au plus, &c.
- 2 pour les tierces au plus, &c.

Ainsi toutes les valeurs étant en dessous à moins d'une unité près, si l'on ôte 7. du dernier reste, on aura un dernier reste trop petit.

Dans une Table qui contiendrait jusqu'aux minutes du dixieme genre, il n'y auroit au plus que 21. simples soustractions à faire.

On pourroit même dans cette Table des tierces, ne mettre qu'un rayon de 1. 0000. 0000.

Construction de la Table.

Rien n'est si simple que la construction de cette Table, il n'y faut pas plus d'une heure de calcul, & le voici tout au long.

Pour les Degrés.

Le rayon du cercle étant de 1.000.000,000:00

La demi - circonférence

ou l'arc de 180. degrés. = 3.141.592.653:58. + ou: 59 —

Donc le quart de cercle

ou l'arc de 90 degrés... = 1.570.796.326:79 +

Dont la moitié donne 45

degrés..... = 0.785.398.163:39 +

Dont le tiers $\equiv 15$ degrés.... $\equiv 0.261.799.387:79 +$.

Dont le tiers $\equiv 5$ degrés.... $\equiv 0.087.266.462:59 +$.

Dont la 5^{me} partie $\equiv 1$ degré. $\equiv 0.017.453.292:51 +$

Pour les Minutes.

La moitié d'un degré ou 30' $\equiv 0.008.726.646:25 +$

Dont le tiers est la valeur de 10' $\equiv 0.002.908.882:08 +$

Dont le dixieme est la valeur de 1' $\equiv 0.000.290.888:20 +$

Pour les Secondes.

La moitié d'une minute ou 30'' $\equiv 0.000.145.444:10 +$

Dont le tiers est la valeur de 10'' $\equiv 0.000.048.481:36 +$

Dont le dixieme est la valeur de 1'' $\equiv 0.000.004.848:13 +$

Pour les Tierces.

La moitié d'une seconde ou 30''' $\equiv 0.000.002.424:06 +$

Dont le tiers est la valeur de 10''' $\equiv 0.000.000.808:02 +$

Dont le dixieme est la valeur de 1''' $\equiv 0.000.000.080:80 +$

Or ayant ainsi les quatre valeurs de 1^d, de 1', de 1'' & de 1''', on construira par la simple addition pour les termes impairs, & par la simple duplication pour les termes pairs, tout le reste de la Table, en retranchant les deux derniers chiffres que je n'ai ajoutés que pour avoir des limites justes à moins d'une unité près.

Usage de la Table.

L'usage de cette Table est aussi simple que sa construction.

Je suppose qu'on veuille connoître la valeur des deux angles aigus du triangle rectangle ci-dessus, page 313; sçavoir, ceux du triangle 5 : 12 : 13, & ayant trouvé, page 316, que la valeur de l'arc qui sert de mesure à la moitié de l'angle opposé au petit côté 5 est en parties aliquotes du rayon

0.197.395.559 +

& 0.197.395.662 —

Je prends dans la Table des

degrés..... $0.191.986.217 + = 11^d$ Ce qui approche le plus de... $0.197.395.562 -$ Et ôtant l'un de l'autre, il reste. ... $5.409.345 -$

Je prends le nombre prochain

de ce reste dans la Table des

dixaines de minutes, & j'ôte. ... $2.908.882 + = 19'$ il reste..... $2.500.463 -$

Dont j'ôte le nombre prochain

des unités de minutes..... $2.327.105 + = 8'$ il reste..... $173.358 -$

Je prends dans la Table des dixaines des secondes le nombre prochain en dessous de ce dernier reste.

 $173.358 -$ c'est..... $145.444 + = 30''$ il reste..... $27.914 -$

Dont j'ôte le nombre prochain en

dessous dans la Table des unités de

secondes, c'est..... $24.240 + = 5''$ il reste..... $3.674 -$

Dont j'ôte le nombre prochain en

dessous dans la Table des dixaines

de tierces, c'est..... $3.232 + = 40'''$ il reste..... $442 -$

Dont j'ôte le nombre des unités des

tierces, c'est en dessous..... $404 + = 5'''$ Le 7^{me} & dernier reste est..... $38 -$ Si j'avois operé sur $197.395.559 +$ & sur $191.986.218 - = 11^d$ J'aurois eu pour 1^{er} reste. $5.409.341 +$ Et ôtant..... $2.908.883 - = 10'$

J'aurois

J'aurois eu pour 2^d reste... 2. 500. 458.

De ce 2^d reste..... 2. 500. 458 +

ôtez..... 2. 327. 106 — = 8'

3^{me} reste..... 173. 352 +

ôtez..... 145. 445 — = 30''

4^{me} reste..... 27. 907 +

ôtez..... 24. 241 — = 5'''

5^{me} reste..... 6. 666 +

ôtez..... 3. 233 — = 40'''

6^{ne} reste..... 433 +

ôtez..... 405 — = 5'''

Le 7^{me} & dernier reste auroit été 28 +.

Le dernier reste réel est donc entre 28 + & 32 —, la différence de ces deux nombres est moindre que 10, & elle auroit été moindre que 7, si les deux sommes 197. 395. 559 + & 197. 395. 562 — n'avoient différé que d'une unité, comme cela se peut toujours; mais ce n'est qu'une exactitude très-inutile. Je me suis arrêté au dernier des trois quotients; sçavoir 55 +, parce que le quatrième quotient auroit été nécessairement plus petit que la $\frac{1}{62}$, du quotient 55 + ou 56 —, suivant ce qui a été démontré ci-dessus, & par conséquent ce quatrième quotient devant être beaucoup moindre que l'unité, j'ai dû le négliger; ayant des limites suffisantes & justes, à beaucoup moins d'une demi-tierce près, puisqu'une demi-tierce ou 30^{lv} = 40 +, & que nos deux derniers restes 28. + & 38 — différent de moins de 10.

Enfin la moitié de l'angle cherché étant

de..... 11^d 18' 35'' 45''' +

& de..... 11^d 18' 35'' 45''' $\frac{x}{2}$ —

Il est évident que l'angle cherché est

entre..... 22^d 37' 11'' 30''' +

& 22^d 37' 11'' 31''' —

à moins d'une tierce près. *Ce qu'il falloit trouver & démontrer.*

Mem. 1725.

S f

On pourra déterminer, en suivant ces principes, les limites du plus grand calcul possible, dans le cas le moins favorable de tous, qui est celui du triangle rectiligne & rectangle, dont le petit angle aigu est de 15 degrés, & on les déterminera ainsi à plus forte raison pour tous les autres cas.

Dans la série : $1 - \frac{1}{3^{13}} + \frac{1}{5^{15}} - \frac{1}{7^{17}} + \frac{1}{9^{19}}$, &c.

1°. Le rayon étant de 1 : 000. 000. 000, & la tangente $2 - \sqrt{3} = t$; cette tangente prise pour l'arc même, donne 267. 949. 193 — 192 +, & l'on trouve dans la Table ci-dessus 15^d—. C'est effectivement le vrai nombre de degrés en entier, trouvé dès le premier terme, car 15 degrés = 0. 261. 799. 387 + & 16^d = 0. 279. 252. 6 &c.

2°. Si l'on en ôte le second terme $\frac{1}{3^{13}} = \frac{1}{78 + 45 \sqrt{3}}$, il restera $\frac{76 + 44\sqrt{3}}{291 + 168\sqrt{3}}$.

Or $\sqrt{3} = 1.732.050.807.568.877.293 : 527.446.341.50 +$
& $\sqrt{3} = 1.732.050$, &c. &c. &c. &c. &c. 51—.

Et substituant ces valeurs de $\sqrt{3}$ dans la fraction $\frac{76 + 44\sqrt{3}}{291 + 168\sqrt{3}}$

en ne prenant de ce nombre 1 : 732. 050. 807, &c. qu'autant de chiffres qu'il est nécessaire pour qu'il y ait toujours moins d'une unité d'erreur dans le résultat du calcul, on trouvera à quel terme la différence est de moins d'une minute : à quel terme cette différence est moindre qu'une seconde : qu'une tierce, &c. ou plus généralement & plus élégamment, à quel terme de la série la différence est moindre qu'une partie aliquote quelconque de l'angle droit, ou de l'angle de 15. degrés. Dès le premier terme in complexe, la différence est par excès moindre que la $\frac{1}{51}$ de l'angle droit, & par conséquent bien moindre qu'un degré qui est la $\frac{1}{90}$ de l'angle droit.

Dès le second terme in complexe, la différence est moindre que la $\frac{1}{5976}$ de l'angle droit, & par conséquent moindre qu'une minute qui en est la $\frac{1}{3420}$. Or ces deux premiers termes

incomplexes font ensemble le premier terme complexe. Ainsi dès ce premier on a les degrés & les minutes dans le cas le moins favorable à la méthode.

Cette détermination peut approcher indéfiniment plus, selon que l'angle cherché approche plus du demi-droit ou de zero. Et il est aisé de déterminer de même les limites à l'infini.

Je crois que ceci doit suffire pour donner une idée assez juste de cette nouvelle méthode, de mesurer tous les angles déterminés analytiquement, sans le secours des tables des Sinus, & avec une approximation sans bornes, laquelle ces tables ne peuvent pas donner. C'est en quoi la Théorie Géométrique étoit certainement imparfaite.

E X T R A I T DE DIVERS MEMOIRES

DE M. SARRAZIN,

*Medecin du Roi à Quebec, & correspondant
de l'Académie.*

S U R L E R A T M U S Q U E.

Par M. de REAUMUR.

Nous avons dans les Mémoires de 1704, de curieuses observations sur le Castor, envoyées à l'Académie par M. Sarrazin. Le Rat Musqué* a assez de rapport avec cet industrieux animal; les Sauvages les disent freres, mais que le castor qui est beaucoup plus gros, est l'aîné, & qu'il a plus d'esprit: au premier coup d'œil on prendroit un vieux Rat Musqué & un Castor d'un mois pour deux animaux de même espece.

* Pl. I.
Fig. 1. & 2.

Ces Rats sont communs dans toutes les contrées du Canada; pendant l'été ils se nourrissent de toutes sortes d'herbes,

& pendant l'hiver de différentes especes de racines , telles que celles de *Nimpea alba major* , de *Nimpea lutea major* , & sur-tout de celles du *Calamus aromaticus*.

Ils vivent en société , au moins pendant l'hiver. Ils se bâ-tissent des Cabanes , dont les unes plus petites ne sont habitées que par une seule famille , & les autres plus grandes en contiennent plusieurs. Leur génie se montre dans le choix même du lieu où ils s'établissent ; ce n'est pas assez qu'ils soient couverts par leurs bâtimens pendant l'hiver , ils y doivent être à portée de l'eau , sans être trop exposés aux inondations ; & enfin être à portée d'avoir commodément des racines propres à se nourrir. Pour rassembler ces avantages , ils bâtissent leurs loges dans des marais ou sur le bord de lacs & de rivières qui ont beaucoup d'étendue , & dont le lit est plat , & où par conséquent l'eau est dormante , & enfin où le terrain produit abondamment des plantes , dont les racines sont convenables à leur nourriture , c'est sur les endroits les plus hauts d'un pareil terrain qu'ils construisent leurs loges , * afin que les eaux puissent s'élever sans les incommoder.

* Fig. 3 ,
4 & 5.

Le choix du lieu fait , ils préparent la place qui doit occuper l'intérieur de l'édifice qu'ils méditent , & qui leur servira de lit pendant l'hiver ; si elle est trop basse ils l'élèvent , & l'abaissent si elle est trop élevée ; ils la disposent même par gradins , * où ils se pourront retirer d'étage en étage à mesure que l'eau montera ; elle est plus ou moins grande , selon qu'elle doit être occupée par plus ou moins de Rats , lorsqu'elle n'est destinée que pour sept à huit , elle a environ deux pieds de diamètre en tout sens , & est plus grande proportionnellement lorsqu'elle en doit contenir davantage.

* Fig. 5 ,
li , i.

Il seroit à souhaiter que M. Sarrazin eût pû lui-même les observer pendant qu'ils bâtissent leurs loges , mais ce sont malheureusement des observations qui ne peuvent guere être faites que par gens qui tiennent la campagne en toutes saisons comme les chasseurs du Canada ; ce qui est de certain , c'est que cette loge est faite en forme de dome , * qu'elle est composée de Jones liés , & enduits d'une glaise qui a été bien détrempée.

* Fig. 3.

pée; * c'est là la maçonnerie qui compose le massif solide; elle a environ trois à quatre pouces d'épaisseur : mais elle est encore recouverte d'une épaisse couche de Joncs que la terre ne lie point ensemble; * & cette seconde couche jointe à la première, font une épaisseur de près d'un pied.

A l'égard de l'ordre avec lequel leur travail est conduit, les chasseurs assûrent qu'après avoir préparé le terrain de dedans-œuvre, ils plantent des Joncs tout à l'entour, qu'ils les colent ensuite avec de la glaise; qu'au paravant ils ont bien paitri & bien amolli cette glaise avec leurs pieds, & qu'ils l'appliquent & l'unissent avec leur queue qui leur tient lieu de truelle; quoiqu'elle n'ait pas autant la forme de cet instrument que l'a celle du Castor, elle paroît pourtant propre à en faire les fonctions; au lieu que les queues des Rats ordinaires sont rondes dans toute leur étendue, celle de celui-ci ne l'est qu'à son origine; encore ne l'est-elle pas exactement; de-là elle va en s'élargissant & s'applatissant peu à peu jusques vers le milieu de sa longueur, où elle a environ neuf lignes de largeur & deux d'épaisseur, ensuite elle se retrécit insensiblement pour finir en pointe; elle est posée de chan, les plans de ses côtés sont verticaux, au lieu que le plan de la queue du Castor est horizontal. La forme singulière de celle de notre Rat est assez propre à faire soupçonner qu'elle sert à l'usage que lui assignent les chasseurs, il y en a pourtant qui disent que pour appliquer la terre & l'applanir, les Rats se servent moins de leurs queues que de leurs pattes de devant. Ces mêmes chasseurs ajoutent que, quand les loges sont destinées à plusieurs familles de Rats Musqués, les dedans en sont divisés en plusieurs appartemens.

Ils se ménagent une ouverture par laquelle ils peuvent entrer & sortir, * mais ils la bouchent entièrement quand l'hiver s'est déclaré tout de bon, & qu'ils veulent se renfermer dans la retraite qu'ils se sont préparée; par la suite elle est souvent couverte d'une couche de neige épaisse de trois à quatre pieds.

Comme leur nature n'est pas semblable à celle de ces animaux qui ne mangent, ni n'ont aucun autre besoin pendant

* Fig. 4. &
s. f. f.
* g. g.

* Fig. 4. &
s. c.

tout l'hiver , outre le corps du bâtiment ils se sont pratiqué bien de petites commodités qui leur sont essentielles. Ils ont creusé des puits qui communiquent avec l'intérieur de leur loge , où ils peuvent aller boire & se baigner. Ils ont même creusé d'autres endroits uniquement destinés à recevoir leurs excréments. Enfin ils creusent quantité de galeries sous terre , ou pour parler moins noblement , des trous pareils à ceux des Taupes , pour aller commodément chercher des racines dans le tems même que toute la surface de la terre est couverte de glace & de neige.

Il y en a pourtant qui s'épargnent ce dernier travail , & ce sont ceux qui se sont logés assez heureusement , pour être environnés d'un terrain extrêmement garni de Joncs touffus , que les premières gelées font mourir. Ces joncs forment sur la surface de la terre , une masse assez considérable pour soutenir la glace , & pour ménager entr'elle & la terre un espace par où nos Rats peuvent en sûreté aller chercher tout ce qui leur est nécessaire.

Tant que l'hiver dure , ils n'ont cependant rien à craindre des chasseurs , à qui la neige cache parfaitement leurs habitations : mais quand elle s'est fondue à un certain point , ce qui arrive aux mois de Mars & d'Avril , le faîte se laisse voir , les chasseurs y courent , ils les renversent , & en assomment à coups de bâtons les habitans , qui sont pour eux un très-bon mets.

Malgré les étages qu'ils se sont ménagés dans leurs loges , les eaux les obligent à les abandonner vers les mois d'Avril & de Mai , lorsque la fonte des neiges produit de grandes inondations ; ils se retirent alors sur les terres élevées , & vivent errans jusques à ce que les eaux se soient retirées.

Ce tems est aussi celui de leurs amours , & par-là leur est funeste ; les chasseurs pipent les mâles , en imitant le cri des femelles , qui est une espèce de gémissement ; ils les font approcher , & les tuent à coups de fusil.

Quand les eaux se sont retirées , ils reviennent à leurs loges , & sur-tout les femelles ; la plupart pourtant font leurs petits

où elles se trouvent, mais dans des endroits cachés. Les mâles continuent de courir la campagne, c'est leur vie de tout l'été; dès qu'il est passé, le tems de faire des nouvelles cabannes revient, car les mêmes ne servent pas plusieurs années; & enfin ils recommencent la vie d'hiver.

Les Rats musqués qui vivent dans des pays plus chauds, n'ont pas le même besoin de cabannes, aussi sont-ils terriers comme nos lapins.

Nous avons à présent à suivre M. Sarrazin dans les descriptions exactes qu'il nous a données de l'extérieur & de l'intérieur de cet animal. Ce dernier travail lui a plus coûté qu'on ne se l'imagineroit; il est peu de cerveaux qui fussent capables de soutenir l'action continue d'une aussi forte odeur de Musc, que celle qu'il répand. M. Sarrazin a été deux fois réduit à l'extrémité, par les impressions que cette pénétrante odeur avoit faites sur le sien. Nous aurions peu d'Anatomistes, & nous n'aurions pas à nous en plaindre s'il le falloit être à pareil prix. Malgré pourtant tout son courage, il eût été obligé de laisser son travail imparfait, sans un expédient heureux qu'il imagina. Ce fut de faire griller le poil des Rats qu'il vouloit disséquer, à peu près comme on fait griller celui des Cochons. Les Sauvages ont apparemment été affectés désagréablement de tout tems de l'odeur du Musc, ils donnent le nom d'animal puant à notre Rat, ils ont aussi donné le nom de puante à une rivière, dont tous les environs ont l'odeur de Musc, qui leur est communiquée par les Rats Musqués qui les habitent. Du reste le rapport qu'a cet animal avec le Castor & avec le Rat domestique, ont engagé M. Sarrazin à le comparer souvent à l'un & à l'autre.

Le Rat Musqué pèse environ trois livres. Il a comme le Castor deux sortes de poils, le plus long l'est de dix ou douze lignes, il est brun, il donne sa couleur à l'animal. Le plus court, qui est une espèce de duvet très-fin, a cinq ou six lignes; on s'en servoit autrefois en qualité de petit poil pour la fabrication des chapeaux. Si sa peau ne sentoit toujours le Musc, elle seroit admirable pour toutes les fourrures, à cause de sa grande

Fig. 1. 3624.

délicatesse. Le duvet garantit le Rat du froid, & le grand poil qui est plus rude, conserve & défend le duvet de la fange dans laquelle il se veautre souvent, sur-tout en bâissant sa loge.

La tête a deux pouces & demi de long, depuis le bout du museau jusqu'à la premiere vertebre du col. Et de cette vertebre, il y en a neuf jusqu'à la racine de la queue, qui a la même longueur; ainsi notre Rat a vingt-un à vingt-deux pouces de long.

La largeur de sa tête est d'environ vingt-deux lignes à l'endroit des oreilles: elles sont fort courtes, comparées à celles du Rat domestique, puisqu'elles n'ont qu'environ neuf lignes de long & huit lignes de large; le poil qui est à leur base les égale en longueur & les cache en partie; elles sont arrondies par le bout, & velues comme celles du Castor. On sçait que celles du Rat domestique sont fort dénuées de poil.

Le Rat Musqué a les yeux presque aussi grands que ceux du Castor, quoique le dernier soit seize ou dix-huit fois plus pesant, l'ouverture des paupieres de notre Rat a environ trois ou quatre lignes.

Les deux mâchoires sont garnies de dix dents chacune, de huit molaires, & de deux incisives; ce qui fait vingt dents en tout.

Les incisives sont situées au bout du museau; les inférieures sont longues d'environ dix lignes, elles en ont environ deux de large à leur base; elles se rétrécissent peu à peu, & n'en ont qu'une à leur extrémité.

Les incisives supérieures n'ont que cinq lignes de long, & du reste ne different des inférieures qu'en ce qu'elles sont entaillées en dedans à leur extrémité, pour recevoir les extrémités des autres; elles sont toutes les quatre fort tranchantes, & tirent sur le jaune.

Les molaires sont éloignées des incisives, d'environ cinq lignes, & sont rangées comme le sont celles de tous les animaux qui rongent. Le Rat Musqué est un fort rongeur. M. Sarrazin en a renfermé un, qui dans une seule nuit perça dans du bois dur, un trou de trois pouces de diametre, & d'un
 pied

piéd de longueur par où il s'échappa; & ce qui prouve autant la force de sa machoire, c'est qu'il fit changer de place à une grosse buche.

Les glandes salivaires qui sont situées sous la machoire inférieure, ne sont pas grandes à proportion de celles du Castor, ce qui n'étoit point nécessaire, puisque le Rat Musqué ne vit que d'herbes pendant l'été, & de racines fort tendres pendant l'hiver.

Nous ajouterons à ce que nous avons déjà dit de la queue, * qu'elle est couverte d'écailles comme celle du Castor, mais d'écailles qui n'ont qu'une ligne de surface, qui empiètent un peu les unes sur les autres, & qui ne sont pas si régulièrement arrangées; elles sont entourées de petits poils longs d'environ demi-ligne, qui sont plus nombreux sur les côtés, parce que les écailles y sont plus petites, & par conséquent y sont en plus grande quantité à proportion; ils sont encore plus longs en ces endroits, parce qu'il y a de la graisse qui les humecte, au lieu que le reste de la queue est fort sec. Fig. 1. &
2. d.

Avant de lever la peau, on remarque dans le mâle & dans la femelle, une éminence garnie de poil, que M. Sarrazin appelle *éminence velue*, & qui est située sur l'os pubis.

La peau, & le muscle peaussier qui lui est adhérent, étant levés on découvre l'extérieur de la poitrine, & on découvre aussi tant dans le mâle que dans la femelle, deux corps glanduleux, auxquels il donne le nom de *follicules*, ils sont situés sur les grands obliques, à un pouce & demi de l'os pubis, ils seront décrits avec les parties de la génération.

Le muscle peaussier embrasse exactement le corps du Rat Musqué, & par le moyen de ses fibres circulaires le retrécit, lorsque l'instinct de cet animal le conduit à passer par des routes étroites, & peu proportionnées à son volume ordinaire.

La poitrine est fort étroite par en-haut, où elle est fermée par deux clavicules; elle a trois pouces de diamètre par en-bas, elle y est fermée par le diaphragme, elle est entourée de douze côtes, savoir, de six vraies & de six fausses. Les vraies sont dures, fort courtes & fort étroites, & sont articulées à

l'ordinaire , les fausses sont beaucoup plus larges , elles sont fort souples , & laissent entr'elles une grande distance par devant , ce qui facilite à notre animal le moyen de se retrécir.

Le sternum a environ dix lignes de long , & deux ou trois de large.

Le cartilage xyphoïde en a dix de large & douze de long. Le cœur & les poumons ressemblent à ceux du Rat domestique.

Les muscles de l'abdomen n'offrent rien d'extraordinaire : quand on les a séparés , toutes les parties du bas ventre se présentent , sçavoir , le foie , l'estomac , la ratte , les intestins , & ensuite les reins.

Le foie est composé de sept lobes ; le plus grand est environ large de deux pouces sur deux de long ; le second a douze ou treize lignes ; le troisieme a un pouce & demi de long & un peu moins de large. Il y a une échancrure dans ce lobe , où est située la vessie du fiel , qui s'ouvre dans le duodenum ; le quatrieme est semblable au second ; le cinquieme est large d'environ dix lignes sur douze ou quinze de long ; le sixieme & le septieme ont deux lignes de large sur douze ou treize de long. Ce viscere remplit également les deux hypochondres , & couvre entierement l'estomac. Le ligament suspenseur s'étend considérablement du côté de la ratte , qui est suspendue au pancréas , à la hauteur & fort proche de la partie postérieure ou gauche de l'estomac. Et c'est dans cet endroit où le pancréas commence , il en parcourt tout le fond & vient finir à sa partie antérieure & au duodenum ; il représente certains sacs que les chasseurs portent à leur côté pour y mettre le gibier.

Les reins ont quinze lignes de long , sur dix ou douze de large.

Le duodenum a vingt lignes de long ; le jejunum a dix-huit pouces ; l'ileum en a six ; le cœcum en a dix jusqu'à l'endroit où l'ileum finit dans cet intestin , puis le cœcum continue encore deux pouces ; le colon en a vingt-quatre , il représente très-bien par six ou sept circonvolutions , un

limaçon tiré hors de sa coquille ; le rectum a un peu plus de deux pouces ; en sorte que les intestins du Rat Musqué, qui sont fort étroits, ont environ six pieds moins deux pouces.

L'Estomac * du Rat Musqué ne cede en rien, pour la singularité, à celui du Castor, il lui ressemble un peu par son extérieur, & ressemble aussi en quelque chose à celui du Rat domestique ; il a environ quatre pouces & demi de longueur, sur deux pouces de diametre, du côté de la ratte ; d'où il se retrécit insensiblement en approchant de l'oesophage * auprès duquel il n'a qu'environ dix lignes de diametre. Il est contenu dans ce retrécissement, par un ligament en forme d'anneau qui fait une saillie dans sa capacité, & qui ne laisse de la partie gauche à la droite qu'un passage de sept ou huit lignes, propre à retenir plus long-tems les alimens ; de-là il s'élève & s'élargit en s'arrondissant, structure qui semble former un second estomac, qui peut avoir un pouce & demi en tout sens. La partie relevée * est fort approchée de l'oesophage, & de la partie gauche ; il est tenu dans cette situation par une membrane * qui l'y assujettit, & qui fait faire un plis * en dedans à cette partie de l'estomac qui regarde l'oesophage ; elle représente une fleur en gueule, semblable à celle de l'*anthirvinum*. Les membranes de ce viscere sont si délicates & si transparentes, qu'il est aisé de s'assurer qu'il n'y a aucunes glandes qui y soient dispersées, & il est en cela fort semblable à celui du Castor, & point du tout à celui du Rat domestique, mais la membrane charnue s'épaissit d'environ une ligne & demie dans le fond de la partie droite & relevée de l'estomac, & qui est directement située sous le pilore & sous l'oesophage ; cet épaississement est de la nature de la membrane charnue, il peut avoir un pouce en superficie.

Le corps formé par cet épaississement, contient des vésicules qui sont grosses comme des grains de millet, & qui souvent sont limpides comme celles qu'on voit dans les feuilles de millepertuis ; d'autres fois elles sont opaques. Il y a apparence que ce changement dépend de celui des alimens ; quand on les ouvre il en sort une liqueur un peu brune, elle est

* Pl. 2.
Fig. 6.

* g.

* h.

* i.

* k.

onctueuse alors , mais M. Sarrazin la croit fluide pendant que l'animal est vivant ; il ne doute pas que ce liquide ne serve de dissolvant aux alimens.

Il a rapporté autrefois que l'Oesophage du Castor étoit revêtu intérieurement d'une membrane blanche , aisée à en séparer ; non - seulement il a trouvé celui du Rat Musqué * recouvert d'une pareille membrane , il a trouvé de plus qu'elle recouvre l'estomac de ce Rat , dans des circonstances , & avec des singularités dignes d'être remarquées. Depuis le mois d'Octobre jusques au tems du rut , c'est-à-dire pendant tout l'hiver , cet animal ne vit que de racines ; celles qui sont contenues alors dans son estomac ne sont que macérées , elles ne sont qu'aménées au point de la consistance d'une cire ramollie entre les doigts. M. Sarrazin ayant souvent fait sortir ces alimens mal digérés par le pilore , les voyoit accompagnés d'une membrane blanche , qu'il ne reconnoissoit point pour membrane , & qui n'avoit l'air que d'une espece de crème épaisse autour des alimens. Mais ayant disséqué plusieurs estomacs , il découvrit que c'étoit veritablement une membrane qui les recouvroit ; il parvint même à la détacher toute entiere ; il remplit d'eau cet espece de sac délicat , elle la contenoit d'abord : mais peu après il la vit transpirer au travers , en forme de rosée , & il n'y en resta pas une goutte ; ce qui prouve évidemment qu'elle est poreuse & propre à laisser échapper des sucs. Mais ce qu'elle a de plus singulier , ce sont les changemens qui lui arrivent , au printems , lorsque le Rat vit autant d'herbes que de racines , on la trouve retirée de dessus la substance charnue autour de laquelle elle est roulée , & très-adhérente. De sorte qu'on ne peut la séparer de l'estomach en cet endroit sans la déchirer , quoiqu'elle y soit plus épaisse qu'auparavant. Ce qui a fait penser à M. Sarrazin qu'elle se retire de dessus la substance charnue pour laisser plus de liberté aux dissolvans de s'échapper des glandes , dans une saison où l'estomac de l'animal doit digérer davantage. Il est confirmé dans cette idée , par un fait qu'il n'a vû qu'une seule fois , & qu'il assure avoir fait voir à plusieurs personnes ,

* m.

& entr'autres à un Chirurgien de Mont-réal où il étoit alors, avec feu M. le Marquis de Vaudreuil Gouverneur Général du Canada. Ayant disséqué au printems 1722 un Rat mâle, il trouva la membrane dont il est question, par-tout adhérente à l'Estomac, & différemment épaisse, elle avoit environ une demi-ligne dans la partie droite & relevée de ce viscere; de-là jusqu'au fond qui est contre la ratte, elle approchoit de l'épaisseur d'une ligne. Cette membrane étoit garnie de tubercules dans la partie droite, où ils avoient une ligne en tout sens, & qui y étoient arrangés très-régulièrement; de la substance charnue jusqu'au fond de l'estomac, les tubercules grossissoient peu à peu, ils s'élevoient de plus de deux lignes, & se développoient en oreillettes, qui finissoient en pointe, & qui étoient un peu caves d'un côté, mais arrangés moins régulièrement que ceux de la premiere espece; ils étoient blancs comme la membrane qui s'étoit retirée de dessus la substance charnue, ce qui semble établir qu'elle s'étoit retirée pour laisser couler plus aisément le dissolvant dans l'estomac.

La vessie * n'a rien de particulier; lorsqu'elle est bien gonflée, elle peut avoir quinze ou seize lignes en tout sens. L'issue de l'uretre dans notre Rat femelle & dans les especes de Rats connus, sçavoir, le Rat d'eau, le Rat domestique, est fort différente de celle des autres animaux. On peut ranger sous trois classes les variétés que nous trouvons dans les animaux, pour l'écoulement des urines. Le Castor & tous les oiseaux qui n'ont qu'une ouverture sous la queue, donnent des exemples de la premiere. Tous les animaux terrestres, excepté le Castor, dont on vient de parler, donnent des exemples de la seconde espece, l'uretre y conduit les urines par la fente des parties naturelles où elle a son issue. Nos Rats femelles donnent des exemples de la troisieme variété, elles ont trois issues; * sçavoir, l'anus, * la fente des parties naturelles, * & l'éminence velue dont il a déjà été parlé, * située sur l'os pubis, par où l'uretre rend les urines.

Les parties de la génération de notre Rat femelle, sont tout à fait semblables à celles du Rat domestique femelle, la

Fig. 7. n.

* Fig. 8.

* p.

* q.

* r.

sente des parties naturelles n'admet point l'uretère, ni par conséquent les urines, comme nous venons de le dire en parlant de la vessie, mais seulement le vagin. Les cornes de la matrice s'élevent en deux branches, qui finissent par l'ovaire qui est attachée aux fausses côtes par des membranes.

Elles ont six mammelles, sçavoir, trois de chaque côté, situées de distance en distance, depuis l'aine jusqu'à la hauteur de l'ombilic; elles sont jusqu'à cinq ou six petits.

Fig. 9. Venons à présent à ces follicules, que nous avons déjà dit être situées au-dessus de l'os pubis. On les trouve également au mâle & à la femelle, les Canadiens les appellent *roggons* du Rat Musqué, & les Canadiennes par modestie les nomment *boutons*, les uns & les autres ont cru que c'étoient ses testicules. Les chasseurs arrachent les follicules des Rats musqués mâle & femelle, dans le tems du rut, avec un peu de peau dont ils les enveloppent pour les vendre; elles ont la figure d'une petite poire renversée, ou dont la base ou le fond est tourné du côté des hypocondres, & descend peu-à-peu jusqu'à l'os pubis; là leurs conduits excrétoires commencent, ils rampent le long des parties latérales de la verge, & finissent à l'insertion du balanus; ils rampent de même le long de l'uretère de la femelle, & finissent au bord de la peau qui en sépare les parties naturelles.

* 4. La base, qui est la partie supérieure des follicules * est arrondie, elle peut avoir dans les vieux Rats douze ou quinze lignes de large, & une ligne & demie d'épaisseur; elle diminue peu à peu jusqu'aux conduits excrétoires qui ont une demi-ligne de diamètre, & environ cinq lignes de long. Lorsqu'on retrouffe la peau qui enveloppe la verge, on découvre l'extrémité de ces conduits, dans lesquelles il n'est pas possible d'introduire une soie de cochon; il s'y fait un rebord qui ressemble au bout des cornes du limaçon allongées.

Les follicules sont un composé de glandes conglomerées, enveloppées de deux membranes; la première qu'on peut appeller *membrane commune*; & la seconde *membrane propre*. La première est garnie de vaisseaux, qui suivant les apparences,

fournissent l'humeur qu'elles contiennent, & qui en même tems les soutient dans leur juste grandeur. La seconde couvre immédiatement les glandes qui sont arrangées par paquets, de figure fort irrégulière. Cette membrane qui est très-déliée s'introduit entr'eux, les sépare en les enveloppant, & se divise en une infinité de filets qui se distribuent à chaque glande, & qui laissent couler l'humeur qui s'échappe ensuite par l'extrémité des conduits sur le balanus. Ces conduits sont pareillement garnis de glandes, ce qui peut-être empêche qu'on ne puisse y faire rien entrer.

Cette humeur ressemble parfaitement au lait, tant par sa consistance que par sa couleur. On ne peut douter un moment, que l'odeur de musc qu'exhale notre Rat, ne lui soit due; & M. Sarrazin est convaincu qu'elle lui est communiquée par le *Calamus aromaticus*, dont il se nourrit assez ordinairement. Clusius a aussi attribué à cette même plante, l'odeur de musc du Rat dont il est parlé. Ce qui semble prouver qu'elle contribue beaucoup à celle du nôtre, c'est qu'il a plus d'odeur à la fin de l'hiver, tems où il n'a presque vécu que de cette plante, que pendant l'été & l'automne où il se nourrit indifféremment d'herbes de différentes autres especes. On a pourtant assuré à M. Sarrazin, que le *Calamus* étoit son mets de préférence en tout tems. Mais ne peut-on pas soupçonner, que; quelle que soit sa nourriture, il se fait dans cet animal, lorsque la saison du rut arrive, une fermentation qui exalte cette odeur?

M. Sarrazin pense que pendant l'accouplement de nos Rats, les follicules du mâle laissent échapper cette liqueur dans le vagin de la femelle & que la femelle arrose d'une pareille liqueur les parties naturelles du mâle.

La verge * est attachée par sa racine à la levre inférieure de l'os pubis. Dans le tems de l'érection * elle a environ neuf ou dix lignes de longueur, & une ligne & demie de diamètre. Le balanus dont la figure est assez ordinaire, a un os, * qui a environ une demi-ligne en tout sens; il est attaché sur les corps caverneux; il en a encore trois autres qui ont environ

Pl. 3.

* Fig. 10. 3.

* Fig. 11.

& 12.

* Fig. 10. 4.

336 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
une ligne de long & qui ont moins de demi-ligne d'épaisseur ; tous les trois composent une masse qui est attachée & implantée sur le premier ; les deux latéraux s'ouvrent comme un V ; celui du milieu , qui est toujours droit , est un peu plus long que les deux autres. Ces os peuvent remuer en tout sens.

Fig 13.

* 6.

* 7.

Les muscles érecteurs* & accélérateurs , * sont situés à l'ordinaire , il y a entr'eux une glande , * grosses comme un pois , de la nature des conglobées , dont le conduit excrétoire s'ouvre dans l'extrémité inférieure du col de la vessie ; elle contient une humeur huileuse , qui apparemment défend ce canal de l'âcreté des urines.

Tout est plein de merveilles dans les machines animales : mais il semble qu'elles sont rassemblées en plus grand nombre dans les parties de la génération , que par-tout ailleurs.

* Fig. 10.

3.

Les testicules du Rat musqué * en fournissent qui sont particulieres à cet animal , & qui n'ont pas peu embarrassé M. Sarrazin. Comme il répand une odeur de musc plus forte dans la saison du rut que dans tout autre , il avoit évité de le disséquer dans ce tems , il n'y avoit guere travaillé que l'hiver , & avoit toujours été surpris de ne lui point trouver de testicules. Enfin après avoir découvert l'expédient d'affoiblir son odeur , dont nous avons parlé ci-dessus , il entreprit la dissection d'un de ces Rats mâles vers les premiers jours du mois de Mai , & il vit alors pour la premiere fois les testicules de cet animal , qui par leur grosseur étoient faciles à reconnoître ; ils avoient celle d'une grosse noix muscade ; ils étoient très-bien conditionnés & situés à côté de l'anus , comme le sont toujours ceux du Rat domestique. La membrane albugineuse lui parut plus blanche que dans aucuns des animaux qu'il eût vûs ; lorsqu'on l'ouvre , cette membrane , les vaisseaux séminaires sont si fins & si déliés , qu'ils s'échappent comme de la bouillie , ce qui n'arrive point dans le Rat domestique. L'enveloppe qui les contient est un allongement des muscles de l'abdomen , fait en forme de sac , qu'il appelle *bourses* ; elles ont la figure des testicules quand ils y sont renfermés.

On voit en même tems une membrane qui est garnie de graisse ,

graisse, qu'il nomme membrane adipeuse, & à qui il attribue les fonctions des muscles cremaster, quoiqu'il n'y ait remarqué aucunes fibres charnues; elle est repliée sur elle-même dans le tems du rut, & abaissée à l'entrée des anneaux, on peut la développer, & en l'élevant assez proche des reins en couvrir les muscles psoas; elle tient par sa partie inférieure aux testicules, & a un paquet dont il sera fait mention, avec lesquels elle est en partie engagée dans les bourses; d'où en la tirant, on amène en même tems le testicule & le paquet. M. Sarrazin a d'abord cru que ce paquet n'étoit qu'un amas de glandes conglomérées, & seulement propre à soutenir en passant le déférent: mais depuis il l'a reconnu pour être l'épididime, quoiqu'il soit séparé du testicule de deux ou trois lignes, & quelquefois même de trois & quatre.

Il a donc reconnu que ce paquet, qui a la grosseur d'un gros pois blanc, étoit un entortillement de vaisseaux enveloppés d'une membrane très-fine, & à travers laquelle on les voit distinctement, & que ces vaisseaux finissoient sensiblement par un seul, qui est certainement le vaisseau déférent; du fond de la bourse il monte à l'ordinaire, & se renverse vers le col de la vessie, dans lequel l'un & l'autre entrent par deux ouvertures qui y sont pratiquées. Il y a aussi un amas de glandes conglomérées, arrangées en forme d'anneau autour de chaque déférent, une ligne avant l'endroit où il entre dans la vessie.

Mais de-là naît une difficulté, dont M. Sarrazin a senti toute l'importance; sçavoir, que l'épididime étoit absolument séparé du testicule* d'environ deux ou trois lignes, même dans le tems du rut, & beaucoup plus lorsqu'il est passé. Ils sont néanmoins attachés ou tenus l'un à l'autre par l'extrémité inférieure de la membrane adipeuse, qui dans ces endroits est fort dénuée de graisse; il y a encore le long de la partie supérieure de cette membrane, qui va du testicule à l'épididime, une bandellette de graisse très-délicate, large d'environ demi-ligne, dans laquelle il crut d'abord que la communication du testicule à l'épididime feroit cachée: mais il n'y en trouva

*Fig. 11.
& 12.

aucune. Auroit-il dû conclurre de-là que le testicule du Rat musqué lui étoit inutile pour la génération. Une pareille idée ne pouvoit être reçue par un aussi habile Anatomiste ; enfin quoiqu'il fût très-convaincu qu'il devoit absolument y avoir un conduit propre à porter la semence du testicule à l'épididime, il ne peut rien trouver de pareil dans ses premières recherches ; & après les avoir bien multipliées, voici ce qui lui a paru de plus probable.

Dans l'automne dernier, il remarqua, mais il croit l'avoir remarqué trop peu, un vaisseau qu'il appelle vaisseau de communication pour le passage de la semence du testicule à l'épididime ; sa route est des plus longues & des plus extraordinaires ; ce vaisseau est aussi délicat qu'un vaisseau lymphatique, il sort de la partie supérieure du testicule qui regarde l'anus, au-dessus des veines & des artères spermatiques, il rampe d'abord sur la membrane adipeuse, toujours dénué de graisse en cet endroit, sur laquelle il s'élève d'environ 4 ou 5 lignes, & se cache ensuite dans la graisse ordinaire à cette membrane, à travers laquelle s'étant encore élevé de 3 ou 4 lignes, il finit dans un corps glanduleux qui est large d'environ 2 lignes, & épais d'une. Ce corps en s'allongeant descend vers l'épididime sous la figure d'un canal toujours de même nature, c'est-à-dire, glanduleux, qui n'a qu'un peu plus de demi-ligne de diamètre, & qui grossit en se joignant à l'épididime, d'où sort le vaisseau déférent.

M. Sarrazin ajoute que ce qui lui donne plus de disposition à croire que la route qui vient d'être décrite, est fort propre pour le transport de la semence du testicule à l'épididime du Rat musqué, c'est qu'il a observé une structure assez semblable dans le Rat domestique.

* Fig. 10. Les vesicules séminales * paroissent parfaitement dans le tems du rut, elles sont si engagées sous l'os pubis qu'il faut le détruire pour les bien reconnoître ; elles ont environ quatorze lignes de long ; elles laissent entr'elles de distance en distance, des échancrures entre lesquelles il y a des vésicules qui contiennent une liqueur blanche, qui se mêle avec la

semence ; elle représente assez bien une crosse dont la courbure se renverse sur les muscles psoas ; elles sont pointues par en-bas , & leurs conduits excrétoires se réunissent avec les extrémités des déférens ; sçavoir le droit avec le droit , & le gauche avec le gauche ; de sorte que tous les quatre ne font que deux conduits qui finissent dans l'uretre par deux ouvertures qui y sont pratiquées. Il y a aussi plusieurs petits paquets de glandes fort spongieuses & vésiculaires , à peu-près comme le sont les poumons d'une très-petite grenouille ; elles s'ouvrent aussi dans l'uretre par plusieurs petits trous situés autour de l'issue des déférens , il en coule une sérosité grisâtre qui se mêle avec la semence , apparemment pour la rendre plus fluide ; ces vésicules servent probablement de prostates.

Voilà l'état parfait des parties de la génération du Rat musqué, mâle & femelle, c'est-à-dire l'état de ces parties dans le tems du rut. M. Sarrazin remarque que le Rat domestique fournit alors à-peu-près les mêmes observations. Mais il est bien singulier , & il est particulier à notre animal , qu'à mesure que son amour s'affoiblit , que la plupart des organes de la génération s'effacent ; les testicules , l'épididime , les vésicules séminales , * les vaisseaux déférens , & même les folli-
* & d.
 cules commencent à se flétrir. On trouve bien encore dans le mois de Juillet , & même dans le mois d'Août , les testicules situés à côté de l'anus , mais ils ont perdu leur blancheur naturelle , & sont devenus d'une couleur rouge pâle. On trouve l'épididime marqué de blanc & de rouge , & d'une substance ferrée , représentant un paquet de glandes conglomérées pour lequel même M. Sarrazin l'a pris autrefois. Les vésicules séminales diminuent de volume , n'ont plus leur consistance ni leur couleur ordinaire , elles ont seulement conservé la courbure de crosse.

Les glandes spongieuses ou prostates , ont acquis une consistance un peu plus dure , & elles sont plus opaques.

Les follicules sont diminués , mais elles ont plus parfaitement conservé leurs figures extérieures.

On trouve dans le mois de Septembre & d'Octobre , la
 V u ij

ff. * Fig. 14. membrane adipeuse , * déjà élevée & rapprochée des reins , en s'étendant sur les muscles psoas ; & comme si elle étoit
 * g g . douée de quelque ressort , elle tire elle-même le testicule * &
 * e e . l'épididyme * hors des bourses , qui à cause de l'adhérence dont il a été parlé , sont aussi tirées & renversées dans l'abdomen , & leur fait représenter la figure du cône renversé , dont la pointe est fixée à la hauteur du col de la vessie.

* Fig. 15. A mesure que la membrane adipeuse * s'élève encore , non-seulement le testicule * qui est encaissé dans son bord extérieur s'élève aussi , mais il change de situation & de figure , de consistance & de couleur , d'une manière si extraordinaire qu'il n'est plus connoissable , il se rapproche entièrement des reins. Il est rond alors , & a environ trois lignes de superficie , il a l'épaisseur d'une ligne au milieu , & en diminue en approchant de sa circonférence , où elle se réduit à rien ; sa consistance est ferme , & il est d'un rouge foncé.

L'épididyme est toujours le même , il est fixé à la hauteur du col de la vessie , comme il a été dit , parce qu'il est attaché à la pointe du cône , qui ne lui permet pas de changer de place. C'est le tems où l'on connoît le mieux l'interruption du déférent , depuis le testicule jusques à l'épididyme , d'où il continue jusqu'au col de la vessie , & où il paroît peu , n'ayant plus ni le même volume ni la même couleur , car il est un peu rouge.

M. Sarrazin a disséqué quelques Rats dans le mois de Novembre , & qui s'étoient déjà renfermés dans leurs loges , alors il a trouvé la membrane adipeuse tout-à-fait déployée , c'est-à-dire , qu'elle s'étendoit depuis la pointe du cône auquel l'épididyme est attachée , jusqu'à cinq ou six lignes des reins. Le testicule qui n'en paroît plus un , & qui est appuyé sur les muscles psoas , est situé à distance égale des reins & des anneaux ; il y a cependant quelques vieux Rats qui conservent encore l'étendue du testicule du tems du mois de Septembre , & d'autres qui n'ont que deux lignes en superficie. Les vésicules séminales n'avoient plus alors que deux ou trois lignes ; il est vrai que c'étoient des Rats de douze ou quinze mois :

mais il y a bien de l'apparence qu'elles sont toujours fort petites dans les jeunes, & dans les vieux pendant l'hiver.

Les follicules ne paroissent presque plus dans ce mois; il y en a qui ne sont plus qu'un peu de graisse; il les a vûes dans un Rat musqué, simplement dessinées par un tissu couvert de la membrane qui les enveloppe, & qui paroissent dessous comme un portrait qu'on a couvert d'une toile très-fine & très-claire. Pour leurs conduits excrétoires, ils se conservent toujours un peu. Ce sont là les changemens auxquels le Rat musqué est sujet, après que le rut est parfaitement passé.

Les pieds de devant du Rat musqué sont semblables à ceux de tous les animaux qui rongent. Pour ceux de derriere, * ils n'ont aucune ressemblance aux pieds du Rat domestique, non plus qu'à ceux du Castor & du Rat musqué décrit par Clusius. Il dit que ce dernier a les pieds de derriere garnis de membranes; le nôtre a les doigts séparés les uns des autres; il regne seulement le long de la partie latérale de chaque doigt une membrane qui a moins de demi-ligne; elle est garnie de poils rudes, & fort serrés les uns contre les autres; en sorte que les doigts, la membrane, & les poils arrangés d'une certaine maniere, forment un instrument large d'environ douze lignes qui est très-propre à nager, mais qui ne vaut pas cependant le pied du Castor, aussi ne nage-t-il pas si vite. Il marche en canne, mais beaucoup moins que le Castor & que les oiseaux de rivières. Ce mouvement est produit, ou du moins aidé, par un muscle très-fort, dont les principes (car il en a plusieurs) sont attachés sur le *coxis*, & sur l'os *sacrum*. Il vient en se retrécissant, s'implanter par un tendon épanoui. Il couvre le genou plus en dehors qu'en dedans, il tient encore à la partie latérale extérieure & supérieure du péroné. Ce qui prouve que ce muscle peut faire les fonctions de rotateur & d'extenseur, & avoir l'usage de tirer la jambe & la cuisse en dehors, entraîner avec elle le train de derriere de l'animal, & le faire marcher en canne, d'autant que les autres extenseurs ne l'égalent pas en force; ils servent tous à pousser

* Fig. 16.
11.

342 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 avec les pattes de derriere, la terre que le Rat musqué a fof-
 foyée avec les pattes de devant. Sa force pour nager est aug-
 mentée, parce qu'il décrit avec sa patte une ligne courbe,
 plus longue par conséquent que si elle étoit droite; elle l'est
 encore par la maniere dont cette patte est tournée, l'étant en
 dehors, elle se présente toujours également contre l'eau. Ceci
 à la vérité est commun à la plupart des animaux qui sont
 également terrestres & aquatiques.

EXPLICATION DES FIGURES.

ON n'a pas dans le Canada des Dessinateurs à choisir. On
 ne sçauroit s'attendre d'y en avoir de bien au fait de dessiner
 des dissections anatomiques, ce qui demande un talent acquis
 par l'habitude. M. Sarrazin a été obligé de se servir de ceux
 qu'il y a trouvés, qui ne lui ont pas donné des desseins aussi
 parfaits qu'il les eût souhaités. Tels qu'ils sont, ils n'aideront
 cependant pas peu à faire entendre les observations qu'ils ont
 accompagnées.

PLANCHE I.

La Fig. 1 & 2 sont celles du Rat musqué, en deux atti-
 tudes différentes.

La Fig. 3 représente la loge de cet animal vûe par de-
 hors, *e* en est l'entrée.

La Fig. 4 est le plan ou la coupe horizontale de la même
 loge, & la Fig. 5 en est la coupe verticale; *ff* en est le mur
 intérieur composé de joncs liés avec de la terre. *gg* est la
 couche de jonc sans mélange de terre, qui couvre le mur
 intérieur. *h*, le rez de chaussée. *i*, un étage où ils peuvent se
 retirer quand les eaux s'élèvent jusqu'en *h*.

PLANCHE II.

La Fig. 6 est celle de l'estomac du Rat musqué.

La Fig. 7 est celle de la vessie marquée *n*.

La Fig. 8 fait voir trois ouvertures, *p*, celle de l'anus; *q*,
 celles des parties naturelles; *r*, celle de l'écoulement des urines.

La Fig. 9 représente la figure & la situation des parties que M. Sarrazin nomme les follicules , qu'on nomme communément Rognons de Musc.

PLANCHE III.

La Fig. 10 & les suivantes , sont principalement destinées à faire voir les parties de la génération & leurs différentes situations dans différentes saisons de l'année. Dans cette figure 10 , les testicules *xx* sont auprès de l'anus , comme on les y trouve dans le tems du rut.

La Fig. 11 rassemble toutes les parties de la génération , dans l'état où elles sont dans la saison du rut , nous nous arrêterons à la détailler plus que les autres , parce que les lettres qu'on trouve dans le corps du Mémoire ne renvoient point à cette figure générale , mais seulement à des figures particulières.

a , La Verge.

b , Les Follicules.

c , Les conduits excrétoires des Follicules , qui descendent le long des parties latérales de la Verge jusqu'au Balanus.

d , La Membrane adipeuse à qui M. Sarrazin attribue la fonction de muscles cremaster , & qui est en partie repliée sur elle-même , & abaissée sur les anneaux.

e , Ce qui paroît obscur ou noirâtre dans la membrane , en représente la partie qui est garnie de graisse.

f , Ce qui paroît blanc dans la membrane n'a point de graisse.

g , Les Testicules dans leur situation du tems du rut , sçavoir au mois d'Avril & de Mai , & quelquefois dans le mois de Juin.

h , Le Testicule droit dépouillé de son enveloppe , appelée bourse.

i , Son Epididime aussi dépouillé , & naturellement séparé du Testicule.

l , Le Déférent sortant de l'Epididime du même Testicule.

m , Le Testicule gauche renfermé dans sa bourse.

n, L'épididime aussi renfermé dans la même bourse.

o, Le Déférent.

p, Arteres spermatiques.

q, Veines spermatiques.

r, Prostates.

s, Vésicules séminales.

t, Reins.

u, Glandes subrénales mal placées, elles devroient être plus bas, on n'en trouve pas dans tous les Rats.

x, Ureteres.

La *Fig. 12* donne aussi une disposition générale des parties de la génération du Rat musqué, après le tems du rut, savoir dans les mois de Juin & Juillet.

a, La membrane adipeuse développée & élevée fort proche des Reins.

b, La partie noire représente la graisse de la membrane.

c, La partie blanche représente l'endroit où il n'y a point de graisse.

d, La Vergé.

e, Les Prostates.

f, La Vessie.

Les Follicules ne paroissent point dans cette figure.

g, Conduits excrétoires des Follicules.

h, Les Testicules tirés hors des bourses, par l'élévation de la membrane adipeuse dans les mois de Juin & Juillet.

Ils sont changés de figures dans le même tems, & sont fort ronds & fort applatis.

Ils le sont beaucoup plus dans les mois d'Août, de Septembre & d'Octobre, & sont fort élevés & diminués en tout sens & encore plus dans le commencement de l'hiver.

i, L'épididime qui est toujours adhérent au fond de la bourse, est depuis le mois de Juin jusques au rut suivant, tiré dans le ventre par l'élévation de la membrane, & assujetti & fixé à la hauteur du col de la vessie, où il est retenu par les bourses, pour lors renversées, & qui ne lui permettent pas de s'élever davantage.

m, Les

m, Les bourses renversées.

n, Le vaisseau de communication qui va se perdre dans une substance glanduleuse de la nature des conglomérées.

o, La substance glanduleuse.

p, Canal qui est une continuation de la substance glanduleuse, & qui descend vers l'épididyme.

r, L'épididyme.

s, Le Déférent.

t, Arteres spermatiques.

u, Veines spermatiques.

x, Bandelettes de graisse.

PLANCHE IV.

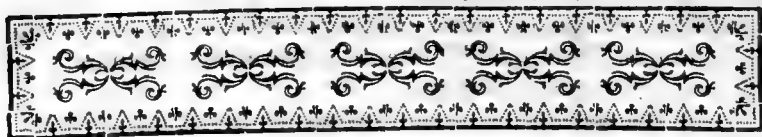
La *Fig. 13* fait voir les testicules *ii*, tels qu'ils sont situés dans les mois d'Août & de Septembre. On y voit aussi les muscles érecteurs *5*, & les accélérations *6*, & entre eux une glande *7*.

La *Fig. 14* montre les testicules dans l'état où ils sont dans le mois d'Octobre.

Dans la *Fig. 15* les testicules renversés sur les cuisses, & tirés hors de leur place.

La *Fig. 16* est une portion du derrière de l'animal, *d* sa queue, *ll* ses pattes.





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ
*Royale des Sciences , établie à Montpellier ont en-
 voyé à l'Académie l'ouvrage qui suit , pour en-
 tretenir l'union intime qui doit être entre elles
 comme ne faisant qu'un seul corps , aux ter-
 mes des statuts accordés par le Roi au mois de
 Février 1706.*

M A N I E R E
 DE PRÉPARER , DE DÉPURER
 ET DE BLANCHIR
 LE CRYSTAL DE TARTRE.

Par M. FIZES.

QUELQUE aisée que paroisse la préparation du crystal de tartre , il faut néanmoins convenir qu'il ne s'en fabrique nulle part de si pur & de si blanc qu'aux environs de Montpellier. C'est ce qui , depuis plusieurs années , a fait regarder cette préparation comme une marchandise dont une partie se consomme dans le Languedoc même , aux usages de la Médecine & de la teinture , & l'autre est envoyée dans les autres provinces du Royaume & dans les pays Etrangers.

La facilité d'avoir une grande quantité de tartre crud , & une terre qui semble être convenable pour cette opération , l'a comme appropriée à ce pays.

Fig. 1.



Fig. 3.

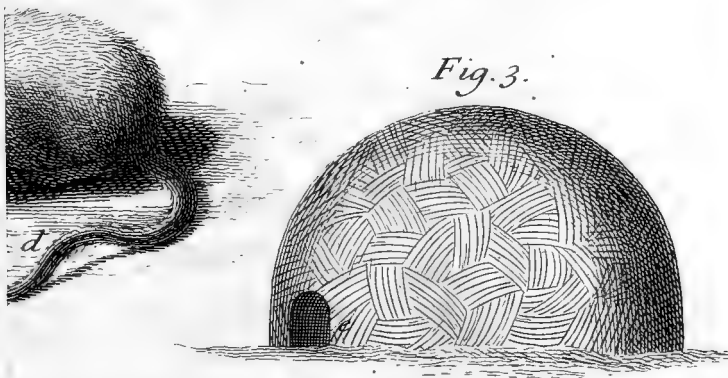


Fig. 5.

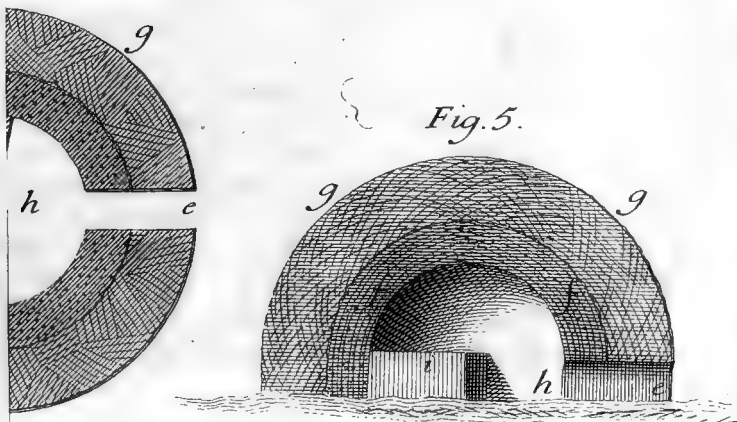


Fig. 1



Fig. 2



Fig. 3.

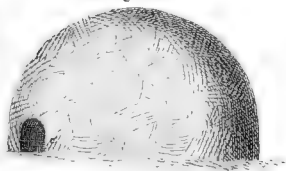


Fig. 4.

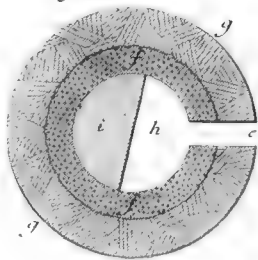


Fig. 5

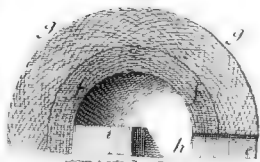


Fig. 6.

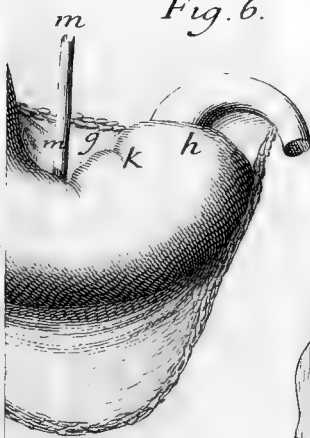


Fig. 7.

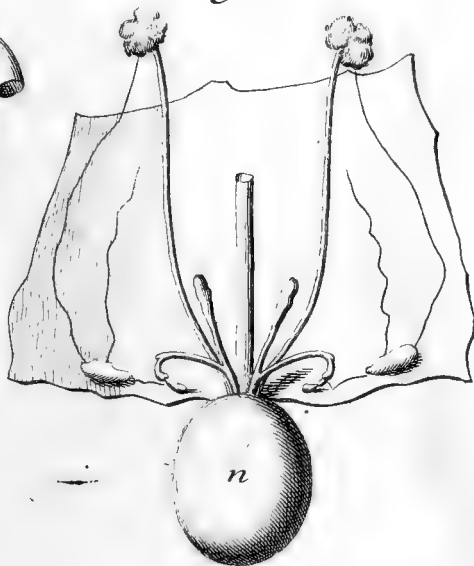


Fig. 8.

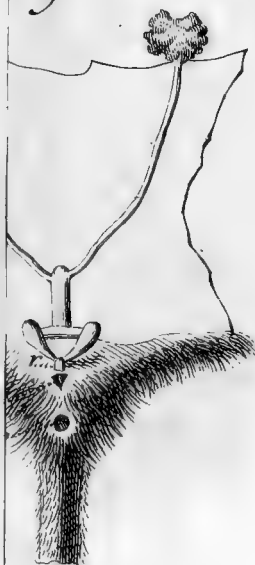
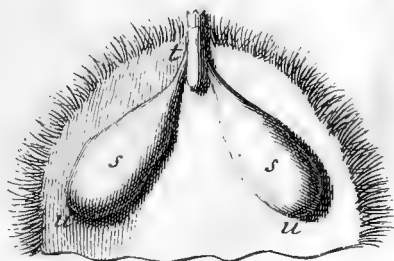


Fig. 9.



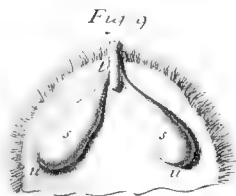
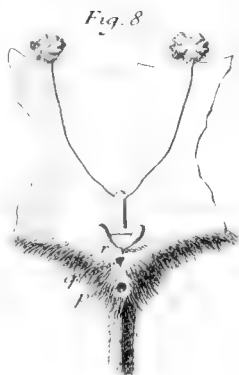
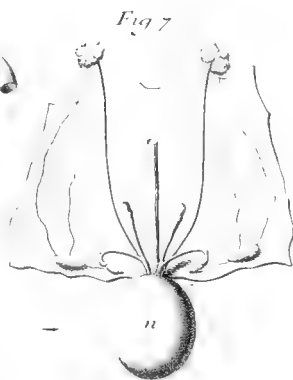
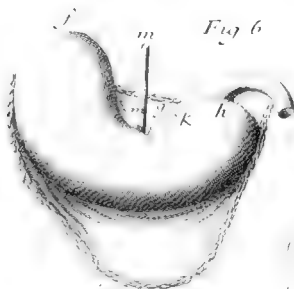


Fig. 11.

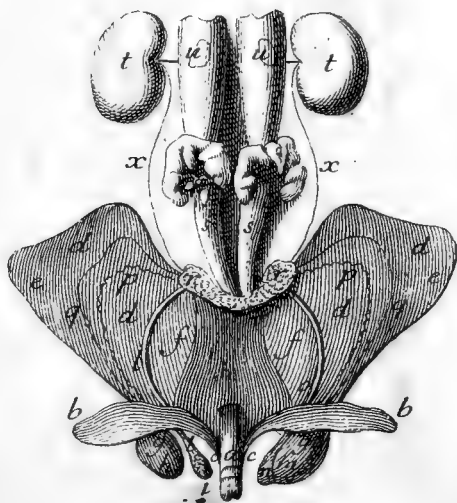


Fig. 10.

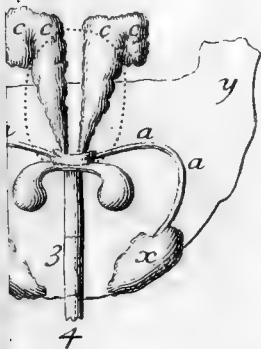


Fig. 12.

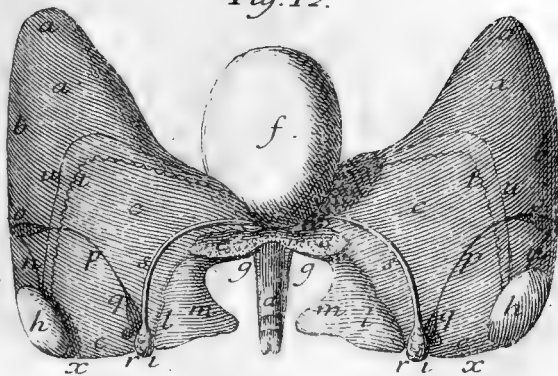


Fig 10

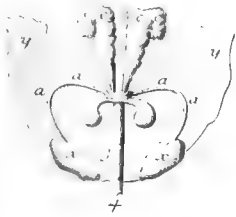


Fig 11

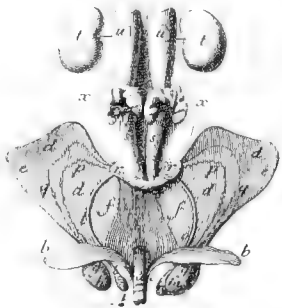


Fig 12

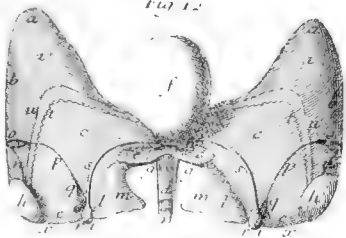


Fig. 14.

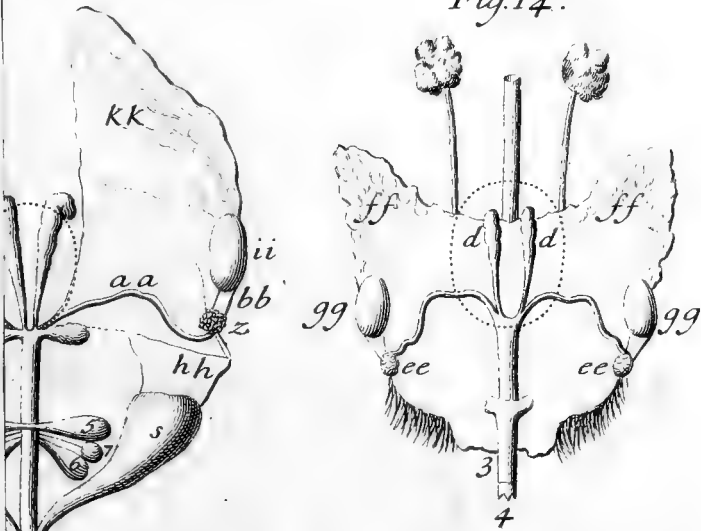


Fig. 16.

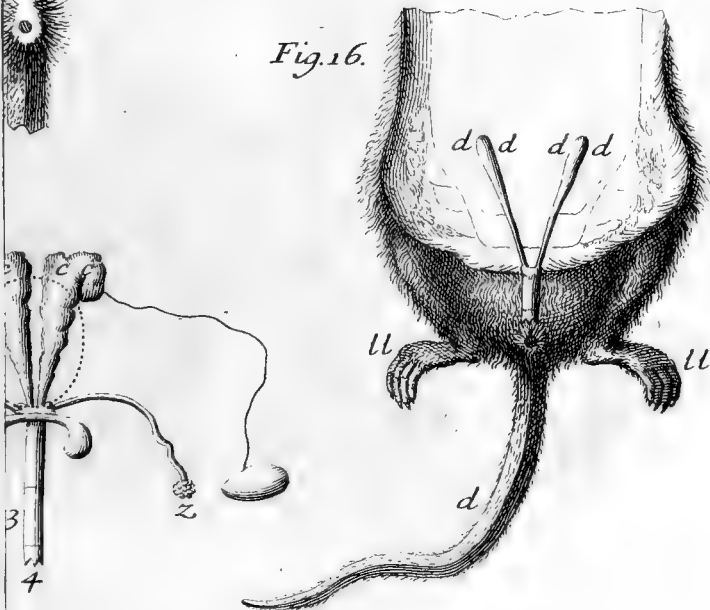


Fig 13.

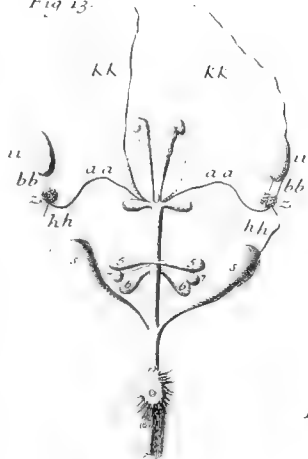


Fig 14.

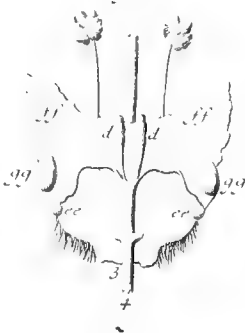


Fig 16.

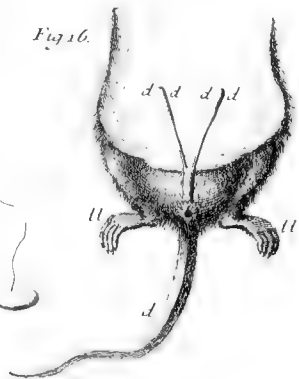
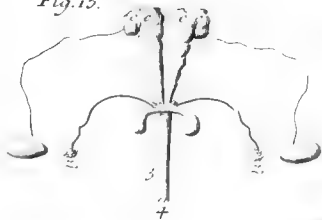


Fig 15.



Les endroits où il se fabrique donc plus de crystal de tartre, sont *Calviſſon* & *Aniane*, éloignés l'un & l'autre de Montpellier, d'environ cinq lieues, & de ſept à huit entre eux. C'eſt principalement à *Aniane* que je me ſuis éclairci du détail du procédé de cette préparation, & que j'en ai obſervé avec attention les moindres circonſtances.

Les inſtrumens qui ſervent pour faire le crystal de tartre, ſont, 1°. une grande chaudiere de cuivre appellée *Boulidou*, qui tient environ quatre cens pots de la meſure du pays. Elle eſt encaſſée toute entiere dans un fourneau.

2°. Une cuve de pierre plus grande que la chaudiere, & placée à ſon côté à deux pieds de diſtance.

3°. Vingt ſept terrines verniſſées, qui toutes enſemble tiennent un peu plus que la chaudiere. Ces terrines ſont rangées en trois lignes paralleles, neuf ſur chaque ligne; la premiere rangée eſt à trois ou quatre pieds de la chaudiere & de la cuve, les deux autres ſont entr'elles à une petite diſtance comme d'un pied.

4°. Neuf manches ou chauffes d'un drap groſſier appellé *Cordelat*; ces manches auſſi larges par le baſ que par le haut, ont environ deux pieds de longueur ſur neuf pouces de largeur.

5°. Quatre chaudrons de cuivre, qui tous enſemble tiennent autant que la chaudiere; ils ſont à peu près égaux, & d'environ cent pots chacun; ils ſont placés ſur des appuis de maçonnerie éloignés du fourneau.

6°. Un moulin à meule verticale pour mettre le tartre crud en poudre. Il y a encore quelques autres inſtrumens de moindre conſéquence dont il ſera fait mention dans la ſuite de ce Mémoire.

L'on commence à travailler vers les deux à trois heures du matin, en faiſant du feu ſous la chaudiere que l'on a remplie la veille de deux tiers de l'eau qui a ſervi aux cuites du tartre de ce même jour, & d'un tiers d'eau de fontaine, Lorſque l'eau commence à bouillir, ou y jette trente livres de tartre en poudre, & un quart d'heure après on verſe

348 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
avec un vaisseau de terre la liqueur bouillante dans les neuf manches qui sont suspendues à une perche placée horizontalement sur trois fourches de bois de trois pieds & demi de haut. Les neuf premières terrines qui se trouvent sous ces manches étant presque pleines, on les retire, & on place successivement sous ces manches les autres terrines.

Dans l'espace de moins d'une demi-heure, & l'eau filtrée étant encore fumante dans ces terrines, on voit des cristaux se former sur la surface, il s'en forme aussi dans le même tems contre les parois & aux fonds des terrines.

Pendant que les cristaux se forment ainsi, les ouvriers sans perdre de tems versent dans la chaudière l'eau qui a été retirée des quatre chaudrons où s'est achevé le jour précédent le crystal de tartre, & quand elle commence à bouillir on y jette trente livres de tartre crud en poudre: cependant l'on verse par inclination l'eau des vingt-sept terrines dans la cuve de pierre, ayant eu soin avant de la verser de remuer avec la main la surface de cette eau, afin d'en faire précipiter sur le champ les cristaux au fond de la terrine; après que ces terrines ont été vidées on y voit les cristaux attachés au fond & aux côtés; pour lors le tartre se trouvant avoir bouilli un quart d'heure, on filtre comme auparavant la liqueur bouillante dans les mêmes vingt-sept terrines chargées des cristaux précédens; & pendant que cette liqueur se refroidit, & qu'il se forme de nouveaux cristaux, on fait, sans perdre de tems, passer l'eau de la cuve dans la chaudière, en la versant avec un vaisseau de terre, & lorsqu'elle commence à bouillir, on y jette la même quantité de tartre crud en poudre qu'aux deux autres cuites. On filtre ensuite dans les mêmes terrines dont on vient de vider l'eau dans la cuve, & qui sont chargées de plus en plus de cristaux; en un mot on fait dans la journée successivement cinq cuites & cinq filtrations semblables, en se servant pour les trois dernières cuites, de l'eau que l'on a versée des terrines dans la cuve.

Il s'employe environ deux heures & demie à chaque cuite,

y comprenant la filtration qui la suit & qui se fait en peu de tems , en sorte que la cinquieme cuite finit vers les trois heures du soir. On laisse alors refroidir les terrines pendant deux heures , & après en avoir versé l'eau dans la cuve , on les trouve fort chargées de crystaux , que les ouvriers appellent les *pâtes*. Quand ils ont versé l'eau des terrines dans la cuve , ils ont laissé ces pâtes avec assez d'humidité pour pouvoir les détacher plus commodément avec une racloire de fer , & les ayant ainsi ramassées , ils en remplissent quatre terrines où ils les laissent rasseoir un quart d'heure , pour que l'eau qui surnage s'en sépare , afin de pouvoir la verser dans la cuve. Ces pâtes paroissent pour lors , grasses , rousses & pleines de crystaux blanchâtres ; on lave par trois fois avec de l'eau de fontaine dans ces mêmes terrines ces pâtes , les y agitant avec les mains & les retournant plusieurs fois les unes sur les autres , l'eau qui a servi à la premiere de ces lotions que l'on verse après est très-foncée , celle de la deuxieme est roussâtre , & celle de la troisieme un peu trouble ; enfin les pâtes deviennent d'un blanc tirant sur le roux.

L'on remarquera ici 1°. qu'après chaque filtration qui suit la cuite , on nettoye les manches , 2°. que les eaux que l'on verse par inclination des terrines dans la cuve après la formation des crystaux , sont d'un roux foncé , & d'un goût âigrelet , 3°. qu'après la derniere cuite l'on retire de la cuve l'eau du dessus , dont on emplit les deux tiers de la chaudiere pour servir avec un tiers d'eau de fontaine à la premiere cuite qui doit se faire le lendemain matin , comme on l'a dit au commencement de l'opération ; on fait écouler le reste de l'eau de la cuve en débouchant un trou dont elle est percée auprès du fond , & comme l'on trouve ordinairement encore quelques quantités de pâte ramassées au fond de la cuve , on les lave dans quatre ou cinq pots d'eau froide différente , pour les mettre à profit avec les autres.

Toutes ces pâtes ayant été formées par le travail de toute la journée , elles sont mises en réserve dans un baquet , pour être employées le lendemain , comme nous l'allons dire.

A dix heures du matin on remplit d'eau de fontaine les quatre chaudrons de cuivre qui sont placés sur une même ligne au fond de l'atelier sur des petits murs de la hauteur de deux pieds, afin de pouvoir aisément faire du feu dessous, & le retirer ensuite quand il le faut. Cependant on a détrempe un peu auparavant dans une terrine, avec quatre ou cinq pots d'eau, quatre ou cinq livres d'une terre qui se trouve à deux lieues de Montpellier auprès d'un village appelé *Merviel*. Cette terre est une sorte de craie blanche, composée d'une substance grasse, qui blanchit l'eau & la rend comme du lait épais, & d'une substance sabloneuse, dure, qui ne peut se dissoudre & qui reste au fond de la terrine. On verse doucement cette eau blanchie dans deux chaudrons, on fait sur le champ une nouvelle détrempe de pareille quantité de cette terre blanche, & on l'employe comme la première pour blanchir l'eau des deux autres chaudrons, prenant garde en versant qu'il ne tombe rien de la partie sabloneuse qui doit rester toute entière au fond de la terrine en petits morceaux.

L'eau des quatre chaudrons étant ainsi blanchie, on allume le feu, & lorsqu'elle est bouillante, on y jette les pâtes, qu'on distribue également dans chacun; on continue l'ébullition, & il se forme bientôt une écume blanchâtre & sale, que l'on retire par le moyen d'une sorte d'écumoire de toile grossière; peu de tems après, & la liqueur continuant à bouillir, il se forme sur la surface une crème, & lorsqu'on a encore laissé bouillir un quart d'heure, on retire entièrement le feu de dessous les chaudrons. La crème pour lors durcit peu à peu, & paroît inégale, raboteuse & comme ondée. On laisse ces chaudrons sans feu & sans y toucher que le lendemain vers les trois ou quatre heures du matin, tems suffisant pour que l'opération soit achevée. Cette crème, de molle qu'elle étoit, est devenue une croûte blanche & raboteuse, qui couvre entièrement la surface de l'eau, elle est épaisse d'une ligne & demie, & n'est pas si dure que celle que l'on trouve attachée à toute la surface du fond & des côtés du chaudron,

la premiere se nomme *crème de tartre*, & la seconde *crystal de tartre*, celle-ci est épaisse d'environ trois lignes, & a ses cristaux plus distincts; quoique je n'aye pû cependant y rien observer de régulier, on voit seulement d'un côté & d'autre qu'ils ont différentes facettes luisantes.

Voici la maniere dont on retire toutes ces concrétions salines. On creve en différens endroits la croûte de la surface, on jette par dessus de l'eau avec la main, & quoiqu'elle ne soit secouée qu'assez foiblement, on la voit se précipiter sur le champ. On vuide ensuite l'eau dans les baquets, en faisant pancher le chaudron, elle sort rousse & assez claire jusques vers le fond où elle devient alors épaisse, trouble & plus foncée; quand on est parvenu à la voir de cette couleur, on jette dans le chaudron cinq ou six pots d'eau de fontaine que l'on renverse d'abord, & en frappant les bords de ce chaudron avec une piece de fer, on fait par cet ébranlement séparer & tomber par morceaux le crystal de tartre dans le fond du chaudron où il se mêle avec la crème de tartre qui y a déjà été précipitée. On jette encore de l'eau de fontaine, & on remue le tout ensuite avec la main, en sorte que cette eau qui a servi à cette lotion n'en sort que trouble, blanchâtre, & chargée de cette terre que l'on avoit employée on continue ces lotions jusqu'à ce que l'eau sorte claire. On ramasse ensuite le crystal de tartre mêlé avec la crème, on l'étend sur des toiles pour les faire sécher, ou au soleil ou à l'étuve, & on a pour lors le crystal de tartre très-dépuré & bien blanc.

Il faut être attentif à séparer dans les tems marqués le crystal de tartre parce que si on le laissoit quelque heure de plus dans le chaudron les cristaux roussiroient.

Lorsqu'on fait cette séparation, l'eau est encore un peu tiède & a un goût aigrelet; si on la laissoit entierement refroidir, la crème de tartre ne se soustiendrait plus sur la surface, mais se précipiteroit d'elle-même.

L'on retire de chaque chaudron vingt-deux à vingt-trois livres de crystal & de crème de tartre prises ensemble,

enforte que cent cinquante livres de tartre qui ont été employées en cinq cuites , fournissent quatre-vingt-huit ou quatre-vingt-douze livres tant de crystal que de crème. Ainsi le tartre crud ordinaire fournit les trois cinquiemes de son poids ou environ ; mais le tartre blanc crystallin & bien choisi en fournit les deux tiers.

Enfin l'eau claire , rousse & aigrette que l'on a retirée des chaudrons , se garde dans des baquets pour le lendemain matin , où elle est employée à la seconde cuite , comme il a été dit ci-devant ; cette eau n'est pas si obscure ni si épaisse que celle que l'on retire des terrines après la formation des pâtes.

Pour m'assurer d'avoir bien pris le procédé de cette opération , je la fis à mon retour d'*Aniane* avec M. Carquet le jeune , Maître Apothicaire de cette ville , avec lequel j'avois fait sur le lieu même ces observations. Nous employâmes en cinq cuites vingt livres de tartre , & gardâmes les proportions de mélange d'eau de fontaine & d'eau aigrette , & le tems des filtrations différentes , & fîmes l'usage de la terre de Merviel dans une quantité proportionnée , en observant exactement ce que nous avions vû à *Aniane* , & le lendemain nous retirâmes douze livres quelques onces de crystal de tartre , aussi bon que celui d'*Aniane*.

L'on remarquera par la maniere dont cette dernière opération s'est faite , qu'il n'est pas absolument nécessaire d'employer de l'eau aigrette du jour précédent pour la première cuite du tartre , & que c'est moins pour se servir d'eau mere que l'on l'employe , que parce que les ouvriers s'en trouvant fournis par leur travail continué , ne veulent point la perdre ; j'ai crû cependant que je ne devois rien changer à ce que j'avois vû pratiquer , pour que l'on comprit que ce travail est un enchaînement d'opérations d'un jour à l'autre.

Deux ouvriers travaillant assiduellement à cet atelier , suffisoient à ce travail , dans lequel quatre-vingt-dix livres de sel essentiel tirées par jour , sont le produit de cent cinquante livres de tartre.

Tout

Tout ce procédé se réduit à deux opérations , la premiere est la formation des pâtes , & la seconde le blanchissage ; dans la premiere on a séparé les parties terreuses du tartre & les visqueuses les plus grossieres qui ont resté sur les filtres , sous la forme d'une pâte noirâtre ; & dans la seconde on est parvenu à la perfection du crystal , dont l'opération n'étoit qu'ébauchée dans la formation des pâtes , puisque c'est par le moyen de cette derniere qu'on a enlevé aux crystaux de tartre les parties grasses , rousses & inutiles dont il se trouvoit encore chargé , parce qu'elles avoient échappé aux filtres , & n'avoient pas cédé aux lotions.

C'est à la terre de Merviel que l'on doit attribuer cette dépuration exacte. Cette terre est composée de deux sortes de parties , comme nous l'avons déjà fait remarquer , dont l'une est grasse & se dissout dans l'eau , & l'autre maigre , sabloneuse & qui n'y sçauroit nager. Cette partie sabloneuse sert à faire avec de l'Alquifou , une sorte de vernis grossier qui s'employe par les Potiers de Terre. Mais la partie qui blanchit l'eau , est une terre vraiment savoneuse , qui s'allie avec les parties visqueuses & grasses des pâtes , & les détache du sel essentiel du tartre , en sorte que ce sel a par ce moyen (suivant les différens degrés de pesanteur de ses parties intégrantes) la liberté de se crySTALLISER , tant au fond du chaudron que sur ses parois , & de se tenir par ses parties les plus légères en suspend sur la surface de l'eau où il forme la croûte qui s'appelle *Crème de Tartre*. Cependant cet alliage des parties de la terre de Merviel & des visqueuses du tartre , se précipite peu à peu au fond du chaudron sur la croûte saline qui s'y est faite la premiere , comme étant la plus pesante : mais comme les parties savoneuses de cette terre sont absolument encore plus pesantes que les visqueuses du tartre , elles ont le tems pendant l'espace des quinze heures de repos qu'on leur laisse , de se précipiter davantage au fond de l'eau , & à mesure qu'elle se refroidit ; & les visqueuses du tartre demeurent ainsi flottantes au-dessus des savoneuses de la terre de Merviel , sans se remêler avec le reste de l'eau , à cause de leur pesanteur ;

c'est pourquoy l'eau des chaudrons, lorsqu'on la verse, ne paroît trouble qu'à mesure qu'on arrive auprès du fond, où d'abord elle est épaisse & noirâtre, & enfin blanche & terreuse. Par cette même raison l'eau que l'on verse la première est un peu rousse, parce que les parties visqueuses les moins grossières & les moins pesantes du tartre s'étant dégagées peu à peu de la terre sabloneuse, sont venues à flotter dans toute l'étendue de l'eau; & c'est pour cela que si on laissoit le crystal de tartre sans le retirer quelque tems au-delà des quatorze ou quinze heures marquées, il ne manqueroit pas de roussir, comme l'expérience l'a appris.

Il y apparence qu'il pourroit se trouver des terres favorables par le moyen desquelles on pourroit blanchir le crystal de tartre, aussi-bien qu'avec celle de Merviel, puisqu'on ne se sert de celle-ci que depuis peu d'années, car on en employoit auparavant une autre très-grasse, assez commune dans tout ce pays, & ceux qui travaillent à Aniane à cette opération, se servoient il y a quelques années d'une sorte de terre blanche qu'ils trouvoient dans leur propre terroir: mais comme l'expérience leur a appris que celle-ci rendoit ce crystal plus net & plus blanc, ce leur a été une raison de la préférer à toute autre.

F I N.

